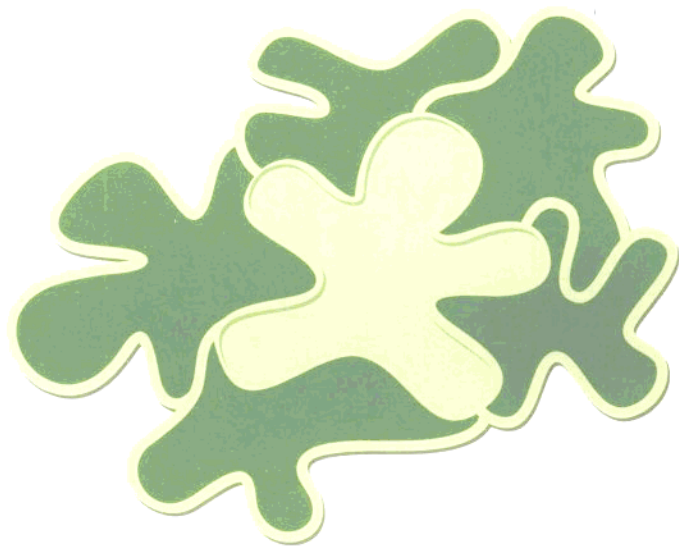


王后雄学案

教材完全解读

总策划：熊 辉



数学 九年级(上)

配浙教版

丛书主编：王后雄

本册主编：王 鹏



中国青年出版社

王后雄学案

教材完全解读

数学 九年级(上)

配浙教版

丛书主编：王后雄
本册主编：王 鹏
编 委：叶喜英 胡红斌
余 丹 江秀珍
夏诚柱 张 斌



中国青年出版社

(京)新登字083号

图书在版编目(CIP)数据

教材完全解读: 浙教版. 九年级数学. 上/王后雄主编.

—2版. —北京: 中国青年出版社, 2008

ISBN 978-7-5006-7427-6

I.教... II.王... III.数学课—初中—教学参考资料 IV.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第063415号

策 划: 熊 辉

责任编辑: 李 扬

封面设计: 蔚 蓝

教材完全解读

数学 九年级(上) 配浙教版

中国青年出版社 出版发行

社址: 北京东四12条21号 邮政编码: 100708

网址: www.cyp.com.cn

编辑部电话: (010) 64034328

读者服务热线: (027) 61883306

咸宁市中南科择印务有限责任公司印制 新华书店经销

889 × 1194 1/16 10印张 264千字

2008年5月北京第2版 2008年5月湖北第2次印刷

印数: 5001—10000册

定价: 17.30元

本书如有任何印装质量问题, 请与承印厂联系调换

联系电话: (027) 61883355

教辅大师王后雄教授、特级教师科学超前的体例设置，帮您赢得了学习起点，成就您人生的夙愿。

——题记

第1单元 走进化学世界

单元知识梳理与能力整合

1. 课程·知识·网络

化学的研究对象：物质
性质——物理性质和化学性质
变化规律——物理变化
化学变化

2. 方法·能力·整合

1. 实验基本操作技能整合
2. 化学的探究

出要点：用手一起摸或摸光面摸和小指伸展开，位置最上或最下

3. 知识·能力·整合

【例1】《新编中考题》化学是21世纪最有用、最富挑战性的中心学科。请你说出一项对人类生活产生过重大影响的化学研究成果。

【解析】本题是一道开放性问题

【答案】不唯一，如：①我国“神舟六号”飞船把航天员送上太空，为人类开发利用太空资源增加新成果

最新3年中考名题诠释

中考题例证

化学学科是在化学实验和科学探究的基础上建立起来的，这是本单元的核心概念。中考的主要命题点有：(1)仪器使用；(2)实验基本操作和实验方法；(3)化学性质。

3. (2006·厦门)在点燃蜡烛时，小红发现有一缕缕白烟从蜡烛的烛芯处飘出，她立即用一块干燥的冷玻璃片靠近白烟，片刻后玻璃片上出现一层雾状物。由此现象，你能得出什么结论？

【答案】(1)白烟是石蜡的小液滴；(2)白烟是石蜡蒸气遇冷液化形成的。

【解析】本题是一道开放性问题，旨在考查学生对实验现象的观察和分析能力。根据题意，小红用干燥的冷玻璃片靠近白烟，玻璃片上出现雾状物，说明白烟遇冷液化，即白烟是石蜡蒸气遇冷液化形成的。

知识与能力同步检测题

一、我会选择(每小题2分，共12分)

1. 下列仪器中，能用酒精灯直接加热的是()

A. 试管 B. 烧杯 C. 蒸发皿 D. 锥形瓶

2. 下列仪器中，能用酒精灯直接加热的是()

A. 试管 B. 烧杯 C. 蒸发皿 D. 锥形瓶

二、我会填空(每小题2分，共12分)

1. 化学是研究物质的组成、性质、变化规律的科学。化学研究的对象是()

2. 下列仪器中，能用酒精灯直接加热的是()

A. 试管 B. 烧杯 C. 蒸发皿 D. 锥形瓶

答案与提示

第1单元 走进化学世界

1. 物质的变化和性质

1. B 2. A 3. B 4. C

2. 物质的变化和性质

1. B 2. A 3. B 4. C

单元知识整合

单元知识与方法网络化，帮助您将本单元所学教材内容系统化，形成对考点知识二次提炼与升华，全面提高学习效率。

最新3年中考名题诠释

汇集中考名题，讲解细致入微，教纲、考纲，双向例释；练习、考试，讲解透彻；多学、精练，效果显著。

考试高分保障

精心选编涵盖本章节或阶段性知识和能力要求的检测试题，梯度合理、层次分明，与同步考试接轨，利于您同步自我测评，查缺补漏。

点拨解题思路

试题皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。不但知其然，且知其所以然，帮助您养成良好规范的答题习惯。

