

安徽省高等学校“十一五”省级规划教材  
安徽省高等学校省级精品课程教材

# 运筹学

OPERATIONS RESEARCH

► 陈华友 / 主编

中国科学技术大学出版社

022  
95

安徽省高等学校“十一五”省级精品教材

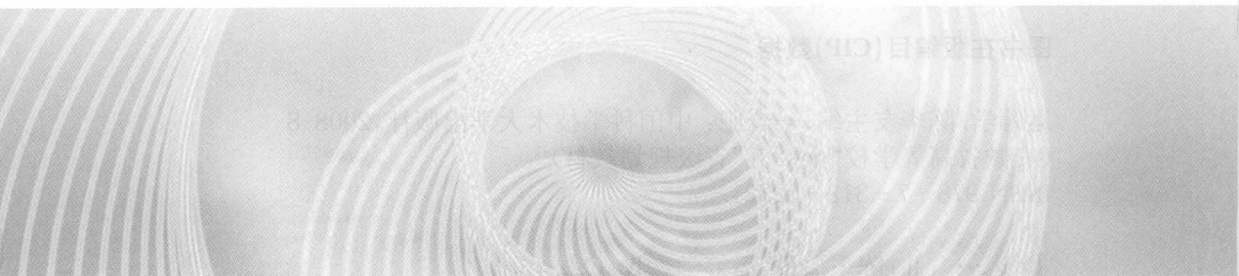
安徽省高等学校省级精品课程教材

# 运筹学

Operations Research

主编 / 陈华友

副主编 / 杨桂元 周礼刚



ISBN 7-302-10088-8

中国 ISBN 中心

定价：32.00元

ISBN 7-302-10088-8

定价：32.00元

ISBN 7-302-10088-8

定价：32.00元

ISBN 7-302-10088-8

定价：32.00元

ISBN 7-302-10088-8

定价：32.00元

ISBN 7-302-10088-8

定价：32.00元

中国科学技术大学出版社

## 内 容 简 介

本书是安徽省高等学校“十一五”省级规划教材,是安徽省高等学校省级本科精品课程《运筹学》和安徽高等学校省级教学研究项目(2007jyxm177)的部分成果的总结。本书的内容包括:线性规划及其扩展、线性规划的对偶理论与灵敏度分析、整数规划、非线性规划、动态规划、图与网络分析、排队论、存贮论、决策论、对策论、预测。本书力求表现运筹学理论上的系统性和新颖性及其良好的应用前景,阐述运筹学基本原理和方法,同时介绍了求解运筹学模型的 LINGO 软件和 MATLAB 软件。为了便于读者理解和掌握书中的内容,每章都配有适量的习题。

本书可作为高等学校应用数学、统计学、运筹与控制、系统工程等专业的本科生或工商管理专业研究生以及 MBA 研究生的教材,也可作为工程技术人员、管理人员和相关学者的参考书。

## 图书在版编目(CIP)数据

运筹学/陈华友主编. —合肥:中国科学技术大学出版社,2008.8  
(安徽省高等学校“十一五”省级规划教材)  
ISBN 978-7-312-02321-7

I. 运… II. 陈… III. 运筹学 IV. O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 104610 号

精品课程网址 <http://jwc.ahu.edu.cn/jpkc/2007/>

出版发行 中国科学技术大学出版社

安徽省合肥市金寨路 96 号,230026

网址: <http://press.ustc.edu.cn>

印 刷 安徽辉隆农资集团瑞隆印务有限公司

经 销 全国新华书店

开 本 710 mm×960 mm 1/16

印 张 27.25

字 数 534 千

版 次 2008 年 8 月第 1 版

印 次 2008 年 8 月第 1 次印刷

定 价 39.00 元

# 前 言

运筹学是近几十年发展起来的一门新兴学科。它是用数学方法研究各种系统最优化问题的学科。应用运筹学目的是通过求解系统最优化问题,从而为决策者制定合理运用人力、物力、财力的最优方案。运筹学已广泛应用于工业、农业、交通运输、商业、国防、政府机关等各个部门和领域。

