

“十一五”国家重点图书出版规划项目

2

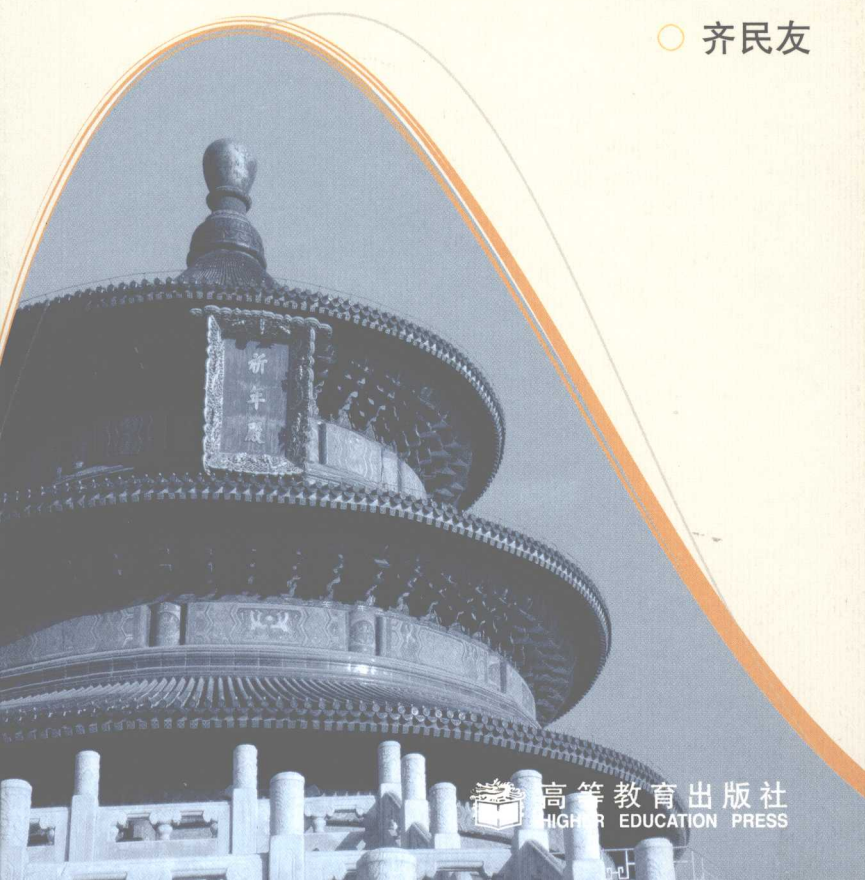
□ 数学文化小丛书

李大潜 主编

遥望星空（二）

——牛顿·微积分·万有引力定律的发现

○ 齐民友



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

“十一五”国家重点图书出版规划项目

数学文化小丛书

李大潜 主编

遥望星空(二)

——牛顿·微积分·万有
引力定律的发现

齐民友

高等教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

遥望星空. 2. 牛顿·微积分·万有引力定律的发现 / 齐民友. —北京: 高等教育出版社, 2008. 6

(数学文化小丛书 / 李大潜主编)

ISBN 978-7-04-023837-2

I. 遥… II. 齐… III. ①微积分—普及读物②万有引力定律—普及读物 IV. O172-49 O314-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 057176 号

策划编辑	李蕊	责任编辑	崔梅萍
封面设计	王凌波	责任绘图	杜晓丹
版式设计	王艳红	责任校对	姜国萍
责任印制	韩刚		

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100120	网址	http://www.hep.edu.cn
总机	010-58581000		http://www.hep.com.cn

经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	http://www.landaco.com
印 刷	北京鑫丰华彩印有限公司		http://www.landaco.com.cn
		畅想教育	http://www.widedu.com

开 本	787×960 1/32	版 次	2008年6月第1版
印 张	3.25	印 次	2008年6月第1次印刷
字 数	57 000	定 价	10.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 23837-00

数学文化小丛书编委会

顾问：谷超豪（复旦大学）
项武义（美国加州大学伯克利分校）
姜伯驹（北京大学）
齐民友（武汉大学）
王梓坤（北京师范大学）

主编：李大潜（复旦大学）

副主编：王培甫（河北师范大学）
周明儒（徐州师范大学）
李文林（中国科学院数学与系统科学研究院）

编辑工作室成员：赵秀恒（河北经贸大学）
王彦英（河北师范大学）
张惠英（石家庄市教育科学研究所）
杨桂华（河北经贸大学）
周春莲（复旦大学）

本书责任编辑：王培甫

数学文化小丛书总序

整个数学的发展史是和人类物质文明和精神文明的发展史交融在一起的。数学不仅是一种精确的语言和工具、一门博大精深并应用广泛的科学,而且更是一种先进的文化。它在人类文明的进程中一直起着积极的推动作用,是人类文明的一个重要支柱。