X导航丛书系列最新教辅

讲 《中考完全解读》 复习讲解——紧扼中考的脉搏

练 《中考完全学案》 难点突破——挑战思维的极限



《中考完全学案》



《高考完全学案》

讲 《高考完全解读》 精湛解析——把握高考的方向

练 《高考完全学案》 阶段测试——进入实战的演练

讲 《教材完全解读》 细致讲解——汲取教材的精髓

例 《课标导航基础知识手册》 透析题型——掌握知识的法宝

练 《教材完全学案》 夯实基础——奠定能力的基石



伴随着新的课程标准问世及新版教材的推广，经过多年的锤炼与优化，数次的修订与改版，如今的“X导航”丛书系列以精益求精的质量、独具匠心的创意，已成为备受广大读者青睐的品牌图书。今天，我们已形成了高效、实用的同步练习与应试复习丛书体系，如果您能结合自身的实际情况配套使用，一定能取得立竿见影的效果。

编者寄语	1
------	---

第1章 反比例函数

1.1 反比例函数	3
1.2 反比例函数的图象和性质	7
1.3 反比例函数的应用	13
单元知识梳理与能力整合	18
最新3年中考名题詮解	20
知识与能力同步测控题	22



第2章 二次函数

2.1 二次函数	25
2.2 二次函数的图象	28
2.3 二次函数的性质	36
2.4 二次函数的应用	41
单元知识梳理与能力整合	51
最新3年中考名题詮解	54
知识与能力同步测控题	56



第3章 圆的基本性质

3.1 圆	59
3.2 圆的轴对称性	64
3.3 圆心角	69
3.4 圆周角	74
3.5 弧长及扇形的面积	79



目

录

3.6 圆锥的侧面积和全面积·····	84
单元知识梳理与能力整合·····	89
最新3年中考名题詮解·····	92
知识与能力同步测控题·····	94

第4章 相似三角形



4.1 比例线段·····	97
4.2 相似三角形·····	101
4.3 两个三角形相似的判定·····	105
4.4 相似三角形的性质及其应用·····	110
4.5 相似多边形·····	117
4.6 图形的位似·····	121
单元知识梳理与能力整合·····	127
最新3年中考名题詮解·····	129
知识与能力同步测控题·····	132
答案与提示·····	134

知识与方法

阅读索引

第1章 反比例函数

1. 反比例函数	
1. 反比例函数的意义	3
2. 反比例函数的识别	3
3. 确定反比例函数的解析式	3
4. 利用反比例函数的定义进行求值	4
5. 利用待定系数法,求比较繁杂的函数的解析式	4
6. 利用反比例函数的解析式解决实际问题	4
1.2 反比例函数的图象和性质	
1. 双曲线的概念	7
2. 反比例函数图象的画法(描点法)	7
3. 反比例函数的图象和性质	8
4. 反比例函数的图象和性质的应用	8
5. 若在同一直角坐标系中出现函数 $y = \frac{k}{x}$ 和函数 $y = x \pm k (k \neq 0)$ 的图象,则必须选择能够使反比例函数和一次函数都与解析式符合的图象	9
6. 利用函数图象上点的坐标,求函数的解析式	9
7. 利用反比例函数的解析式和图象,解决平面直角坐标系中几何图形的面积问题	9
1.3 反比例函数的应用	
1. 利用反比例函数解决实际问题	13
2. 生活中常用反比例函数解决的实际问题	13
3. 用反比例函数解决实际问题时应注意的问题	14

第2章 二次函数

2.1 二次函数	
1. 二次函数的概念	25
2. 判别函数是否是二次函数的方法	25
3. 用待定系数法求二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的解析式	26
4. 在实际问题中建立二次函数表达式的步骤	26
2.2 二次函数的图象	
1. 二次函数 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的图象	28
2. 二次函数 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的图象的画法	28
3. 二次函数 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的图象的特点	28
4. 二次函数 $y = ax^2 + k, y = a(x+m)^2, y = a(x+m)^2 + k$ 的图象	29
5. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象和性质	29
6. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象的画法	30
7. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象与 a, b, c 的关系	31

8. 用待定系数法求二次函数的解析式	31
2.3 二次函数的性质	
1. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的增减性	36
2. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的最大(小)值	36
3. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象与 x 轴的交点	37
4. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象特征与 a, b, c 及 Δ 的符号之间的关系,抛物线在坐标系内的形状和位置及系数 a, b, c 和判别式 Δ 的符号之间有着密切的联系,知道图象位置可以确定 a, b, c 及 Δ 的符号,反过来,由 a, b, c 及 Δ 的符号可以确定抛物线的大致形状和位置	37
5. 利用二次函数的增、减性比较函数值的大小	38
6. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 与 x 轴的两交点之间的距离	38
7. 二次函数与一元二次不等式的关系	38
2.4 二次函数的应用	
1. 如何解“最大面积是多少”的问题	41
2. 如何解“何时收获最大利润”的问题	41
3. 求解与二次函数相关的实际问题的一般步骤	42
4. 求二次函数最值的方法	42
5. 用图象法求一元二次方程的近似根	43
6. 二次函数与几何知识的综合应用	43

第3章 圆的基本性质

3.1 圆	
1. 圆的定义及表示方法	59
2. 与圆有关的概念	59
3. 点和圆的位置关系	60
4. 确定圆的条件及方法	60
5. 三角形的外接圆	60
6. 过已知点作圆	61
7. 点和圆的位置关系在日常生活中的应用	61
3.2 圆的轴对称性	
1. 圆的轴对称性	64
2. 垂径定理	64
3. 弦心距	64
4. 垂径定理的推论	65
5. 垂径定理及其推论的推广	65
6. 垂径定理及其推论的应用	65
7. 在同一个圆中,已知两弦长,要求两弦的距离时,要注意考虑两种可能	66

