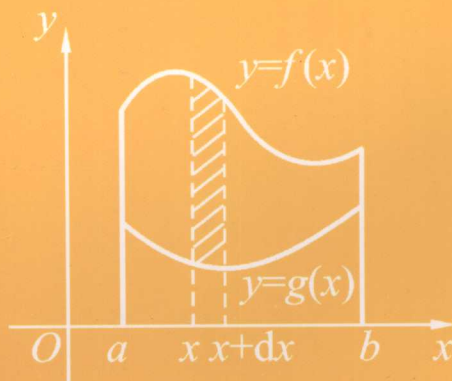


新编高等院校公共基础课系列规划教材

D 大学数学

axue Shuxue

朱兴萍 杨 玲 徐 鹏 主编



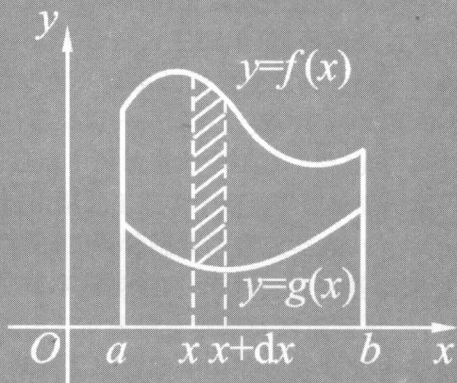
华中科技大学出版社
<http://www.hustp.com>

新编高等院校公共基础课系列规划教材

D 大学数学

axue Shuxue

主 编 朱兴萍 杨 玲 徐 鹏
副主编 周 琳 赵国石



华中科技大学出版社
中国·武汉

图书在版编目(CIP)数据

大学数学/朱兴萍 杨 玲 徐 鹏 主编. —武汉: 华中科技大学出版社,
2008 年 9 月
ISBN 978-7-5609-4526-2

I. 大… II. ①朱… ②杨… ③徐… III. 高等数学-高等学校-教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 143461 号

大学数学

朱兴萍 杨 玲 徐 鹏 主编

策划编辑: 谢 荣

责任编辑: 王汉江

责任校对: 汪世红

封面设计: 杨 玲

责任监印: 周治超

出版发行: 华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编: 430074 电话: (027)87557437

录 排: 武汉星明图文制作有限公司

印 刷: 武汉科利德印务有限公司

开本: 787mm×960mm 1/16

印张: 25

字数: 473 000

版次: 2008 年 9 月第 1 版

印次: 2008 年 9 月第 1 次印刷

定价: 39.00 元

ISBN 978-7-5609-4526-2/O · 464

(本书若有印装质量问题, 请向出版社发行部调换)

新编高等院校公共基础课规划教材编委会成员名单

(以下按拼音第一个字母的先后顺序排列)

毕重荣	陈桂兴	黄象鼎	李德庆	林 益
刘国军	李中林	廖超慧	孙清华	汪福贵
魏克让	赵国石	朱方生		

前 言

近年来独立学院的建设与发展很快,到目前为止,全国已有数百所之多.与普通高等院校培养人才的模式不同,独立学院的人才培养更侧重于应用型和技能型.教材作为实现人才培养目标的载体,对独立学院人才培养的质量有举足轻重的作用,然而独立学院的教材建设有些滞后.目前,绝大多数独立学院的教材都是选用普通高校的教材或高职高专的教材,这两类教材都不太适合独立学院的学生学习.因此,编写出适合独立学院人才培养需求的教材,成为当前的重要任务.

基于上述考虑,编者编写了这本《大学数学》,内容包括微积分、线性代数、概率论三部分.本书具有以下特点.

第一,不过分追求理论体系的完整性和运算技巧,但保持叙述的严谨性,把握基本概念的准确性,以突出数学思想、数学方法的应用为核心.

第二,内容叙述上做了精心安排,起点较低,由浅入深,循序渐进.对基本概念的叙述,力求从身边的实际问题出发,自然地引出,增强学生的感性认识,由具体到抽象,知识过渡自然.对重要概念定理加以注释,或给出反例.从多角度帮助读者正确领会概念、定理的内涵.