要学好数学,不等于拼命做习题、背公式,而是要着重领会数学的思想方法和精神实质,了解数学在人类文明发展中所起的关键作用,自觉地接受数学文化的熏陶。只有这样,才能从根本上体现素质教育的要求,并为全民族思想文化素质的提高夯实基础。

鉴于目前充分认识到这一点的人还不多,更远未引起各方面足够的重视,很有必要在较大的范围内大力进行宣传、引导工作。本丛书正是在这样的背景下,本着弘扬和普及数学文化的宗旨而编辑出版的。

为了使包括中学生在内的广大读者都能有所收益,本丛书将着力精选那些对人类文明的发展起过重要作用、在深化人类对世界的认识或推动人类对世界的改造方面有某种里程碑意义的主题,由学有专长的学者执笔,抓住主要的线索和本质的内容,由浅入深并简明生动地向读者介绍数学文化的丰富内涵、数学文化史诗中一些重要的篇章以及古今中外

一些著名数学家的优秀品质及历史功绩等内容。每个专题篇幅不长,并相对独立,以易于阅读、便于携带且尽可能降低书价为原则,有的专题单独成册,有些专题则联合成册。

希望广大读者能通过阅读这套丛书,走近数学、品味数学和理解数学,充分感受数学文化的魅力和作用,进一步打开视野,启迪心智,在今后的学习与工作中取得更出色的成绩。

李大潜

2005年12月

郑 重 声 明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581896/
58581879

反盗版举报传真：(010) 82086060

E - mail: dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街 4 号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编：100120

购书请拨打电话：(010) 58581118

目 录

一、引子	1
二、牛顿的生平	4
三、牛顿和微积分	18
切线问题	24
极大极小问题	27
数苑漫游(一)椭圆	30
积分学与微积分的基本定理	35
数苑漫游(二)牛顿与 π	47
微积分的严格性问题	50
四、万有引力的发现与证明	61
数苑漫游(三)苹果和月亮	62
数苑漫游(四)用一点向量	70
附录 由万有引力定律到开普勒第一定律	79
五、结束语	92

一、引子



图1 牛顿

这是英国诗人和版画家布莱克(William Blake, 1757—1827)画的牛顿。他背靠着象征理性的巨石,而在其基础上,绘出宇宙的蓝图。但是布莱克并不承认人的理性可以理解甚至超越上帝

这本书是《遥望星空(一)》的续篇。在上篇的结尾,我们讲到了怎样解释开普勒三大定律的问题,而且指出了正是牛顿发现了万有引力定律解决了这个问题。而在发现万有引力定律并用它来解决这个问题的过程中,牛顿和一批伟大数学家所系统创立的微积分充分展示了数学的伟力。微积分可以说是数

学中自欧几里得《几何原本》以后最重要的创造。本书的目的就是介绍这个伟大的故事。关于牛顿，我们先来引述蒲柏(Alexander Pope, 1688—1744, 著名的英国诗人)关于牛顿的名句：

大自然和它的规律深藏在黑暗中，
上帝说，要有牛顿，普天大放光明。

(Nature and nature's laws lay hid in night:
God said, Let Newton be! And all was light.)

其实，全诗就只有这两句，诗的标题是 *Intended for Sir Isaac Newton, in Westminster Abbey (1735)*，不妨译为“访威斯特敏斯特寺牛顿墓”。蒲柏常写这种体裁的诗。这首诗很像是为牛顿写墓志铭，而且明显的是模仿《圣经》创世纪第一章的第三节：

神说，要有光，就有了光。

(And God said, let there be light:
and there was light.)

牛顿是伟大的。在前一本书里我们引用了伽利略关于哲学是写在大自然这本书里的这句名言，而爱因斯坦接着说：“大自然对于牛顿是一本打开了的书，那里的字他读起来毫不费力。”牛顿可以说是第一个系统地展现了宇宙的根本规律或法则从而使得普天之下大放光明的科学家。牛顿的伟大创造实现了科学史上的第一次伟大的综合。然而，对于牛顿，上帝仍然是宇宙的主宰者，只不过上帝是按照数学的法则创造了世界。牛顿还有所有其他科学家，如哥白尼、开普勒、伽利略则只是发现了上帝的旨意。牛顿如他自己所说，是站在哥白尼、开普勒、伽利略这

些巨人的肩上，所以他达到了一个前所未有的高度，他是理性时代的第一人。这是经济学家凯恩斯的话。但是，在总的世界观上他也和哥白尼、开普勒、伽利略这些巨人一样，没有也不可能超越自己的时代。甚至，他更深地受到宗教神学的影响，所以凯恩斯又说，牛顿是旧时代的最后一人，是巫术时代最后的术士。凯恩斯在退休而淡出经济学圈子以后，用很大力量研究牛顿的手稿，这就是他的结论。那么，应该怎样看待牛顿呢？我们首先需要介绍一下牛顿的生平。