3.3 圆心角	
1. 圆的旋转不变性	69
2. 圆心角	69
3. 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系	69
4. 圆心角、弧、弦、弦心距的不等关系	70
5. 圆心角的度数与它所对的弧的度数的关系	71
6. 圆心角、弧、弦之间相等关系定理及其推论的运用技巧	71
7. 垂径定理与圆心角、弧、弦、弦心距的关系的综合运用	71
3.4 圆周角	
1. 圆周角的定义	74
2. 圆周角定理及其证明	74
3. 圆周角定理的推论	75
4. 在圆中,有关弦所对的弧的度数计算时要考虑两种情况	76
5. 圆周角在生活中的应用	76
3.5 弧长及扇形的面积	
1. 弧长公式	79
2. 扇形的面积公式	79
3. 弧长公式的注意点	80
4. 扇形面积公式的注意点	80
5. 弓形面积的计算方法	80
6. 求不规则图形的面积	81
3.6 圆锥的侧面积和全面积	
1. 圆锥的有关概念	84
2. 圆锥的侧面积公式	84
3. 圆锥的全面积公式	84
4. 在解决有关圆锥问题时,常用的公式	85
5. 圆锥的有关性质	85
6. 圆锥的制作设计问题	85

第4章 相似三角形

4.1 比例线段	
1. 比例	97
2. 线段的比	97
3. 比例的基本性质: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$ (a, b, c, d 都不为零)	97
4. 比例中项	98
5. 比例线段	98
6. 黄金分割	98
7. 由等式的性质或比例的性质得出的几个结论	98
8. 判断四个数或线段 a, b, c, d 是否成比例的方法	98

9. 四条线段成比例可以解决一些实际问题	99
10. 应用黄金分割原理可解释自然界中的生活现象	99
4.2 相似三角形	
1. 相似三角形	101
2. 相似三角形的性质	101
3. 相似比	101
4. 相似三角形性质的应用	102
5. 相似三角形的对应边和对应角的找法	102
6. 相似三角形的等价关系	102
7. 用定义证明三角形相似或求三角形中相关边长或角的度数	102
4.3 两个三角形相似的判定	
1. 平行法判定三角形相似	105
2. 相似三角形的判定定理1	105
3. 相似三角形的判定定理2	105
4. 相似三角形的判定定理3	105
5. 相似三角形的判定方法及其选择	106
6. 相似三角形判定方法的作用	106
7. 有关三角形相似的基本图形	106
8. 直角三角形中的相似问题	107
4.4 相似三角形的性质及其应用	
1. 相似三角形的性质	110
2. 相似三角形在生活中的应用	110
3. 相似三角形的性质的应用	110
4. 测物高的方法	111
5. 测量物宽的方法	112
6. 测量物高方法的应用	112
7. 在理解和应用相似三角形的性质时应注意的问题	113
8. 测量旗杆的高度的活动	113
4.5 相似多边形	
1. 相似多边形的概念	117
2. 相似多边形的性质	117
3. 识别两个多边形相似的方法	117
4. 相似多边形性质的应用	118
5. 相似图形的识别	118
6. 相似图形(图片)的制作	118
4.6 图形的位似	
1. 位似图形	121
2. 位似图形的性质	121
3. 位似图形的识别方法	121
4. 图形的放大与缩小的方法	122
5. 以坐标原点为位似中心的位似变换的性质	122
6. 相似图形的画法	122

编者寄语

——怎样学好九年级数学(上)

九年级数学(上)包括反比例函数、二次函数、圆的基本性质、相似三角形四章内容,这些内容都是初中数学的重要知识。同学们!你们在学习数学时一定会遇到许多困惑吧?我在这里选取了你们常见的问题和困惑,结合本册内容进行分析。

一、课听了,作业做了,成绩怎么还是不理想?

听课是学习的基础,作业是强化的关键。但并不是课听了,作业做了,数学成绩就一定会好。建议这样的同学多比较、勤思考。例如在学习反比例函数时,我们要把它与一次函数进行比较。一次函数的图象是一条直线,反比例函数的图象是在不同象限内的两条曲线,一次函数的图象必然与坐标轴都有交点,而反比例函数与坐标轴都无交点,一次函数若是递增,则始终递增,反比例函数则不同,它们在各自的象限内递增或递减,在学习二次函数时,判断抛物线与 x 轴的交点情况一般利用 $b^2 - 4ac$ 的正、负进行判断,若 a, c 异号时,则抛物线必与 x 轴有两个交点,因为 a, c 异号,故 $-4ac$ 为正数。故 $b^2 - 4ac > 0$ 。故抛物线与 x 轴必有两个交点。这些结论大多数在课本上是找不到的,但对平时的数学学习和考试是很有用的。《教材完全解读》详细解读了课本中出现的定义、概念,列出了由公式等拓展的重要结论,相信你使用时,一定会受益匪浅!

二、平时学习和考试很好,但重要的大型考试却考不好,怎么办?

平时学习和考试很好,说明智商不错,单元知识的掌握不错;重要考试考不好,说明考前归纳和知识的系统综合不够,或者是考场心理、考试方法不佳。因此考试前必须对所学知识点、重要方法和常见的题型作归纳,这是同学们很容易忽视的,又是不容易做好的。《教材完全解读》在每一章后面,对这些内容都用图象及文字作了归纳,并精选了近3年的中考题进行诠释,相信会对你的应试起到事半功倍的效果。

三、学数学很累,学数学一定要做非常多的题吗?