运筹学有 4 个方面的基本特征。一是运筹学使用数量分析方法,它通过建立数学模型及其求解得到实际问题的最优决策方案。二是运筹学具有系统的整体性。其研究问题是从系统的观点出发,研究全局性的问题,寻求整体利益的优化协调方案。三是运筹学具有学科交叉的特性。其研究问题具有领域的多学科性、应用方法的多学科性、团队的多学科性等。四是运筹学具有理论和应用结合特性,它是一门应用性很强的学科。特别是随着社会主义市场经济的发展,运筹学在中国的管理实践中显得更加重要。

本书的内容包括:线性规划及其扩展、线性规划的对偶理论与灵敏度分析、整数规划、非线性规划、动态规划、图与网络分析、排队论、存贮论、决策论、对策论、预测。通过本课程的学习,可以使大学生掌握常用的运筹学的基本概念、基本理论与基本方法,能用运筹学的理论与方法及借助计算机软件,对现实生活中工程、经济、管理等领域的一些典型问题进行分析、建模与求解,培养与提升学生分析和解决实际问题的能力以及利用计算机进行辅助决策的能力,并为进一步学习与掌握现代运筹学奠定必要的理论基础。

目前应用数学、概率统计、系统工程、工商管理、技术经济管理等专业的大学生和研究生均开设了运筹学的课程。因此出版关于运筹学方面的教材就十分必要了。安徽大学的《运筹学》课程于 2007 年被评为安徽省高等学校省级本科精品课程,因此我们产生一个动议,根据多年来的教学实践和经验编写一本《运筹学》教材。同年我们和中国科学技术大学出版社联合申报《运筹学》为安徽省高等学校

“十一五”省级规划教材,该书申报成功,被列为安徽省高等学校“十一五”省级规划教材。同时本书也是安徽高等学校省级教学研究项目(2007jyxm177)和安徽省优秀青年科技基金资助项目(08040106835)的部分研究成果之一。

在编写过程中我们注意到以下两个方面:一是力求理论上的系统性和新颖性。二是考虑到运筹学具有良好的应用前景,增加一些 LINGO 软件和 MATLAB 软件的介绍,尽量做到理论和应用的统一。

本书内容适合数学与应用数学专业的特点和要求,同时也兼顾管理、系统工程等专业的要求,可作为高等学校应用数学、统计学、运筹与控制、系统工程等专业的本科生或工商管理专业研究生以及 MBA 研究生的教材,也可作为工程技术人员、管理人员和相关学者的参考书。

本书共分 11 章。陈华友教授编写第 0 章、第 3 章、第 8 章、第 9 章、第 10 章、第 11 章,杨桂元教授编写第 1 章、第 2 章,周礼刚老师编写第 4 章、第 5 章、第 6 章、第 7 章。由陈华友教授负责全书的统稿和定稿工作。尽管我们为提高教材的质量作了不少努力,但是由于编者学识水平有限,书中难免存在缺点和错误,欢迎同行专家和读者不吝赐教,以便今后进一步修改和完善。

在本书的编写过程中,编者参考了国内外大量的相关文献资料,书末附有主要参考文献。在本书的编辑出版过程中,我们得到了安徽大学“211 工程”教材出版基金的资助,我们在此对为本书的出版作出帮助的单位和个人表示衷心的感谢!

编者

2008 年 5 月

# 目 录

|                            |        |
|----------------------------|--------|
| 前言 .....                   | ( I )  |
| 第 0 章 绪论 .....             | ( 1 )  |
| 0.1 运筹学及其发展简史 .....        | ( 1 )  |
| 0.2 运筹学的主要分支 .....         | ( 4 )  |
| 0.3 运筹学的特点及分析问题的一般过程 ..... | ( 6 )  |
| 0.3.1 运筹学的特点 .....         | ( 6 )  |
| 0.3.2 运筹学分析问题的一般程序 .....   | ( 7 )  |
| 第 1 章 线性规划及其扩展 .....       | ( 9 )  |
| 1.1 线性规划问题及模型 .....        | ( 9 )  |
| 1.1.1 线性规划问题建模举例 .....     | ( 9 )  |
| 1.1.2 线性规划问题的数学模型 .....    | ( 17 ) |
| 1.2 线性规划的解与性质 .....        | ( 20 ) |
| 1.2.1 两个变量线性规划问题的图解法 ..... | ( 20 ) |
| 1.2.2 线性规划问题的基本概念 .....    | ( 23 ) |
| 1.2.3 凸集及其性质 .....         | ( 26 ) |
| 1.2.4 线性规划问题解的性质 .....     | ( 27 ) |
| 1.3 单纯形法 .....             | ( 30 ) |
| 1.3.1 单纯形方法的基本思路 .....     | ( 30 ) |
| 1.3.2 单纯形方法 .....          | ( 35 ) |
| 1.4 单纯形法的进一步讨论 .....       | ( 46 ) |
| 1.4.1 最优解不唯一的情况 .....      | ( 46 ) |
| 1.4.2 求目标函数最小值的情况 .....    | ( 49 ) |
| 1.4.3 人工变量法 .....          | ( 50 ) |