二、牛顿的生平

牛顿(Isaac Newton)于1643年1月4日^①生于林肯郡(Lincolnshire)格兰瑟姆(Grantham)附近的伍尔索普庄园(Woolsthorpe Manor)。他是遗腹子，父亲也叫Isaac Newton。三岁时，牛顿的母亲改嫁了，牛顿就和外婆生活在伍尔索普庄园。不几年后，继父也去世了，母亲就带着后夫的三个孩子，回到伍尔索普庄园，一大家人住在一起。在当时，这个家庭应该算是殷实之家了。然而牛顿的生活是孤独的，如孤儿一般。这与牛顿后来孱弱的身体和内向孤僻的性格有很大关系。这个家庭当然完全谈不上对牛顿的教育，母亲对他的希望也只是做一个富裕的农民而已。所以要想从她手上抠出读书的钱并非易事。但牛顿在中学毕业以后却是一心想要进大学，虽然没有任何资料说明牛顿已经表现出过人的才智。这时，牛顿的舅舅支持了牛顿，所以才进了剑桥大学三一学院(Trinity College)，时为1661年6月，也就是康熙皇帝继位前一年。把科学史上的年代与我国历史大事的编年做一个对照是很有趣的事。这样，我们就可

^① 这是按通用的格列高利历计算的。由于英国国王一直和教皇闹别扭，而在1700年前一直使用旧历(即儒略历)，而按旧历计算，牛顿的生日是1642年12月25日。现在的文献中，两种说法都有。

以更真切地体会到,我国在科学上是怎样落后下来的。

现在关于牛顿在剑桥大学学习的情况所知不多。可以肯定的是,当时的剑桥大学是由亚里士多德的学说统治的。但是,剑桥大学有一个很大的图书馆,牛顿也有充分的余暇,他特别专注攻读笛卡儿、伽桑地(Pierre Gassendi, 1592—1645, 法国哲学家与天文学家)、霍布士(Thomas Hobbes, 1588—1679, 著名的英国哲学家,唯物论机械论者)、玻意耳^①等人的著作。这些学者共同的特点是主张机械论。这对于牛顿后来的哲学立场自然有深刻的影响。也正是从这种机械论的立场出发,牛顿完全接受了哥白尼、开普勒和伽利略关于太阳系的日心说理论。他仔细地分析过这些伟大先行者的著作,包括他们的数据和各种结论。他几乎读遍了剑桥大学三一学院图书馆中的全部伽利略的著作。但是,那里可找不到伽利略的两本最基本的著作,即《两大世界体系》和《两门新科学》。因为剑桥大学三一学院图书馆的负责人仍然感到收藏这两本禁书要冒很大的风险。天主教教义对当时人们的思想统治之严酷,不是我们今天可以想象得到的。关于牛顿在哲学方面所受到的影响,还有另一方面。当时剑桥大学最著名的哲学家亨利·摩尔(Henry More, 1614—1687)属于所谓

^① Robert Boyle, 1627—1791, 英国物理学家,也是坚定的机械论者和实验科学的先行者。他主张原子论,而反对亚里士多德的四元素说。他的基本著作《怀疑的化学家》(*Sceptical Chymist*, 1661)的基本思想,就是在机械论的基础上,把化学建成一门有系统的科学。他在科学方法论上对于当时英国学术界有很大的影响。他也是伦敦皇家学会的创立者之一。

新柏拉图主义，他们一方面承认有一个机械论性质的宇宙，但是上帝是存在的，他通过一种“自然的精神(spirit of Nature)”控制着机械论性质的宇宙。这一点对于牛顿似乎也是有影响的，而且亨利·摩尔恰好代表这种思想的神秘的通神的(theosophic)一面。

牛顿在什么时候开始对数学有了特别的兴趣，现在可考的事实不多。除了知道他认真研读过欧几里得等希腊数学家以及笛卡儿等人的著作外，还有一点可以肯定，就是巴罗 (Isaac Barrow, 1630—1677) 对他的影响。巴罗既是数学家，也是神学家。而且1663年起担任三一学院的卢卡斯讲座教授 (Lucasian Professor)，这个讲座是由亨利·卢卡斯 (Henry Lucas) 于1663年捐资建立的。巴罗是第一任卢卡斯讲座教授。继任者就是牛顿。由于继任者中很多是深刻影响甚至决定一个时代数学和物理学 (准确些说是数学物理学 (mathematical physics)) 的发展的重要科学家，所以现在卢卡斯讲座教授就成了一个威望极高的学术职位。巴罗在三一学院曾经作过一系列讲演 (1664—1669)，后来编辑成为三本书《光学讲义》(*Lectiones Opticae*, 1669)，《几何学讲义》(*Lectiones Geometricae*, 1670) 和《数学讲义》(*Lectiones Mathematicae*, 1683)。巴罗本人并没有自己编书，而是由牛顿等人编撰发表的。毫无疑问的是，巴罗的意图是想决定数学在三一学院的发展方向，因此，这几本书内容都是有关那个时代数学物理学的最重要的问题。例如在《几何学讲义》里就包含了切线问题，这是当时数学发展的关键问题。切线的研究，既得