学数学需要做题,但必须做有价值的题,重复、盲目地做一些没有价值的题目只会丧失对学习数学的兴趣和信心。怎样训练才能达到最佳效果呢?课本上的习题总是最基本、最典型的题,认真完成课本上的习题,就基本上掌握了相关的定义和结论,这样再选做课外题就有了一定的基础,但课本上的习题量和类型远远不能适应各种类型的考试需要,因此,应精选一些课外习题来进行训练,以达到提高解题速度和准确性的目的。做题要讲究质量,一是习题质量,二是求解的质量。《教材完全解读》每一章节都精心选择了适量的例题和习题,供同学们加深对知识的理解和运用的能力,相信它能对同学们的学习和考试提供有效的帮助。

四、怎样才能学好数学?

数学是注重逻辑推理的学科。很多同学学习数学往往只记数学公式、结论,而不去探索它们是如何得出的。不理解结论、公式的发现过程,这样是学不好数学的。有些同学做题往往是死套公式,碰到稍难一点的能力题和创新题就束手无策,有些同学不注重例题的学习,殊不知例题是对知识的诠释和复习。《教材完全解读》在讲解时采用左栏归纳、升华知识点,右栏例题讲解的方式。而所选例题都是非常典型的题目,它们对理解一些性质、结论以及做好习题、学好数学有很大的帮助。

数学的学习是一个由量变到质变,长期积累的过程。同学们要在培养学习兴趣的基础上,借鉴别人的学习方法,灵活运用,真正做到能力与成绩的同步提高。

第1章 反比例函数

课标单元知识

◆ 1. 教材知识解读 ◆

(1)本章主要包括反比例函数的概念、反比例函数的图象和性质以及反比例函数的应用.

(2)反比例函数是形如 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的函数,用 x 的负整数指数幂也可写成 $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$). 要注意函数式中 $k \neq 0$ 这个条件. 反比例函数自变量 x 的取值范围为 $x \neq 0$, 由于 $k \neq 0$, 所以 $y \neq 0$.

(3)反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象是双曲线,它有两个分支,当 $k > 0$ 时,这两个分支分别分布在第一、三象限中,在每个象限内,曲线从左向右下降,也就是在每个象限内, y 随 x 的增大而减小;当 $k < 0$ 时,这两个分支分别分布在第二、四象限,在每个象限内,曲线从左向右上升,也就是在每个象限内, y 随 x 的增大而增大. 能用反比例函数解决某些简单的实际问题是本章重点,对反比例函数的性质的理解,能用反比例函数解决某些简单的实际问题是本章的难点.

◆ 2. 考试说明要求 ◆

(1)使学生理解并掌握反比例函数的概念,能根据实际问题中的条件确定反比例函数的解析式 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$),能判断一个给定函数是否为反比例函数.

(2)能描点画出反比例函数的图象,会用待定系数法求反比例函数的解析式,进一步理解函数的三种表示方法,即列表法、解析式法和图象法的各自特点.

(3)能根据图象数形结合地分析并掌握反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的函数关系和性质,能利用这些函数性质分析和解决一些简单的实际问题.

(4)再次经历“找出常量和变量,建立并表示函数模

型,讨论函数模型,解决实际问题”的过程,进一步体会函数是刻画现实世界中变化规律的重要数学模型.

(5)使学生在学习一次函数的基础上,进一步理解常量与变量的辩证关系和反映在函数概念中的运动变化观点,进一步认识数形结合的思想方法.

◆ 3. 学习方法导航 ◆

(1)反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 也可变形为 $k = xy$ ($k \neq 0$),所以, k 值等于双曲线上任意一点的横坐标与纵坐标之积.

(2)过双曲线上任一点作 x 轴, y 轴的垂线,所得的矩形面积为 $|k|$.

(3)反比例函数图象能用描点法画出,而且画出的图象只是大致形状. 由于双曲线的两个分支是关于原点对称的,在列表时,自变量的值可以选取绝对值相等而符号相反的一对数,相应得到绝对值相等而符号相反的函数的对应值,这样既可以简化计算,又便于在坐标系中描点.

(4)待定系数法是一种重要的数学方法,利用它可以确定反比例函数的表达式.

(5)注重联系生活实际来理解反比例函数的图象和性质,并且用它解决简单的日常生活问题.

中考命题趋向

反比例函数是中考数学的重要内容,试题新颖,题型灵活多样. 题型一般有选择题、填空题,还有解答题,主要考查反比例函数的定义、图象及其性质,也常和其他知识综合命题. 所占分值为3分~6分,2009年,反比例函数在中考命题中的基本趋势如下:

1. 会画反比例函数的图象,掌握基本性质.
2. 能根据条件确定反比例函数的表达式.
3. 能用反比例函数解决实际问题.

1.1 反比例函数

学习目标·考纲解读

- (1) 理解掌握反比例函数的概念;
- (2) 能够写出实际问题中的反比例函数的解析表达式;
- (3) 理解反比例函数的表达形式, 会用待定系数法求反比例函数的解析式;
- (4) 能够判断一个函数式是否为反比例函数.

1 知识·能力聚焦

1. 反比例函数的意义

一般地, 形如 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的函数, 称为反比例函数. x 是自变量, y 是 x 的函数, k 是比例系数, 自变量 x 的取值范围是不等于 0 的一切实数.

在理解反比例函数的意义时应特别注意:

(1) 比例系数 $k \neq 0$, 当 $k = 0$ 时, 则 $y = \frac{0}{x} = 0$ ($x \neq 0$), $y = 0$ 是常数函数.

(2) 自变量 x 的指数为 1, 并且 x 位于分母, 分母必须是只含字母 x 的单项式.

(3) 一般情况下, 自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$ 的一切实数. 因为 $x = 0$ 时, 函数右边无意义.

(4) 函数 y 的取值范围为一切实数.

(5) $y = \frac{k}{x}$ 也可写作 $y = kx^{-1}$ 或 $xy = k$ 的形式.

2. 反比例函数的识别

要判断一个函数是否是反比例函数, 必须严格按照反比例函数的意义进行判断. 只要看它是否能化成 $y = \frac{k}{x}$ 的形式, 即常数 k 在分子的位置, 自变量 x 在分母的位置, 且只有一项.