|                                    |                |
|------------------------------------|----------------|
| 1.5 应用 LINGO、MATLAB 软件求解线性规划 ..... | ( 59 )         |
| 1.5.1 应用 LINGO 软件求解线性规划 .....      | ( 59 )         |
| 1.5.2 应用 MATLAB 软件求解线性规划 .....     | ( 62 )         |
| 习题 1 .....                         | ( 66 )         |
| <b>第 2 章 线性规划的对偶理论与灵敏度分析 .....</b> | <b>( 72 )</b>  |
| 2.1 线性规划的对偶问题 .....                | ( 72 )         |
| 2.1.1 对偶线性规划问题 .....               | ( 72 )         |
| 2.1.2 对偶表与对偶原理 .....               | ( 75 )         |
| 2.2 对偶线性规划问题的性质 .....              | ( 79 )         |
| 2.3 对偶单纯形方法 .....                  | ( 83 )         |
| 2.3.1 对偶可行基的概念 .....               | ( 84 )         |
| 2.3.2 对偶单纯形方法 .....                | ( 84 )         |
| 2.4 灵敏度分析 .....                    | ( 88 )         |
| 2.4.1 目标函数系数的灵敏度分析 .....           | ( 89 )         |
| 2.4.2 约束条件右端常数项的灵敏度分析 .....        | ( 91 )         |
| 2.4.3 增加新变量的灵敏度分析 .....            | ( 93 )         |
| 2.4.4 增加约束条件的灵敏度分析 .....           | ( 94 )         |
| 2.4.5 参数线性规划简介 .....               | ( 96 )         |
| 2.5 影子价格 .....                     | ( 98 )         |
| 2.5.1 对偶变量的经济解释——影子价格 .....        | ( 98 )         |
| 2.5.2 资源影子价格的灵敏度分析 .....           | ( 99 )         |
| 2.6 线性规划应用案例 .....                 | ( 101 )        |
| 2.6.1 经理会议建议的分析 .....              | ( 101 )        |
| 2.6.2 汽油配料模型 .....                 | ( 103 )        |
| 2.6.3 连续投资问题 .....                 | ( 104 )        |
| 2.6.4 物资供应问题 .....                 | ( 107 )        |
| 2.6.5 多工厂模型 .....                  | ( 109 )        |
| 习题 2 .....                         | ( 110 )        |
| <b>第 3 章 整数规划 .....</b>            | <b>( 115 )</b> |
| 3.1 整数规划的数学模型 .....                | ( 115 )        |

