电磁学题解中常见的错误及其分析

王开富
高锦英 编

兰 州 大 学 出 版 社

电磁学题解中常见的错误及其分析

王开富 高绵英 编

兰州大学出版社

电磁学题解中常见的错误及其分析

王开富　高锦英　编

兰州大学出版社出版

（兰州大学校内）

甘肃省静宁印刷厂印刷　甘肃省新华书店发行

开本：850×1168毫米1/32　印张：10

1991年5月第1版　1991年5月第1次印刷

字数：244千字　印数：1—2000册

ISBN7-311-00387-3/O·59　定价：6.00元

内 容 简 介

本书按照流行《电磁学》教材的结构，分八章给出了300个命题的错误解答。这些命题一部分是选自当前国内外一些教材和参考书的习题，一部分是作者积多年之教学经验，总结和分析了历届学生在电磁学习题中和考试中最易出现的概念错误，有目的自拟的。命题的错误解答很具有典型性和代表性。

本书的特色是：先对每个命题给出一种或几种错误解答，然后分析其错误原因，最后给出正确解答。每题后面还配有练习题，并附有答案。本书对加深理解物理概念和物理规律、启迪学生的思维和提高学生分析问题和解决问题的能力有一定的指导意义。

本书可供大专院校理工科有关专业的学生及辅导教师参考，也可供中等学校物理教师及自修《普通物理学》的读者参考。

前　言

在物理教学中，经常听到学生反映最大的问题就是解题困难。究其原因，问题还是出在对基本概念的理解和对基本定律、定理和公式的掌握上。特别是由于物理概念的错误而导致了解答错误。

习题课是教学的基本环节之一。为了弥补课堂教学的不足，我们编写了这本《电磁学题解中常见错误及分析》。其中总结分析了历届学生在电磁学习题中和考试中最易出现的典型错误，有目的地给出一些命题的错误解答，然后分析其错误原因，最后给出正确解答。作为习题课辅导教材，本书的初稿笔者曾先后在历届学生的习题课中试用，普遍反映对启迪学生的思维和提高学生分析问题和解决问题的能力有一定的指导意义。

我系副教授曾维扬老师在百忙中仔细审阅了本书的初稿，并提出了宝贵的修改意见。在此我们致以诚挚的谢意！

由于作者水平有限，错误和疏漏之处在所难免，恳请广大读者和同行专家不吝指正。

编　者

1990年10月于兰州

目　录

第一章 静电场

一 错误的解法

1—1. 有一无限长直线均匀带电，电荷线密度为η. 试求电势分布.

错解一：无限长均匀带电直线的场强分布为

$$\vec{E}=\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o r}\vec{r_o},$$

代入公式$U_p=\int_p^\infty \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$，可得距直线为$r_p$的$p$点的电势为

$$U_p=\int_p^\infty \frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o r}\vec{r_o}\cdot \mathrm{d}\vec{r}=\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln r\Big|_{r_p}^{\infty}=\infty.$$

分析：公式$U_p=\int_p^\infty \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$是选无穷远处为电势零点时的电势计算公式. 对于无限大均匀带电体系，不能选无穷远处为电势零点，只能选有限远处为电势零点. 因此本题不能选用公式$U_p=\int_p^\infty \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$，而要用公式$U_p=\int_p^Q \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$，其中$Q$点为有限远点.

错解二：选有限远点——直线上某一点为电势零点，则距直线为r_p的p点的电势为

$$U_p=\int_p^Q \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_{r_p}^0 \frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o r}\vec{r_0}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=-\infty.$$

分析：对本题也不能选$r=0$的点为电势零点. 因为$r=0$的点$E=\infty$，选场强等于无穷的点为电势零点，会导致场中各点电势均为无穷的无意义情况.

本题中的电势零点应选择除$r=0$和$r=\infty$外的任意一点.