在判断时必须注意:

(1) k 为常数, 并且 $k \neq 0$.

(2) 分母必须是只含一个字母 x , 并且 x 的指数为 1 的单项式.

3. 确定反比例函数的解析式

求反比例函数的解析式的常用方法是待定系数法.

待定系数法是求反比例函数解析式的基本方

名师诠释

[考题 1] 一个游泳池的容积为 $2\,000\text{m}^3$, 注满游泳池所用的时间 t (单位: h) 随注水速度 v (单位: m^3/h) 的变化而变化. 试求 t 关于 v 的函数表达式. 这个函数是反比例函数吗?

[解析] 根据容积 = 注水时间 $\times$ 注水速度, 可得 $tv = 2\,000$, 则 $t = \frac{2\,000}{v}$.

[解] t 关于 v 的函数表达式为 $t = \frac{2\,000}{v}$.

由于 $t = \frac{2\,000}{v}$ 符合反比例函数的意义, 所以这个函数是反比例函数.

[考题 2] 在下列函数解析式中 x 均为自变量, 哪些是反比例函数? 每一个反比例函数中相应的 k 值是多少?

(1) $y = \frac{2}{x}$; (2) $y = \frac{x}{2}$; (3) $y = \frac{3}{2x}$; (4) $xy = 2$; (5) $y = 2x - 1$;

(6) $y = \frac{2}{x} - 1$.

[解析] 此题应严格根据反比例函数的定义进行判断. 在上面 6 个函数中, (1) 符合, (3) 变形为 $\frac{3}{2x}$ 也符合, 而 (2) 不符合, (4) 变形为 $y = \frac{2}{x}$ 符合, (5) 是一次函数不符合, (6) 有两项也不符合.

[解] (1)、(3)、(4) 是反比例函数, 其 k 值分别是 $2, \frac{3}{2}, 2$.

[考题 3] 已知 y 与 x 成反比例函数关系, 当 $x = 2$ 时, $y = 5$. 求函数解析式和自变量 x 的取值范围.

[解析] 因为 y 是 x 的反比例函数, 所以设 $y = \frac{k}{x}$, 再把 $x = 2$, $y = 5$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 就可以解出常数 k 的值了.

[解] $\because y$ 与 x 成反比例函数关系, $\therefore$ 可设 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$).

法,就是把一组满足函数解析式的已知的自变量和函数值代入 $y = \frac{k}{x}$,从而得到关于比例系数 k 的一元一次方程.通过解一元一次方程得出 k 值,从而求出反比例函数的解析式.

2 方法·技巧平台

4. 利用反比例函数的定义进行求值

在利用反比例函数的定义求其他字母的值时,必须注意:

- (1) 比例系数 k 为常数,并且 $k \neq 0$.
- (2) 自变量 x 若在分母,则 x 的指数必须为 1,若 x 不在分母,则 x 的指数必须为 -1.

5. 利用待定系数法,求比较繁杂的函数的解析式

利用待定系数法求函数解析式应掌握以下几点:

- (1) 根据题意列出带有未知系数的解析式模型.如 $y = \frac{k_1}{x} + k_2 x^2$.
- (2) 把符合函数关系式的一组或几组自变量和对应的函数值代入解析式,得到关于未知系数 k_1, k_2 的方程组.
- (3) 解关于未知系数的方程组,求出待定系数.
- (4) 将求得的待定系数的值代入函数解析式 $y = \frac{k_1}{x} + k_2 x^2$,即可得出所求的解析式.

3 创新·思维拓展

6. 利用反比例函数的解析式解决实际问题

利用反比例函数的解析式解决实际问题的基本方法是:

- (1) 先设出反比例函数解析式:

$$y = \frac{k}{x} (k \text{ 为常数, } k \neq 0).$$
- (2) 利用已知条件(一对符合解析式的自变量和函数值),通过待定系数法求出待定系数 k .
- (3) 得出反比例函数的解析式.
- (4) 利用解析式,求出已知自变量值时的函数值或已知函数值时的自变量的值.

$\therefore$ 当 $x=2$ 时, $y=5, \therefore 5 = \frac{k}{2}, \therefore k=10$,

$\therefore$ 所求函数解析式为 $y = \frac{10}{x}$, 自变量 x 的取值范围为 $x \neq 0$.

[考题4] 已知函数 $y = (2-m)x^{m^2-3m+1}$ 是反比例函数,求 m 的值.

[解析] 根据反比例函数的定义可以知道 $2-m$ 必不为 0, m^2-3m+1 为 x 的指数必为 -1.

[解] $\therefore$ 函数 $y = (2-m)x^{m^2-3m+1}$ 是反比例函数,

$$\begin{cases} 2-m \neq 0, & \text{①} \\ m^2-3m+1 = -1. & \text{②} \end{cases}$$

由①得 $m \neq 2$; 由②得 $(m-1)(m-2) = 0$, 即 $m=1$ 或 $m=2$. 故当 $m=1$ 时, 函数 $y = (2-m)x^{m^2-3m+1}$ 为反比例函数. $\therefore m=1$.

[考题5] 已知函数 $y = y_1 + y_2$, 其中 y_1, y_2 都是 x 的函数, y_1 与 x^2 成正比例, y_2 与 $1-x$ 成反比例, 且当 $x=2$ 时, y_1, y_2 的值都等于 -8, 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围.

[解析] 因为 y_1 与 x^2 成正比例, 所以 $y_1 = k_1 x^2$; 因为 y_2 与 $1-x$ 成反比例, 所以 $y_2 = \frac{k_2}{1-x}$, 故 $y = k_1 x^2 + \frac{k_2}{1-x}$. 用待定系数法求出 k_1, k_2 , 即可得到 y 与 x 之间的函数关系式.