第三,注重应用性.本书注意联系经济管理和自然科学中的问题,并注意举例的多样性,使学生从不同侧面理解、掌握用数学处理实际问题的方法,提高他们分析问题、处理问题的能力和素质.

第四,本书配有大量例题,除每节配有紧扣该节内容的习题外,每章配有该章内容的综合练习.习题的配置注意到知识点的覆盖面及题型的多样性.

本教材是以武汉大学东湖分校为主编单位、多所独立学院参编.内容分为三篇,第1篇——微积分,共6章,其中前3章由武汉大学东湖分校朱兴萍编写,第4、5、6章由武汉工业学院工商学院周琳编写;第2篇——线性代数,共4章,第9章是由湖北广播电视大学龚剑编写,第10、11、12章分别由中国地质大学江城学院杨玲、胡佳德、阮曙芬、陈丽编写;第3篇——概率论与数理统计,由湖北工业大学商贸学院徐鹏编写.全书由朱兴萍统稿.

本教材可作为独立学院、二级学院经济管理类本、专科专业的教学用书(120~140学时),也可作为普通高等院校本科少学时、专科的公共基础课教材.

朱方生、赵国石、魏克让三位教授在本教材的编写过程中仔细审阅了书稿,提出了很多宝贵的意见与建议,并得到了编者所在学校领导与教务处的大力支持与帮助.同时,华中科技大学出版社及谢荣编辑做了卓有成效的组织工作.在此一并表示衷心的感谢.由于编者水平有限,难免有错误和不妥之处,敬请广大读者批评指正.

编 者

2008年7月

目 录

第 1 篇 微 积 分

第 1 章 函数 极限 连续	(3)
1.1 函数	(3)
习题 1.1	(12)
1.2 极限的概念	(13)
习题 1.2	(17)
1.3 极限运算法则	(18)
习题 1.3	(24)
1.4 无穷小的比较	(24)
习题 1.4	(26)
1.5 函数的连续性	(27)
习题 1.5	(31)
总习题 1	(31)
第 2 章 微分学	(33)
2.1 导数的概念	(33)
习题 2.1	(38)
2.2 函数的求导法则	(38)
习题 2.2	(42)
2.3 隐函数及由参数方程所确定的函数的导数	(42)
习题 2.3	(45)
2.4 高阶导数	(45)
习题 2.4	(48)
2.5 函数的微分	(49)
习题 2.5	(53)
2.6 函数的单调性 极值 最值	(53)
习题 2.6	(59)

2.7 洛必达法则	(60)
习题 2.7	(63)
2.8 导数在经济学中的应用	(63)
习题 2.8	(69)
总习题 2	(69)
第 3 章 积分学	(72)
3.1 不定积分的概念与性质	(72)
习题 3.1	(76)
3.2 换元积分法	(77)
习题 3.2	(83)
3.3 分部积分法	(84)
习题 3.3	(86)
3.4 定积分的概念与性质	(87)
习题 3.4	(93)
3.5 微积分基本定理	(93)
习题 3.5	(96)
3.6 定积分的换元积分法和分部积分法	(96)
习题 3.6	(101)
3.7 广义积分	(102)
习题 3.7	(105)
3.8 定积分的应用	(106)
习题 3.8	(113)
总习题 3	(114)
第 4 章 多元函数微积分	(116)
4.1 空间解析几何简介	(116)
习题 4.1	(119)
4.2 多元函数的基本概念	(120)
习题 4.2	(123)
4.3 偏导数与全微分	(123)
习题 4.3	(127)
4.4 复合函数微分法与隐函数微分法	(127)
习题 4.4	(130)