|                                                |              |
|------------------------------------------------|--------------|
| 3.1.1 整数规划的数学模型的一般形式 .....                     | (115)        |
| 3.1.2 整数线性规划的例子 .....                          | (116)        |
| 3.1.3 整数线性规划的解的特点 .....                        | (118)        |
| 3.2 割平面方法 .....                                | (119)        |
| 3.2.1 割平面法的基本思想 .....                          | (119)        |
| 3.2.2 生成割平面条件的方法 .....                         | (120)        |
| 3.2.3 割平面法的计算步骤 .....                          | (121)        |
| 3.3 分支定界方法 .....                               | (123)        |
| 3.3.1 分支定界方法的基本思路 .....                        | (123)        |
| 3.3.2 分支定界法求解整数规划问题的步骤(以求最大化的整数<br>规划为例) ..... | (124)        |
| 3.3.3 分支定界法的应用举例 .....                         | (125)        |
| 3.4 0-1 规划 .....                               | (127)        |
| 3.4.1 0-1 变量及其应用 .....                         | (127)        |
| 3.4.2 0-1 规划的解法 .....                          | (129)        |
| 3.5 指派问题 .....                                 | (129)        |
| 3.5.1 指派问题的数学模型 .....                          | (129)        |
| 3.5.2 指派问题的解法——匈牙利解法 .....                     | (130)        |
| 3.5.3 标准指派问题的举例 .....                          | (131)        |
| 3.5.4 非标准形式指派问题 .....                          | (133)        |
| 3.6 应用 LINGO 软件求解整数规划 .....                    | (134)        |
| 习题 3 .....                                     | (135)        |
| <b>第 4 章 非线性规划 .....</b>                       | <b>(138)</b> |
| 4.1 非线性规划的数学模型 .....                           | (138)        |
| 4.1.1 非线性规划问题的数学模型 .....                       | (138)        |
| 4.1.2 非线性规划的基本概念 .....                         | (140)        |
| 4.1.3 海赛(Hesse)矩阵与二次型 .....                    | (141)        |
| 4.2 凸函数与凸规划 .....                              | (144)        |
| 4.2.1 凸函数及其性质 .....                            | (144)        |
| 4.2.2 凸规划及其性质 .....                            | (150)        |



|                                     |              |
|-------------------------------------|--------------|
| 4.3 可微非线性规划的最优性条件 .....             | (151)        |
| 4.3.1 无约束极值问题的最优性条件 .....           | (151)        |
| 4.3.2 等式约束极值问题的最优性条件 .....          | (153)        |
| 4.3.3 含不等式约束极值问题的最优性条件 .....        | (154)        |
| 4.4 无约束非线性规划问题的求解方法 .....           | (160)        |
| 4.4.1 一维搜索方法 .....                  | (160)        |
| 4.4.2 最速下降法 .....                   | (166)        |
| 4.4.3 共轭梯度法 .....                   | (169)        |
| 4.5 罚函数法 .....                      | (175)        |
| 4.6 应用 LINGO、MATLAB 软件求解非线性规划 ..... | (178)        |
| 4.6.1 应用 LINGO 软件求解非线性规划 .....      | (178)        |
| 4.6.2 应用 MATLAB 软件求解非线性规划 .....     | (178)        |
| 习题 4 .....                          | (180)        |
| <b>第 5 章 动态规划 .....</b>             | <b>(184)</b> |
| 5.1 动态规划的基本概念和基本原理 .....            | (184)        |
| 5.1.1 多阶段决策 .....                   | (184)        |
| 5.1.2 动态规划的基本概念 .....               | (186)        |
| 5.1.3 动态规划的基本原理 .....               | (188)        |
| 5.1.4 最优化原理 .....                   | (191)        |
| 5.2 动态规划模型的建立 .....                 | (192)        |
| 5.3 动态规划的求解 .....                   | (195)        |
| 5.4 动态规划的应用举例 .....                 | (202)        |
| 5.4.1 资源分配问题 .....                  | (202)        |
| 5.4.2 生产经营问题 .....                  | (204)        |
| 5.4.3 设备更新问题 .....                  | (206)        |
| 5.4.4 背包问题 .....                    | (211)        |
| 5.4.5 复合系统工作可靠性问题 .....             | (216)        |
| 5.4.6 货郎担问题 .....                   | (219)        |
| 5.5 应用 LINGO、MATLAB 软件求解动态规划 .....  | (220)        |
| 5.5.1 应用 LINGO 软件求解动态规划 .....       | (220)        |