[解] $\therefore y_1$ 与 x^2 成正比例, $\therefore y_1 = k_1 x^2$ (k_1 为常数, $k_1 \neq 0$).

$\therefore y_2$ 与 $1-x$ 成反比例, $\therefore y_2 = \frac{k_2}{1-x}$ (k_2 为常数, $k_2 \neq 0$).

$\therefore x=2$ 时, y_1, y_2 的值都为 -8,

$$\therefore -8 = k_1 \times 2^2, -8 = \frac{k_2}{1-2}.$$

即 $k_1 = -2, k_2 = 8$.

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式为 $y = -2x^2 + \frac{8}{1-x}$.

$\therefore 1-x \neq 0, \therefore x \neq 1$.

$\therefore$ 所求的函数关系式为 $y = -2x^2 + \frac{8}{1-x}$, 自变量 x 的取值范围为 $x \neq 1$ 的任意实数.

[考题6] 一定质量的氧气, 它的密度 ρ (kg/m^3) 是体积 V (m^3) 的反比例函数, 当 $V=10\text{m}^3$ 时, $\rho=1.43\text{kg}/\text{m}^3$.

(1) 求 ρ 与 V 的函数关系式;

(2) 求当 $V=2\text{m}^3$ 时氧气的密度.

[解析] 因为质量一定时, 密度 ρ 与体积 V 成反比例. 设 $\rho = \frac{k}{V}$, 然后利用待定系数法求出函数解析式.

[解] (1) 因为氧气质量一定时, 它的密度 ρ 是体积 V 的反比例函数. 所以设 $\rho = \frac{k}{V}$.

把 $V=10, \rho=1.43$ 代入解析式 $\rho = \frac{k}{V}$, 得

$$1.43 = \frac{k}{10}, \therefore k = 14.3.$$

$\therefore \rho$ 与 V 的函数关系式为 $\rho = \frac{14.3}{V}$.

(2) 把 $V=2$ 代入 $\rho = \frac{14.3}{V}$, 得 $\rho = \frac{14.3}{2} = 7.15 (\text{kg}/\text{m}^3)$.

4 能力·题型设计

1A 某工厂现有原材料 100 吨,每天平均用去 x 吨,这些原料能用 y 天,则 y 与 x 之间的函数关系式为().

A. $y = 100x$

B. $y = \frac{100}{x}$

C. $y = 100 - \frac{100}{x}$

D. $y = 100 - x$

2A 近视眼镜的度数 y (度)与镜片焦距 x (米)成反比例,已知 400 度近视眼镜镜片的焦距为 0.25 米,则 y 与 x 的函数关系式为_____.

3A 在函数① $y = \frac{x}{2}$;② $y = -\frac{1}{x}$;③ $y = \frac{3}{5x}$;

④ $y = \frac{2}{x-1}$;⑤ $y = \frac{2}{x^2}$ 中, y 是 x 的反比例

函数的有().

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4A 当三角形面积 S 一定时,一条边长 a 与这条边上的高 h 之间的函数解析式为_____,比例系数为_____.

5A 已知 y 与 $x+1$ 成反比例,当 $x=1$ 时, $y=2$,则当 $x=2$ 时, $y=_____$.

6A 已知公式 $P=F \cdot v$,当一汽车功率 P (W)是常数时,牵引力 F 与此时汽车的行驶速度 v 之间的函数关系式是_____,它是_____函数.

点击考点

测试要点 1

2007·武汉模拟题

测试要点 1.4

2007·黄冈中学模拟题

测试要点 5

2007·重庆模拟题

测试要点 1.3

2006·江西课改区中考题

测试要点 1.4

2006·河南模拟题

测试要点 1.2

2006·黄冈模拟题

测试要点 3.6

2006·黄冈调考题

测试要点 1

2006·陕西模拟题

测试要点 3

2006·荆州模拟题

测试要点 1

2006·黄石模拟题

7B 若函数 $y = \frac{m-1}{x^{|m|}}$ 是反比例函数,求 m 的值.

8B 已知函数 $y = y_1 + y_2$, y_1 与 $x+1$ 成正比例, y_2 与 x^2 成反比例,且 $x=1$ 时, $y=4$, $x=-1$ 时, $y=2$.

(1)求 y 关于 x 的函数解析式;

(2)当 $x=\sqrt{5}$ 时,求 y 的值.

9B 若函数 $y = (m-2)x^{m^2-m-3}$ 是关于 x 的反比例函数.

(1)求 m 的值;

(2)写出函数的解析式和比例系数.

10C 黄冈市 2006 年度电价为 0.8 元,年用电量为 1 亿千瓦时. 2007 年度,计划将电价调至 0.55~0.75 元之间,经测算,若电价调至 x 元,则 2007 年度新增电量 y (亿千瓦时)与 $x-0.4$ (元)成反比例,又知当 $x=0.65$ 时, $y=0.8$.

(1)求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2)若每千瓦时的成本价为 0.3 元,则电价调至多少时,本年度电力部门的收益将比上年度增加 20%? [收益 = 用电量 $\times$ (实际电价 - 成本价)]

教材课后习题解答

[第 5 页做一做]

解:(2)、(3)是反比例函数.

$y = \frac{-3}{x}$ 的比例系数为 $k = -3$;

$y = \frac{1}{3x}$ 的比例系数为 $k = \frac{1}{3}$.

它们自变量 x 的取值范围都是非零的一切实数.

[第 6 页课内练习]

1. 解:(1) $k = -\frac{5}{3}$.

(2)把 $x = -10$ 代入 $y = -\frac{5}{3x}$,得

$$y = -\frac{5}{3 \times (-10)} = \frac{1}{6}.$$

(3)把 $y = 2 - \frac{1}{2}$ 代入 $y = -\frac{5}{3x}$,得

$$2 - \frac{1}{2} = -\frac{5}{3x}, \therefore x = -\frac{5}{3} \times \frac{2}{5} = -\frac{2}{3}.$$

2. 解:(1)由三角形的面积公式得

$$\frac{1}{2}a \cdot h = 10, \therefore h = \frac{20}{a}.$$

$\therefore a$ 是三角形一条边的边长, $\therefore a > 0$.