错解三：选距直线为r_Q的Q点为电势零点，则距直线为r_p的p点的电势为

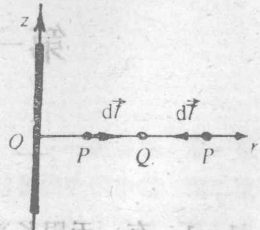

图 1—1

$$U_p=\int_p^Q \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_{r_p}^{r_Q}\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o r}\vec{r_o}\cdot \mathrm{d}\vec{l}.$$

如图 1—1 所示，当$r_p<r_Q$时，$\mathrm{d}\vec{l}=\mathrm{d}\vec{r}$；当$r_p>r_Q$时，$\mathrm{d}\vec{l}=-\mathrm{d}\vec{r}$.

所以，当$r_p<r_Q$时，

$$U_p=\int_{r_p}^{r_Q}\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o r}\vec{r_o}\cdot \mathrm{d}\vec{r}=\int_{r_p}^{r_Q}\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o r}\mathrm{d}r$$

$$=\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln\frac{r_Q}{r_p};$$

当$r_p>r_Q$时，

$$U_p=-\int_{r_p}^{r_Q}\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o r}\vec{r_o}\cdot \mathrm{d}\vec{r}=-\int_{r_p}^{r_Q}\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o r}\mathrm{d}r$$

$$=-\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln\frac{r_Q}{r_p}.$$

即

$$U_p=\begin{cases}\dfrac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln\dfrac{r_Q}{r_p} & (r_p<r_Q),\\[2ex] -\dfrac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln\dfrac{r_Q}{r_p} & (r_p>r_Q).\end{cases}$$

分析：我们知道$\triangle\vec{r}=\vec{r_2}-\vec{r_1}$的方向是由$\vec{r_1}$指向$\vec{r_2}$，由此可得，当$r_p>r_Q$时，$\mathrm{d}\vec{l}\neq-\mathrm{d}\vec{r}$，而是$\mathrm{d}\vec{l}=\mathrm{d}\vec{r}$。因此不论是$r_p<r_Q$，还是$r_p>r_Q$，等式$\mathrm{d}\vec{l}=\mathrm{d}\vec{r}$总是成立.而上述解法中，在$r_p>r_Q$时，应用了$\mathrm{d}\vec{l}=-\mathrm{d}\vec{r}$.所以解法是错误的.

错解四：选有限远点Q为电势零点，再考虑到$\mathrm{d}\vec{l}=\mathrm{d}\vec{r}$，则$p$点的电势为

$$U_p=\int_p^Q \vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{r_p}^{r_Q}\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o r}\vec{r_o}\cdot d\vec{r}.$$

当$r_p<r_Q$时，$d\vec{r}$的方向与$\vec{r_o}$的方向相同，$d\vec{r}=dr\,\vec{r_o}$；当$r_p>r_Q$时，$d\vec{r}$的方向与$\vec{r_o}$的方向相反，$d\vec{r}=-dr\,\vec{r_o}$。所以，当$r_p<r_Q$时，

$$U_p=\int_{r_p}^{r_Q}\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o r}\vec{r_o}\cdot dr\,\vec{r_o}=\int_{r_p}^{r_Q}\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o r}dr$$

$$=\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln\frac{r_Q}{r_p};$$

当$r_p>r_Q$时，

$$U_p=-\int_{r_p}^{r_Q}\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o r}\vec{r_o}\cdot dr\,\vec{r_o}=-\int_{r_p}^{r_Q}\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o r}dr$$

$$=-\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln\frac{r_Q}{r_p}.$$

即 $$U_p=\begin{cases}\dfrac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln\dfrac{r_Q}{r_p} & (r_p<r_Q),\\ -\dfrac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln\dfrac{r_Q}{r_p} & (r_p>r_Q).\end{cases}$$

分析：本解法的错误之处是：当$r_p>r_Q$时，$d\vec{r}\neq -dr\,\vec{r_o}$，而是$d\vec{r}=dr\,\vec{r_o}$。因为$r$从$r_p$到$r_Q$变化时，$dr$本身是负值。所以$d\vec{r}=dr\,\vec{r_o}$，本身反应了$d\vec{r}$与$\vec{r_o}$反向。可见，不论是$r_p<r_Q$，还是$r_p>r_Q$，等式$d\vec{r}=dr\,\vec{r_o}$均成立。