|                                    |       |
|------------------------------------|-------|
| 5.5.2 应用 MATLAB 软件求解动态规划 .....     | (223) |
| 习题 5 .....                         | (224) |
| <b>第 6 章 图与网络分析</b> .....          | (231) |
| 6.1 图与网络的基本概念 .....                | (232) |
| 6.1.1 图及其分类 .....                  | (232) |
| 6.1.2 顶点的次 .....                   | (234) |
| 6.1.3 子图 .....                     | (234) |
| 6.1.4 连通图 .....                    | (235) |
| 6.1.5 网络 .....                     | (237) |
| 6.1.6 图的矩阵表示 .....                 | (237) |
| 6.2 树与最小生成树 .....                  | (238) |
| 6.2.1 树的概念和性质 .....                | (238) |
| 6.2.2 图的生成树 .....                  | (240) |
| 6.2.3 最小树 .....                    | (242) |
| 6.3 最短路径问题 .....                   | (245) |
| 6.3.1 问题的提出 .....                  | (245) |
| 6.3.2 Dijkstra 算法 .....            | (246) |
| 6.3.3 逐次逼近法 .....                  | (249) |
| 6.4 网络最大流问题 .....                  | (251) |
| 6.4.1 可行流与增广链 .....                | (251) |
| 6.4.2 最小截集 .....                   | (255) |
| 6.4.3 Ford - Fulkerson 算法 .....    | (256) |
| 6.5 最小费用最大流问题 .....                | (259) |
| 6.5.1 最小费用最大流问题的数学模型 .....         | (260) |
| 6.5.2 最小费用最大流问题的算法 .....           | (260) |
| 6.6 中国邮递员问题 .....                  | (263) |
| 6.7 运输问题 .....                     | (264) |
| 6.7.1 运输问题的数学模型 .....              | (264) |
| 6.7.2 运输问题的解法 .....                | (265) |
| 6.8 应用 LINGO、MATLAB 软件求解网络问题 ..... | (269) |

|                                    |       |
|------------------------------------|-------|
| 6.8.1 应用 LINGO 软件求解网络问题 .....      | (269) |
| 6.8.2 应用 MATLAB 软件求解网络问题 .....     | (274) |
| 习题 6 .....                         | (278) |
| <b>第 7 章 排队论</b> .....             | (282) |
| 7.1 排队服务系统的基本概念 .....              | (282) |
| 7.1.1 模型描述 .....                   | (282) |
| 7.1.2 符号表示 .....                   | (284) |
| 7.1.3 数量指标 .....                   | (285) |
| 7.1.4 排队论研究的基本问题 .....             | (286) |
| 7.2 几个重要的分布函数 .....                | (286) |
| 7.2.1 Poisson 过程 .....             | (286) |
| 7.2.2 负指数分布 .....                  | (288) |
| 7.2.3 爱尔朗(Erlang)分布 .....          | (289) |
| 7.3 生灭过程及其稳态分布 .....               | (289) |
| 7.4 生灭过程的排队系统模型 .....              | (291) |
| 7.4.1 $M/M/s$ 等待制排队模型 .....        | (291) |
| 7.4.2 $M/M/s$ 混合制排队系统模型 .....      | (299) |
| 7.5 非生灭过程的排队系统模型 .....             | (308) |
| 7.5.1 $M/G/1$ 排队系统模型 .....         | (308) |
| 7.5.2 $M/D/1$ 排队系统模型 .....         | (309) |
| 7.5.3 $M/E_k/1$ 模型 .....           | (310) |
| 7.6 排队系统的随机模拟方法 .....              | (311) |
| 7.7 应用 LINGO、MATLAB 软件求解排队模型 ..... | (315) |
| 7.7.1 应用 LINGO 软件求解排队模型 .....      | (315) |
| 7.7.2 应用 MATLAB 软件求解排队模型 .....     | (320) |
| 习题 7 .....                         | (322) |
| <b>第 8 章 存储论</b> .....             | (325) |
| 8.1 存储问题的基本概念 .....                | (325) |
| 8.2 确定型存储模型 .....                  | (326) |