到当时巴罗本人的关注，又是伽利略和他的学生们如托里拆利等人研究的继续，也是后来牛顿的研究的起点。当然牛顿也用了很大精力来研究诸如瓦里斯(John Wallis, 1616—1703, 对于微积分的建立有独创贡献的英国数学家)、詹姆士·格里高利 (James Gregory, 1638—1675, 苏格兰数学家，他关于无穷级数的研究对于微积分的建立，对于牛顿的研究有着特别重要的影响) 等人的数学著作。从以上的叙述中可以明显地看到，牛顿在剑桥大学三一学院的这几年，在科学思想、科学方法和数学物理方面都已经融入当时科学发展的主流。他的世界观也成为宗教神学和机械论的混合物。

牛顿在三一学院这种学术氛围中，真是如鱼得水。他如饥似渴地吸收着科学知识的营养，浸润在科学精神的熏陶中。关于他的工作的一个突出的例证，是他那几年留下的《哲学笔记簿》。他一到剑桥大学，就买了一本笔记簿，记录各种事情和自己的读书心得等，而关于哲学的这一部分是最重要的，所以时常被称为《哲学笔记簿》。他为这一部分题写的标题是 *Quaestiones Quaedam Philosophicae* (若干哲学问题)，一开始就是牛顿自己写的一段话：柏拉图是我的朋友，亚里士多德也是我的朋友，但是我最好的朋友是真理。笔记簿里记录了许多问题，而且有一些还附有牛顿的说明、批注甚至是小文章。例如有“水与盐的本质”，“磁的吸引力”，“太阳、恒星、行星与彗星的本质”，“浮力与重力的本质”，等等。这些问题一定程度上表现了牛顿后来的研究方向。笔记簿

里还不时记载着对于亨利·摩尔的崇敬和他对一些问题的看法。

到了1665年,发生了一件大事。一场大瘟疫在英国爆发了。牛顿回到伍尔索普庄园逃避瘟疫。他在这里住了18个月才又回到三一学院。可是,这18个月对于牛顿的一生具有特殊的意义。有一段被广泛引用的据说是牛顿的话(作者未能找到正式的出处,下面只好据其他文献改写):“1665年初得到二年级级数。5月重新发现了格列高利和斯鲁斯(René Francois Sluse, 1622—1685, 比利时数学家)作切线的方法(即微分法)^①。11月,提出流数法(即微分法)。1666年1月,发现色彩的理论。5月开始研究反流数法(即积分法)。同年开始研究月球运行问题。根据开普勒第三定律,推论出太阳对行星的引力,应该与距离的平方成反比。比较维持月球在轨道上所需的力与物体在地面上所受的重力,发现二者非常接近。实际上这就是万有引力定律。”著名的关于苹果的故事就发生在这个时期。其实在这短短的岁月中(他自己说是他的黄金岁月),他完成的远不止此。例如他关于算法的思想是十分深刻的,直到今天仍不失其意义。可以说,除了莱布尼茨及其追随者的贡献以外,当时关于微积分的成就都已被牛顿吸收。牛顿对于光学的伟大贡献,也是从这时开始的。图2中的那些纪念邮票,其实,都是从这个时期开始的伟大业绩。

^① 括号里的文字是作者加的,下同。



图 2 纪念邮票

1987 年, 为了纪念牛顿《原理》一书出版 300 周年, 英国发行了一套纪念邮票, 表彰他对于人类的贡献

1667 年瘟疫过去以后, 剑桥大学又重新开学了, 牛顿也回到了三一学院。在接下来的一两年里, 他得到了学位和Fellow^①的职务, 这本来都是题中之义。

① fellow一词有多种用法。以牛顿为例, 他在剑桥毕业以后, 成了 fellow, 其实是最初级的教职, 所以不妨称为“研究助教”。在其他大学, 可能学有所成的人也是 fellow, 则不妨称为“研究员”。皇家学会的“会员”也叫 fellow: Fellow of the Royal Society. 因为很难找到对应的中文说法, 所以这里直接使用了英文字。