正确解法：选距直导线为r_Q的Q点为电势零点，则距直导线为r_p的p点的电势为

$$U_p=\int_p^Q\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{r_p}^{r_Q}|\vec{E}|\cdot|d\vec{l}|\cdot\cos(\vec{E},\widehat{\ d}\vec{l}).$$

当$r_p<r_Q$时

$$\cos(\vec{E},\widehat{\ d}\vec{l})=1,\ |d\vec{l}|=|dr|=dr;$$

当$r_p > r_Q$时

$$\cos(\overrightarrow{E} \wedge \mathrm{d}\overrightarrow{l}) = -1, \quad |\mathrm{d}\overrightarrow{l}| = |\overrightarrow{\mathrm{d}r}| = -\mathrm{d}r \text{（因为} \mathrm{d}r \text{本身为负）.}$$

所以，不论是$r_p < r_Q$，还是$r_p > r_Q$，总有

$$U_p = \int_{r_p}^{r_Q} |\overrightarrow{E}| \mathrm{d}r = \int_{r_p}^{r_Q} \frac{\eta}{2\pi\varepsilon_0 r} \mathrm{d}r = \frac{\eta}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{r_Q}{r_p}.$$

错解五：如图1—2所示，将直导线无限分割，每一线元都可看成点电荷，线元$\mathrm{d}z$在p点产生的电势为

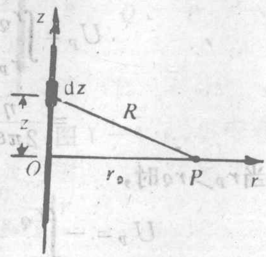

图1—2

$$\mathrm{d}U_p = \frac{\eta \mathrm{d}z}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\eta \mathrm{d}z}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{z^2 + r_p^2}}.$$

根据电势迭加原理可得，p点的电势为

$$U_p = \lim_{L\to\infty} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\eta \mathrm{d}z}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{z^2 + r_p^2}}$$

$$= \lim_{L\to\infty} \frac{\eta}{4\pi\varepsilon_0} \ln\frac{L + \sqrt{L^2 + 4r_p^2}}{-L + \sqrt{L^2 + 4r_p^2}} = \infty.$$

分析：点电荷的电势公式$U_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_p}$是选无穷远处为电势零点的前提条件下推出的结论。上面选用了此式，就等于选用了无穷远处为电势零点，而本题不能选无穷远点为电势零点，所以得到了上面的错误结论。

如果用电势迭加原理来解此题，正确解法如下：

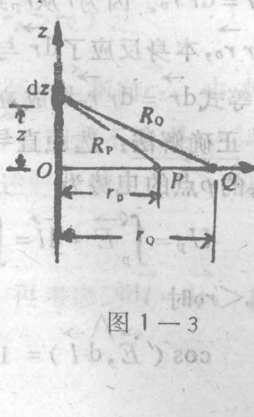

图1—3

正确解法：因为选距点电荷为R_Q的点为电势零点时，点电荷的电势为

$$U_p=\frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{R_p}-\frac{1}{R_Q}\right).$$

所以在图1—3中，线元$\mathrm{d}z$在p点产生的电势为

$$\mathrm{d}U_p=\frac{\eta\,\mathrm{d}z}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{\sqrt{z^2+r_p^2}}-\frac{1}{\sqrt{z^2+r_Q^2}}\right).$$