|                                            |       |
|--------------------------------------------|-------|
| 8.2.1 模型一: 备货时间很短, 不允许缺货 .....             | (326) |
| 8.2.2 模型二: 生产需要一定的时间, 不允许缺货 .....          | (328) |
| 8.2.3 模型三: 备货时间很短, 允许缺货 .....              | (330) |
| 8.2.4 模型四: 生产需要一定的时间, 允许缺货 .....           | (332) |
| 8.2.5 模型五: 价格有折扣的存储问题 .....                | (335) |
| 8.3 随机型存储问题 .....                          | (336) |
| 8.3.1 需求为离散型随机变量的存储模型 .....                | (337) |
| 8.3.2 需求为连续型随机变量的存储模型 .....                | (338) |
| 8.3.3 需求为连续型随机变量的 $(s, S)$ 存储策略 .....      | (341) |
| 8.4 其他类型的存储问题 .....                        | (342) |
| 8.4.1 有库容限制的存储问题 .....                     | (342) |
| 习题 8 .....                                 | (342) |
| <b>第 9 章 决策论</b> .....                     | (345) |
| 9.1 决策问题的基本概念 .....                        | (345) |
| 9.1.1 决策的概念 .....                          | (345) |
| 9.1.2 决策的分类 .....                          | (345) |
| 9.1.3 决策的过程 .....                          | (346) |
| 9.2 不确定型决策 .....                           | (347) |
| 9.3 风险型决策 .....                            | (350) |
| 9.3.1 最大可能法 .....                          | (351) |
| 9.3.2 最大期望收益值准则 .....                      | (351) |
| 9.3.3 决策树法 .....                           | (352) |
| 9.3.4 具有样本情报的决策分析(贝叶斯决策) .....             | (354) |
| 9.4 DEA 分析 .....                           | (357) |
| 9.4.1 数据包络分析的模型 .....                      | (358) |
| 9.4.2 数据包络分析的模型在银行分理处效率评价中的应用 .....        | (359) |
| 9.5 AHP 分析 .....                           | (360) |
| 9.5.1 层次分析法的基本原理 .....                     | (361) |
| 9.5.2 层次分析法的步骤 .....                       | (362) |
| 9.5.3 正互反判断矩阵的最大特征根和标准化的特征向量<br>近似求法 ..... | (363) |

|                                       |       |
|---------------------------------------|-------|
| 9.5.4 实例分析 .....                      | (364) |
| 9.6 多属性决策及有序加权平均算子在决策中的应用 .....       | (367) |
| 9.6.1 多属性决策方法 .....                   | (367) |
| 9.6.2 OWA 算子的概念及性质 .....              | (369) |
| 9.6.3 基于 OWA 算子的多属性决策方法 .....         | (373) |
| 习题 9 .....                            | (375) |
| <b>第 10 章 对策论</b> .....               | (376) |
| 10.1 对策论的基本概念 .....                   | (376) |
| 10.2 矩阵对策 .....                       | (377) |
| 10.2.1 数学模型 .....                     | (377) |
| 10.2.2 矩阵对策的混合策略 .....                | (380) |
| 10.2.3 矩阵对策的基本定理 .....                | (382) |
| 10.2.4 矩阵对策的线性规划求解方法 .....            | (385) |
| 10.3 非合作的对策 .....                     | (387) |
| 10.3.1 非合作的对策模型及概念 .....              | (387) |
| 10.3.2 二人有限非零和对策的平衡点的计算 .....         | (389) |
| 10.4 合作 $n$ 人对策 .....                 | (391) |
| 习题 10 .....                           | (398) |
| <b>第 11 章 组合预测</b> .....              | (400) |
| 11.1 预测和组合预测的概念及分类 .....              | (400) |
| 11.1.1 预测的概念及分类 .....                 | (400) |
| 11.1.2 组合预测的概念及分类 .....               | (401) |
| 11.2 非最优正权组合预测模型权系数的确定方法 .....        | (403) |
| 11.2.1 几种常规的非最优正权组合预测模型权系数的确定方法 ..... | (403) |
| 11.2.2 非最优组合预测系数确定方法的应用举例 .....       | (405) |
| 11.3 以预测误差平方和达到最小的线性组合预测模型 .....      | (407) |
| 11.3.1 最优线性组合预测模型的建立 .....            | (407) |
| 11.3.2 最优线性组合预测模型的解的讨论 .....          | (409) |
| 11.3.3 组合预测效果评价的指标体系 .....            | (410) |

---

|                              |       |
|------------------------------|-------|
| 11.3.4 实例分析 .....            | (411) |
| 11.4 基于相关系数的最优组合预测模型 .....   | (412) |
| 11.4.1 基于相关系数的最优组合预测模型 ..... | (412) |
| 11.4.2 实例分析 .....            | (415) |
| 习题 11 .....                  | (417) |
| 参考文献 .....                   | (420) |