4.5 二元函数的极值	(131)
习题 4.5	(134)
4.6 二重积分	(134)
习题 4.6	(142)
总习题 4	(143)
第 5 章 微分方程	(146)
5.1 微分方程的基本概念	(146)
习题 5.1	(147)
5.2 一阶微分方程	(148)
习题 5.2	(152)
5.3 二阶常系数线性微分方程	(152)
习题 5.3	(156)
总习题 5	(156)
第 6 章 无穷级数	(158)
6.1 常数项级数的概念和性质	(158)
习题 6.1	(161)
6.2 正项级数的判别法	(162)
习题 6.2	(164)
6.3 任意项级数	(165)
习题 6.3	(167)
6.4 幂级数	(167)
习题 6.4	(173)
总习题 6	(174)

第 2 篇 线 性 代 数

第 7 章 行列式	(177)
7.1 二阶和三阶行列式	(177)
习题 7.1	(182)
7.2 n 阶行列式	(183)
习题 7.2	(185)
7.3 行列式的性质	(186)
习题 7.3	(190)

7.4 克莱姆(Cramer)法则	(191)
习题 7.4	(194)
总习题 7	(194)
第 8 章 矩阵	(197)
8.1 矩阵的概念	(197)
8.2 矩阵的运算	(198)
习题 8.2	(203)
8.3 逆矩阵	(204)
习题 8.3	(207)
8.4 初等矩阵	(207)
习题 8.4	(209)
8.5 矩阵的秩	(210)
习题 8.5	(212)
总习题 8	(212)
第 9 章 线性方程组	(214)
9.1 消元法	(214)
习题 9.1	(218)
9.2 n 维向量及其运算	(218)
习题 9.2	(221)
9.3 向量组的线性相关性	(221)
习题 9.3	(224)
9.4 向量组的秩	(225)
习题 9.4	(227)
9.5 线性方程组解的结构	(227)
习题 9.5	(236)
总习题 9	(237)
第 10 章 特征值与特征向量	(240)
10.1 矩阵的特征值与特征向量	(240)
习题 10.1	(244)
10.2 相似矩阵	(244)
习题 10.2	(247)
10.3 实对称矩阵的对角化	(247)

习题 10.3	(252)
总习题 10	(252)

第 3 篇 概率论与数理统计

第 11 章 随机事件及其概率	(255)
11.1 随机事件	(255)
习题 11.1	(262)
11.2 随机事件的概率	(262)
习题 11.2	(268)
11.3 条件概率与事件的独立性	(268)
习题 11.3	(273)
11.4 全概率公式与逆概率公式	(274)
习题 11.4	(276)
总习题 11	(277)
第 12 章 随机变量及其分布	(279)
12.1 随机变量	(279)
12.2 离散型随机变量	(280)
习题 12.2	(283)
12.3 分布函数和连续型随机变量	(284)
习题 12.3	(290)
12.4 随机变量函数的分布	(291)
习题 12.4	(293)
总习题 12	(293)
第 13 章 随机变量的数字特征	(296)
13.1 随机变量的数学期望	(296)
习题 13.1	(300)
13.2 方差	(301)
习题 13.2	(303)
总习题 13	(303)
第 14 章 数理统计的基本概念	(305)
14.1 总体和样本	(305)
14.2 抽样分布	(307)

习题 14.2	(311)
第 15 章 参数估计	(312)
15.1 点估计	(312)
习题 15.1	(320)
15.2 区间估计	(321)
习题 15.2	(324)
总习题 15	(325)
附录 A 基本初等函数的图形	(326)
附录 B 积分表	(328)
附录 C 泊松分布表	(338)
附录 D 标准正态分布表	(343)
附录 E t 分布表	(345)
附录 F χ^2 分布表	(347)
附录 G F 分布表	(350)
部分习题参考答案	(359)

第1篇 微 积 分

第 1 章 函数 极限 连续

初等函数研究的对象是常量,而高等数学则以变量作为研究的对象.变量之间的关系称为函数.极限方法是研究变量的一种基本方法.本章主要介绍函数、极限和连续性等基本概念,以及它们的一些性质.