则总电势为

$$U_p=\lim_{L\to\infty}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\frac{\eta}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{\sqrt{z^2+r_p^2}}-\frac{1}{\sqrt{z^2+r_Q^2}}\right)\mathrm{d}z$$

$$=\lim_{L\to\infty}\frac{\eta}{4\pi\varepsilon_o}\left(\ln\frac{\sqrt{L^2+4r_p^2}+L}{\sqrt{L^2+4r_p^2}-L}-\ln\frac{\sqrt{L^2+4r_Q^2}+L}{\sqrt{L^2+4r_Q^2}-L}\right)$$

$$=\lim_{L\to\infty}\frac{\eta}{4\pi\varepsilon_o}\left(\ln\left(\frac{\sqrt{r^2+4r_p^2}+L}{2r_p}\right)^2-\ln\left(\frac{\sqrt{r^2+r_Q^2}+L}{2r_Q}\right)^2\right)$$

$$=\lim_{L\to\infty}\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln\left(\frac{r_Q}{r_p}\cdot\frac{\sqrt{L^2+4r_p^2}+L}{\sqrt{L^2+4r_Q^2}+L}\right)$$

$$=\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln\frac{r_Q}{r_p}+\lim_{L\to\infty}\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln\frac{\sqrt{L^2+4r_p^2}+L}{\sqrt{L^2+4r_Q^2}+L}$$

$$=\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln\frac{r_Q}{r_p}+\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln 1=\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln\frac{r_Q}{r_p}.$$

可见与前面的结论一样。

练习题：

1．一均匀带电的无限长直线，旁边放一点 电荷q，求空间电势分布．（直线的带电线密度为η）．

提示：①本题用电势迭加原理来求，但在电势迭加原理中，各分电势的电势零点应选为同一点；②选取的电势零点不能在无穷远处，也不能在直线上和点电荷所在之点．

答案：$U=\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln\frac{r_{Q1}}{r_1}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_{Q2}}\right)$． 其中，$r_1$、$r_{Q1}$分别是直线距所求点和电势零点的距离；$r_2$、$r_{Q2}$分别是 点 电荷距所求点和电势零点的距离．

2．一无限大均匀带电平面板，旁边有一与它平行的无限长均匀带电直线，试求空间的电势分布．设二者相距为a，平 面 板的电荷面密度为σ，直线的电荷线密度为η．

答案：选平面板的电势为零，则空间电势分布为

$$U=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_o}x+\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_o}\ln\frac{a}{r}.$$

其中x是平面板距所求点的距离，r是直线距所求点的距离．

1－2．二平行金属板面积均为S，相距l，且$S\gg l^2$．现给二板分别带电$+q$和$-q$，问它们之间的互作用力为多少？

错解一：由$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1q_2}{r^2}$得二板之间的互作用力为

$$F=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q^2}{l^2}.$$

负号表示相互吸引．

分析：公式$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1q_2}{r^2}$是二点电荷之间的互 作用力的公式，仅对点电荷适用．对任意带电体之间的互作用力不能直接利用此式，而要先将带电体无限分割，使每一个电荷元均可视为点电荷（对任意两电荷元之间的互作用力满足公式 $F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}$

$\frac{dq_1 dq_2}{r^2}$），然后利用力的迭加原理来求整个带电体之间的互作用力。

错解二：由题中条件$S \gg l^2$可知，二平行板之间的场可视为二无限大平行板产生的场，

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o} = \frac{q}{\varepsilon_o S}.$$

代入公式$F = qE$，可得二板之间的互作用力为

$$F = (-q) \cdot \frac{q}{\varepsilon_o S} = -\frac{q^2}{\varepsilon_o S}.$$

分析：在公式$F = qE$中，E一定是除q本身以外其它电荷在它所在处产生的场．在本题中，E一定是一板在另一板所在处产生的场，而上面用了二板共同在其之间产生的场强$E = q/\varepsilon_o S$，所以上面的解法是错误的．

正确解法：带q的一板在带$-q$的一板所在处产生的场为

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o} = \frac{q}{2\varepsilon_o S},$$

则带$-q$的一板上某一电荷元dq受到的静电力为

$$dF = E dq = \frac{q}{2\varepsilon_o S} dq.$$

因为各电荷元受力的方向一致，均垂直于板面，所以整个板所受到的作用力为

$$F = \int_{S-} dF = \int_{S-} \frac{q}{2q_o S} dq = \frac{q}{2\varepsilon_o S} \int_{S-} dq = -\frac{q^2}{2\varepsilon_o S}.$$

本题也可以用虚功原理来求解．解法如下：

二带电平行板的静电能为

$$W_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 l}{2\varepsilon_o S},$$

代入$F = -\left.\frac{\partial W_e}{\partial l}\right|_{q=c}$得二极板之间的互作用力为

$$F=-\frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}.$$

负号表示相互吸引.