(2) h 关于 a 的函数是反比例函数,比例系数是 $k = 20$.

(3)把 $a = 2.5$ 代入 $h = \frac{20}{a}$,得

$$h = \frac{20}{2.5}, \therefore h = 8(\text{cm}).$$

[第 6 页作业题]

1. 解:(1)所需的时间 t 与平均速度 v 成反比例.

(2)圆的周长 l 与圆的半径 r 成正比例.

(3)圆的面积 S 与圆的半径 r 既不成正比例,也不成反比例.

(4)当电压一定时,电器的功率 P 与电阻 R 成反比例.

2. 解: (1) $y = \frac{\pi}{x}$ 是反比例函数, 比例系数是 π .

(2) $y = \sqrt{2}x$ 不是反比例函数.

(3) $y = -\frac{4}{x}$ 是反比例函数, 比例系数是 -4 .

(4) $y = \frac{k}{x^2}$ ($k \neq 0$) 不是反比例函数.

3. 解: (1) 反比例函数 $y = -\frac{12}{x}$ 的比例系数是 -12 , 自变量 x 的取值范围为 $x \neq 0$ 的一切实数.

(2) 把 $x = -3$ 代入 $y = -\frac{12}{x}$, 得 $y = -\frac{12}{-3} = 4$.

(3) 把 $y = -\sqrt{3}$ 代入 $y = -\frac{12}{x}$, 得 $-\sqrt{3} = -\frac{12}{x}$, 解得 $x = 4\sqrt{3}$.

4. 解: 由路程 = 速度 $\times$ 时间可知, $v \times t = 200$, $\therefore v = \frac{200}{t}$. 当 $t = 1.8$ 时, $v = \frac{200}{1.8} \approx 111$ (km/h).

答: v 关于 t 的函数解析式为 $v = \frac{200}{t}$. 若汽车行驶全程用了 1.8 h, 则汽车的平均速度约为 111 km/h.

5. 解: (1) 根据杠杆原理: 动力 $\times$ 动力臂 = 阻力 $\times$ 阻力臂, 可得 $p \times d \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 250 \times 1.2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$, 即 $250 \times 1.2 = p \times d$, $\therefore p = \frac{300}{d}$.

所以 p 关于 d 的函数解析式为 $p = \frac{300}{d}$.

(2) 把 $d = 2.4$ 代入 $p = \frac{300}{d}$, 得 $p = \frac{300}{2.4} = 125$ (N).

即当 $d = 2.4$ m 时, 杆的另一端所加压力为 125 N.

6. 解: 由 $(x+y)^2 = x^2 + y^2 - 2$, 得 $x^2 + 2xy + y^2 = x^2 + y^2 - 2$, 整理得 $2xy = -2$, $\therefore x \cdot y = -1$, 所以 x, y 成反比例.

[第8页课内练习]

1. 解: $\because y$ 是关于 x 的反比例函数, $\therefore$ 可设 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$), 把 $x = -\frac{3}{4}$, $y = 2$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $2 = \frac{k}{-\frac{3}{4}}$,

$$\therefore k = -\frac{3}{2}.$$

$\therefore$ 函数的解析式为 $y = -\frac{3}{2x}$, 自变量 x 的取值范围为 $x \neq 0$ 的一切实数.

2. A 提示: $\frac{1}{2}k_1 = 2k_2$, $\therefore k_1 : k_2 = 4 : 1$.

3. 解: (1) 由题意可设 $y = k_1 z$, $z = \frac{k_2}{x}$,

$$\therefore y = k_1 \times \frac{k_2}{x} = \frac{k_1 \cdot k_2}{x} \quad (k_1, k_2 \text{ 为常数}, k_1 \neq 0, k_2 \neq 0).$$

把 $x = -4$, $z = 3$ 代入 $z = \frac{k_2}{x}$, 得 $3 = \frac{k_2}{-4}$, $\therefore k_2 = -12$.

把 $x = -4$, $y = -4$, $k_2 = -12$ 代入 $y = \frac{k_1 \cdot k_2}{x}$, 得

$$-4 = \frac{k_1 \times (-12)}{-4}, \text{ 解得 } k_1 = -\frac{4}{3},$$

$$\therefore y = \frac{\left(-\frac{4}{3}\right) \times (-12)}{x}, \text{ 即 } y = \frac{16}{x}.$$

(2) 把 $z = -1$ 代入 $y = k_1 z = -\frac{4}{3}z$, 得

$$y = -\frac{4}{3} \times (-1) = \frac{4}{3}.$$

$$\therefore z = \frac{-12}{x}, \therefore \text{ 当 } z = -1 \text{ 时}, -1 = \frac{-12}{x}, \therefore x = 12.$$

$$\text{即当 } z = -1 \text{ 时}, x = 12, y = \frac{4}{3}.$$

[第9页作业题]

1. -4 提示: 把 $x = \sqrt{2}$, $y = -2\sqrt{2}$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $-2\sqrt{2} = \frac{k}{\sqrt{2}}$, $\therefore k = -4$.

2. 解: (1) 当电压 U 不等于 0 且 U 为常数时, 功率与电阻成反比例.

(2) 由 $P = \frac{U^2}{R}$, 得 $25 = \frac{220^2}{R}$, $\therefore R = 1936$ (Ω). 又 $\because I = \frac{U}{R}$, 其中 $U = 220$, $R = 1936$, $\therefore I = \frac{5}{44}$ (A).

即通过钨丝的电流为 $\frac{5}{44}$ A.