# 第 0 章 绪 论

## 0.1 运筹学及其发展简史

运筹学在英国被称为“Operational Research”，在美国被叫做“Operations Research”（缩写为 OR），可直译为“运用研究”或“作业研究”。我国科学家把它翻译成“运筹学”，其中“运筹”两字出自《史记·高祖本纪》：“夫运筹帷幄之中，决胜于千里之外”。

运筹学的定义有很多种，在《大英百科全书》中对它的释义为：“……一门应用于管理有组织系统的学科……为掌管这类系统的人提供决策目标和数量分析的工具”。在《现代科学综述大辞典》中的定义如下：运筹学是一门诞生于 20 世纪 30 年代的新兴的学科，运筹学是用数学方法研究各种系统最优化问题的学科，应用运筹学解决问题的动机是为决策者提供科学决策的依据，目的是求解系统最优化问题，即制定能够合理地运用人力、物力、财力的最优方案。在我国《辞海》（1979 年版）中有关运筹学的条目的释义为：（运筹学）主要研究经济活动与军事活动中能用数量来表达的有关应用、筹划与管理方面的问题，它根据问题的要求，通过数学的分析与运算，做出综合性的合理安排，以达到较经济较有效地使用人力和物力。

运筹学是应战争中准确计算和合理分配战场资源的实际需要而产生的，源于第二次世界大战初期的英国。原本是用于研究制定作战计划的，后被一些生物学家、数学家、心理学家、天文学家以及其他方面的科学家应泛应用到不同的学科之中。

运筹学经历了一个从无到有、逐渐成熟的发展过程。按其在不同时期所表现出的特点，可将其发展历史划分为如下 3 个阶段：

### 1. 萌芽时期

关于 OR 的思想自古有之。“田忌赛马”即为一个典型的运用对策论思想解决问题的范例。欧拉早在 1736 年便用图论思想成功解决了“哥尼斯堡七桥问题”。但现代 OR 思想则出现于一战期间。1916 年英国工程师 F. W. Lanchester 在《战斗中的飞机》一文中，首先提出用常微分方程组描述敌对双方的消灭过程，定性地

说明了集中兵力的原理。Erlang 在 20 世纪初期发展了排队论,提出了一些著名的公式,并将之应用于对哥本哈根电话交换机的效率研究。英国人莫尔斯(Morse)建立的分析海军护航舰队损失的数学模型,是最早进行的 OR 工作。先驱者们在第一次世界大战前后所做出的努力、积累的经验和探索的结果为 OR 日后的发展奠定了基础。但是这一时期 OR 的发展尚处于摸索之中,理论思想尚在萌芽阶段,未能获得较快发展。其原因主要包括:研究人力不足,课题数量微不足道。当时研究工作的开展大多凭个人兴趣,组建 OR 团队的客观条件尚不具备;搜集途径与分析手段有限,致使资料信息获取不足、利用率不高;研究经费与物力严重匮乏,OR 问题通常比较复杂,因此需要拥有强大的财力、物力支持。

## 2. 兴起时期

1935~1938 年被视作 OR 基本概念酝酿期。1935 年,英国为防御德国战机袭击,在英国东海岸的奥福德纳斯(Orfordness)装备了雷达。使用中发现所传送的信号间常常相互矛盾。为此,1938 年在波德塞(Bowdsey),由 A. P. Rowe 负责组建了一个研究机构,其职责是让军事领导人学会用雷达定位敌方飞机。Rowe 和 R. W. Watt 爵士主持了最早的两个雷达研究机构,并将之命名为 Operational Research。因此波德塞被称为 OR 的诞生地。该研究机构的建立标志着现代 OR 的开端。