注意，由$F=-\left.\frac{\partial W_e}{\partial l}\right|_{q=c}$求电场力时，一定要保证$q=c$，即带电体电量不变，否则将得出错误的结论.

练习题：

1．如果上题中的二平行板带有等量同号电荷q，二板之间的互作用力为多少？

答案：二板间的互作用力为

$$F=\frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}.$$

2．二互相平行的均匀带电细棒，长度均为$2a$，相距为b，带电线密度均为η．试求二者之间的互作用力．

提示：①不能直接用点电荷的公式$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}$.

②应用公式$dF=Edq$时，E不能用无限长带电直线的场强公式，也不能用有限长带电细棒中垂面上的场强公式，而要用有限长带电细棒在空间产生场强的一般公式①

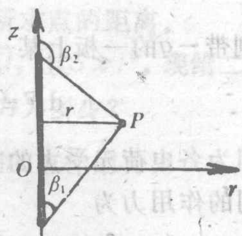

图 1－4

$$\vec{E}=E_r\vec{r_0}+E_z\vec{k}$$
$$=\frac{\eta}{4\pi\varepsilon_0 r}\Big[(\cos\beta_1-\cos\beta_2)\vec{r_0}-(\sin\beta_1-\sin\beta_2)\vec{k}\Big]$$

其中r、β_1、β_2的几何意义如图1－4所示.

答案：$\vec{F}=F_r\vec{r_0}=\int_L dF_r\vec{r_0}=\int_L E_r dq\vec{r_0}$.

①见冯慈璋编《电磁场》P9（1979）.

$$= \frac{\eta^2}{2\pi\varepsilon_o}\left[\sqrt{1+(\frac{2a}{b})^2}-1\right]\overrightarrow{r_o}。$$

1—3．如图1—5所示，等量异号电荷$\pm q$相距l．求中垂面上各点的场强。

错解一：由电势迭加原理得，中垂面上p点的电势为

$$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{\sqrt{(l/2)^2+x^2}}-\frac{1}{\sqrt{(l/2)^2+x^2}}\right)=0。$$

则由$\overrightarrow{E}=-\nabla U$得中垂面上$p$点的场强为

$$\overrightarrow{E}=-\left(\frac{\partial U}{\partial x}\overrightarrow{i}+\frac{\partial U}{\partial y}\overrightarrow{j}+\frac{\partial U}{\partial z}\overrightarrow{k}\right)=0。$$

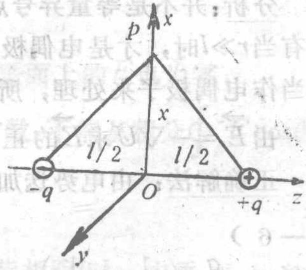

图1—5

分析：求函数在空间某一点的导数(值)，必须先求出导函数，然后再将该点坐标代入、求这点的导数(值)，而不能先求出函数值，然后再求导数(若这样作，结果肯定为零，因为它是对常数求导数)。在上述解法中，先求出了中垂面上的电势值，然后由$\overrightarrow{E}=-\nabla U$求中垂面上的$\overrightarrow{E}$（即$U$的导数），这样作当然是错误的。

错解二：因带电体系是一电偶极子，所以空间各点的电势为

$$U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{ql\cos\theta}{r^2}.$$

其中，r、θ的几何意义见图1—6所示。

则由$\overrightarrow{E}=-\nabla U$得空间各点的电场强度为

$$\overrightarrow{E}=-\left(\frac{\partial U}{\partial r}\overrightarrow{r_o}+\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial\theta}\overrightarrow{\theta_o}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial U}{\partial\varphi}\overrightarrow{\varphi_o}\right)$$