3. 解: 由 $P = \frac{U^2}{R}$ 得, 当电压 U 和电阻 R 增大 1 倍时,

$$P = \frac{(2U)^2}{2R} = \frac{2U^2}{R}, \text{ 即功率将增大 1 倍.}$$

4. 解: (1) $\because x$ 与 y 成反比例, $\therefore$ 可设 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$).

$$\text{把 } x = -\frac{3}{4}, y = \frac{4}{3} \text{ 代入 } y = \frac{k}{x}, \text{ 得 } \frac{4}{3} = \frac{k}{-\frac{3}{4}}, \therefore k = -1.$$

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为 $y = -\frac{1}{x}$.

$$(2) \text{ 把 } x = -\frac{2}{3} \text{ 代入 } y = -\frac{1}{x}, \text{ 得 } y = \frac{-1}{-\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}.$$

5. 解: (1) $\because$ 菱形的面积 = $\frac{1}{2} \times$ 两对角线的积,

$$\therefore S_{\text{菱形}} = \frac{1}{2} \times 7.5 \times 8 = 30.$$

$$\therefore \frac{1}{2}x \cdot y = 30, \therefore y = \frac{60}{x}.$$

$\therefore$ 这个函数是反比例函数, 比例系数为 60.

$$(2) \text{ 当 } x = 5 \text{ 时}, y = \frac{60}{5} = 12 \text{ (cm).}$$

6. 解: (1) $x_1 y_1 = x_2 y_2$ 成立. 因为 $xy = k$ (k 为常数, $k \neq 0$).

(2) $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$ 不成立. 因为由此等式不能得到 $x \cdot y = k$ (k 为常数, $k \neq 0$).

(3) $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ 不成立. 因为由此等式不能得到 $x \cdot y = k$ (k 为常数, $k \neq 0$).

(4) $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$ 成立. 等式可变形为 $x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2$, 故原式成立.

1.2 反比例函数的图象和性质

学习目标·考纲解读

- (1) 进一步熟悉描点法画函数图象的主要步骤, 会用描点法画反比例函数的图象;
- (2) 体会函数的三种表示方法的相互转化;
- (3) 掌握反比例函数的图象的特征及主要性质;
- (4) 能正确运用反比例函数的性质解决有关问题.

1 知识·能力聚焦

1. 双曲线的概念

一次函数的图象是一条直线, 反比例函数的图象是双曲线.

反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象是

由两个分支组成的曲线. 这两个分支分别位于第一象限和第三象限或第二象限和第四象限.

反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象的

两个分支关于原点成中心对称.

因为反比例函数中自变量不等于0, 函数值也不等于0. 所以反比例函数的图象与 x 轴、 y 轴无限接近, 但永远不与坐标轴相交.

2. 反比例函数图象的画法(描点法)

(1) 画反比例函数的图象的基本步骤:

①列表: 自变量的取值应以 O 为中心, 沿 O 的两侧取三对(或三对以上)互为相反数的值, 如1和-1, 2和-2, 3和-3等等, 填 y 的值时, 只需计算右侧的函数值, 如分别计算 $x = 1, 2, 3$ 时 y 的值, 那么 $x = -1, -2, -3$ 时的函数值应是与之对应的相反数;

②描点: 以表中各组对应值(自变量的值为横坐标, 对应的函数值为纵坐标)为点的坐标, 在直角坐标系中描出相应的点;

③连线: 按照自变量由小到大的顺序, 用光滑曲线连接各点并延伸, 得到图象的两个分支.

注意: a. 反比例函数的图象是双曲线, 两条曲线是平滑的, 两个分支是断开的, 不要只画一个分支, 而忘了画另一个分支.

名师诠释

[考题1] 画出反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 与 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象.

[解析] 反比例函数的图象是双曲线, 它有两个分支, 这两个分支分别位于第一、三象限, 或第二、四象限, 它们关于原点对称.

[解] 列表:

x	...	-6	-5	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	5	6	...
$y = \frac{6}{x}$	...	-1	-1.2	-1.5	-2	-3	-6	6	3	2	1.5	1.2	1	...
$y = -\frac{6}{x}$	...	1	1.2	1.5	2	3	6	-6	-3	-2	-1.5	-1.2	-1	...

描点与连线, 如图1-2-1所示和图1-2-2所示:

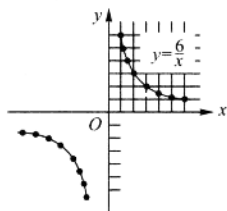


图1-2-1

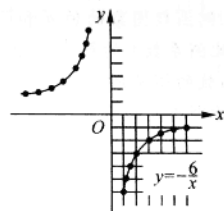


图1-2-2

[考题2] 已知圆柱体体积不变, 它的高 $h = 12.5$ cm 时, 底面积 $S = 20$ cm².

(1) 求 S 与 h 的函数关系式;

(2) 画出图象;

(3) 求当高 $h = 5$ cm 时, 底面积 S 的值.

[解析] (1) 由圆柱体体积 = 圆柱的底面积 $\times$ 高可知 S 与 h 的函数关系式; (2) 依据画反比例函数图象的步骤画图; (3) 实际上是求函数值.

[解] (1) $\because$ 圆柱体体积不变时, 它的底面积 S 与高 h 成反比例.

设 $S = \frac{k}{h} (k \neq 0)$, 将 $h = 12.5$ cm 和 $S = 20$ cm² 代入, 得 $20 = \frac{k}{12.5}$,

$\therefore k = 250$. $\therefore$ 所求的函数关系式为 $S = \frac{250}{h} (h > 0)$.

(2) $\because h > 0$,

列表如下:

h (cm)	...	10	$12\frac{1}{2}$	15	$16\frac{2}{3}$	20	25	...
S (cm ²)	...	25	20	$16\frac{2}{3}$	15	$12\frac{1}{2}$	10	...