1939 年 9 月,英国空军为了延长雷达首次预警与敌机袭击之间的时间间隔,将波德塞 OR 小组领导人之一的 E. C. Williams 调至皇家空军作战指挥部的新工作组。之后,皇家空军轰炸指挥部、海岸指挥部和英军防空指挥部均建立了 OR 工作组。1940 年秋,由于德国战机对英国的夜间空袭,物理学家 P. M. S. Blackett 加入防空指挥部,组建了运筹工作组——著名的“Blackett 马戏团”,最开始它由 2 个生理学家、2 个物理学家、1 个军官、1 个前测量员组成,之后又有 1 个普通物理学家、2 个数学家和第 3 个生理学家加入。1941 年 12 月,Blackett 被咨询有无可能为海军建立运筹工作组。次年 1 月,他转到海军从事 OR 创建工作。防空指挥部的 OR 工作组遂成为英国 OR 工作组的核心。

OR 在二战中的兴起是有其客观依据的。一是战争产生了对 OR 的社会需求。战争中出现了大量需要研究的课题,如雷达预警、地雷战、反潜战、搜索、兵力部署、舰队运输、军队后勤保障等等。它们在战争条件下具有时间紧迫性和实用性,亟须获得正确解答。二是军队拥有优越的人才条件。OR 的多学科性特点,使它需要有各种专业人才就某一具体问题组成 OR 小组;定量化、模型化的特点决定它对人员的数学解答能力有较高要求。军队人力资源丰富,集中了各种各样的专家,而且都具备扎实的数学功底。三是战争中以国家力量组织研究,使 OR 拥有了发展必需的物质条件。



### 3. 蓬勃发展时期

第二次世界大战结束后,运筹学的研究中心从英国转移到了美国,从军事部门扩展到了管理部门,研究的范围也渐趋扩大。

运筹学的真正发展是在 20 世纪 50 和 60 年代,其标志是 1949 年线性规划理论的建立。然后,于 1951 年创立了非线性规划理论;1954 年建立了网络流理论;1955 年创立随机规划以及 1958 年创立了整数规划理论。其他方面,如排队论、存储论和马氏决策理论也在同期得到了迅速的发展。与此同时,运筹学的应用也遍及经济和社会生活的各个部门与领域。

国际运筹学会联合会(IFORS)成立于 1959 年,现在已有 44 个成员国,包括了世界各主要发达国家和有影响的发展中国家。3 年一次的世界范围的 IFORS 大会已举行了 10 余届。国际上现有的运筹学方面的期刊已超过百种。这些事实说明,运筹学作为一门独立的新兴科学,早已为国际社会所公认。

战后 OR 之所以能得到迅猛发展,原因在于:

① 战后全球经济不景气,要求优化资源利用。战争给各参战国造成了严重的创伤。如何走出战争阴影、早日恢复经济,是摆在各国政府和企业面前的一个不可回避的问题。在众多可供选择的技术、方法中,OR 的效果显著,因此有机会在战后重建工作中一显身手。

② 国有化进程的展开和政府计划作用的不断强化,为 OR 成长提供了有利的土壤。西方国家在战后出现了大规模的国有化趋势,许多公共供应部门和产业,如煤炭、钢铁、电力、供水、航空、铁路、电讯等,都实施了国有化。其目的在于发挥政府的作用进行规划,利用其有利条件,迅速集中资源,恢复产业发展。之前,政府计划功能的实施却不尽如人意,产生了许多短期行为。OR 作为一个有力的计划工具—被引入政府计划决策体系,便迅速、充分地展示了其作用。

③ 战后的经济环境比较稳定,主要为卖方市场。企业以提高产量、扩大规模为主要目标。这类问题反映在 OR 中,表现为目标函数单一、约束条件少且线性化,正好在当时已获得较完善发展的线性规划所解决的范围之内。而 1947 年单纯形法的发明又进一步推动了 OR(特别是线性规划)在工商业界的广泛应用。

④ 二战中对 OR 人才的培养、OR 的实际应用经验与初步理论的积累为其战后的飞速发展奠定了坚实基础。战争实践锻炼了一大批运筹工作者;其实践与经验经整理归纳后形成初步理论。战争结束后,许多 OR 工作者转移到民用部门,使 OR 得以广为传播。

⑤ 专业学会的建立、专业教育体系的构筑、学术期刊的出版发行促进了 OR 知识和经验的传播交流、理论研究的深入开展,使得 OR 的影响大规模地扩大。

⑥ 企业规模的扩大,呼唤经验管理向科学管理的转变。规模扩大后的企业,组