1.1 函 数

1.1.1 变量

1. 常量与变量

我们在观察某一现象的过程中,常会遇到许多不同的量.其中有的量在过程中不起变化,始终保持一定的数值,我们称这种量为常量,常用 a, b, c 等符号表示;而有的量在过程中是变化的,也就是可以取不同的数值,我们称这种量为变量,常用 x, y, z 等符号表示.

任何一个变量都有确定的变化范围.我们常用集合、区间及邻域这三种形式表示变量的变化范围.

2. 集合

一般地,集合是具有某种属性的事物的全体,或者说是一些特定对象的总体,通常用大写英文字母 $A, B, C, \dots$ 表示,常见的有 N, Z, Q, R 等集合.构成集合的事物或对象称为集合的元素,通常用小写英文字母 $a, b, c, \dots$ 表示.

表示集合的方法通常有列举法和描述法.列举法是将集合中的元素一一列举出来,写在一个大括号内.例如,1 到 10 的所有偶数所组成的集合可以表示为

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}.$$

用列举法表示集合时,必须列出集合的所有元素,不得遗漏和重复.

描述法是把集合中各元素所具有的共同性质写在大括号内表示这一集合.例如

$$A = \{x \mid a < x < b\}$$

表示满足不等式 $a < x < b$ 的所有 x 的集合.

3. 区间

设 a, b 为实数,且 $a < b$.

(1) 满足不等式 $a < x < b$ 的所有实数 x 的集合, 称为以 a, b 为端点的开区间, 记作 (a, b) , 即

$$(a, b) = \{x \mid a < x < b\}.$$

(2) 满足不等式 $a \leq x \leq b$ 的所有实数 x 的集合, 称为以 a, b 为端点的闭区间, 记作 $[a, b]$, 即

$$[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}.$$

(3) 满足不等式 $a < x \leq b$ (或 $a \leq x < b$) 的所有实数 x 的集合, 称为以 a, b 为端点的半开区间, 记作 $(a, b]$ (或 $[a, b)$), 即

$$(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\} \text{ (或 } [a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}).$$

以上三类区间为有限区间, 有限区间的右端点 b 与左端点 a 的差 $b - a$, 称为区间的长度.

还有下面几类无限区间.

$$(4) (a, +\infty) = \{x \mid x > a\}, \quad [a, +\infty) = \{x \mid x \geq a\}.$$

$$(5) (-\infty, b) = \{x \mid x < b\}, \quad (-\infty, b] = \{x \mid x \leq b\}.$$

$$(6) (-\infty, +\infty) = \{x \mid -\infty < x < +\infty\}.$$

区间 $(-\infty, +\infty)$ 即全体实数的集合.

注 ① 记号 $+\infty$ 、 $-\infty$ 都只是表示无限性的一种记号, 它们都不是某个确定的数, 因此不能像数一样进行运算; ② 以后如果遇到所作的论述对不同类型的区间 (有限的、无限的、开的、闭的、半开的) 都适用, 为了避免重复讨论, 就用“区间 I ”代表各种类型的区间.

4. 邻域

设 a 与 δ 是两个实数, 且 $\delta > 0$. 数集

$$\{x \mid |x - a| < \delta\}$$

在数轴上是一个以点 a 为中心、长度为 2δ 的开区间 $(a - \delta, a + \delta)$, 称为点 a 的 δ 邻域, 记作 $U(a, \delta)$, 即

$$U(a, \delta) = \{x \mid |x - a| < \delta\} = (a - \delta, a + \delta).$$

点 a 称为这个邻域的中心, δ 称为这个邻域的半径.

例如, $U(1, 2)$ 表示以点 $a = 1$ 为中心、 $\delta = 2$ 为半径的邻域, 也就是开区间 $(-1, 3)$.

有时用到的邻域需要把邻域中心去掉. 点 a 的 δ 邻域去掉中心 a 后, 称为点 a 的去心 δ 邻域, 记作 $\dot{U}(a, \delta)$, 即

$$\begin{aligned} \dot{U}(a, \delta) &= \{x \mid 0 < |x - a| < \delta\} \\ &= (a - \delta, a) \cup (a, a + \delta). \end{aligned}$$

例如, $\dot{U}(a, \delta)$ 表示以 1 为中心、2 为半径的去心邻域, 即 $(-1, 1) \cup (1, 3)$.