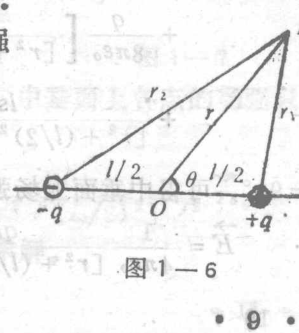

图1—6

$$=\frac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left(2\cos\theta\,\vec{r_0}+\sin\theta\,\vec{\theta_0}\right).$$

令$\theta=90°$，可得中垂面上的场强为

$$\vec{E}=\frac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{\theta_0}.$$

分析：并不是等量异号点电荷构成的带电体系就为电偶极子，只有当$r\gg l$时，才是电偶极子，在上面将等量异号点电荷带电体系当作电偶极子来处理，所以解法是错误的。

由$\vec{E}=-\nabla U$求$\vec{E}$的正确解法如下：

正确解法：由电势迭加原理得空间p点的电势为（参见图1—6）

$$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{[r^2+(l/2)^2-rl\cos\theta]^{\frac{1}{2}}}-\frac{1}{[r^2+(l/2)^2+rl\cos\theta]^{\frac{1}{2}}}\right).$$

则由$\vec{E}=-\nabla U$得p点的场强为

$$\vec{E}=-\left(\frac{\partial U}{\partial r}\vec{r_0}+\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial\theta}\vec{\theta_0}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial U}{\partial\varphi}\vec{\varphi_0}\right)$$

$$=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2r-l\cos\theta}{[r^2+(l/2)^2-rl\cos\theta]^{3/2}}-\frac{2r+l\cos\theta}{[r^2+(l/2)^2+rl\cos\theta]^{3/2}}\right]\vec{r_0}$$

$$+\frac{q}{8\pi\varepsilon_0}\left[\frac{l\sin\theta}{[r^2+(l/2)^2-rl\cos\theta]^{3/2}}+\frac{l\sin\theta}{[r^2+(l/2)^2+rl\cos\theta]^{3/2}}\right]\vec{\theta_0}.$$

令$\theta=90°$，可得中垂面上场强为

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ql}{[r^2+(l/2)^2]^{3/2}}\vec{\theta_0}.$$

错解三：以正负电荷中心为球心，r为半径作一球面，不论此球面是否包围二电荷，球面内的净电荷总为零，则由高斯定理$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$可得

$$\oint_S E\cos\theta\, dS = E\oint_S \cos\theta dS = 0.$$

所以 $E=0$。

即球面上任一点的场强为零，当然中垂面上的E也为零。

分析：在上述高斯面上E不等于常数，不能从积分$\oint_S E\cos\theta dS$中提出，所以得不到$E=0$的结论。

练习题：

1．用$\vec{E}=-\nabla U$求等量同号电荷相距l时，中垂面上的场强。

提示：参考图1—7所示，中垂面上每一点$\vec{E}$的方向为x方向，所以$\vec{E}=\vec{E}_x$，则

$$\vec{E}=-\nabla U=-\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i}$$

$$=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{ql}{[x^2+(l/2)^2]^{3/2}}\vec{i}.$$

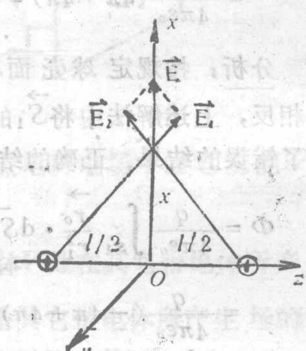

图1—7

2．用$\vec{E}=-\nabla U$求带电细棒中垂面上的场强分布．细棒长为L，电荷线密度为η。

提示：由于电荷分布的对称性，中垂面上各点的场强只有径向分量．所以

$$\vec{E}=\vec{E}_r=-\frac{\partial U}{\partial r}\vec{r}_0=\frac{\eta L}{4\pi\varepsilon_0 r[r^2+(L/2)^2]^{1/2}}\vec{r}_0.$$

注意：本题不能用高斯定理来求解。