1.1.2 函数的定义和表示方法

1. 函数的定义

定义1 设 x, y 是两个变量, D 是一给定数集, 如果对于 D 中的每一个 x , 按照一定的法则总有确定的数值 y 与之对应, 则称 y 是 x 的函数, 记为

$$y = f(x), x \in D,$$

其中 x 称为自变量, y 称为因变量. 自变量的取值范围称为定义域(用 D 表示), 对应的因变量的取值范围称为值域(用 M 表示).

例1 求函数 $y = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ 的定义域.

解 由 $4-x^2 > 0$ 得定义域 $D = \{x \mid -2 < x < 2\}$, 用区间表示为 $(-2, 2)$.

例2 设函数 $f(x) = x^4 + x^2 + 1$, 求 $f(0), f(t^2), (f(t))^2, f\left(\frac{1}{t}\right), f(x+h)$.

解

$$f(0) = 0 + 0 + 1 = 1,$$

$$f(t^2) = (t^2)^4 + (t^2)^2 + 1 = t^8 + t^4 + 1,$$

$$(f(t))^2 = (t^4 + t^2 + 1)^2,$$

$$f\left(\frac{1}{t}\right) = \left(\frac{1}{t}\right)^4 + \left(\frac{1}{t}\right)^2 + 1 = \frac{1+t^2+t^4}{t^4},$$

$$\frac{1}{f(t)} = \frac{1}{t^4 + t^2 + 1},$$

$$\begin{aligned} f(x+h) &= (x+h)^4 + (x+h)^2 + 1 \\ &= x^4 + 4hx^3 + (6h^2+1)x^2 + (4h^3+2h)x + h^4 + h^2 + 1. \end{aligned}$$

例3 设 $f(x+3) = \frac{x+1}{x+2}$, 求 $f(x)$.

解 令 $x+3 = t$, 可得 $x = t-3$, 于是

$$f(x+3) = f(t) = \frac{(t-3)+1}{(t-3)+2} = \frac{t-2}{t-1},$$

因此

$$f(x) = \frac{x-2}{x-1}.$$

2. 函数的表示方法

函数的常用表示方法有三种, 即公式法、表格法和图像法.

三种方法都有各自的优点: 公式法的优点是便于理论推导和计算; 表格法的优点在于函数值容易查得, 如三角函数表和对数表等; 图像法的优点是直观形象, 一目了然. 本节以公式法为主.

3. 反函数

定义 2 设有函数 $y = f(x)$, 其定义域为 D , 值域为 M , 如果对于 M 中的每一个 y , 都可以从数集 D 中找到唯一的一个 x , 使 $f(x) = y$. 由 y 对应 x 的法则记为 f^{-1} , 称 f^{-1} 是 f 的反函数, 也即 $x = f^{-1}(y)$ 是 $y = f(x)$ 的反函数, 它的定义域是 M , 值域是 D .

习惯上, 自变量用 x 表示, 因变量用 y 表示, 因此也可以说, $y = f^{-1}(x)$ 是 $y = f(x)$ 的反函数.

相对于反函数 $y = f^{-1}(x)$ 来说, 原来的函数 $y = f(x)$ 称为直接函数. 把直接函数 $y = f(x)$ 和它的反函数 $y = f^{-1}(x)$ 的图形画在同一直角坐标系中, 这两个图形关于直线 $y = x$ 是对称的.

例 4 求函数 $y = 3x - 1$ 的反函数.

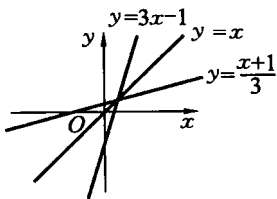


图 1-1

解 由 $y = f(x) = 3x - 1$ 可以求出

$$x = f^{-1}(y) = \frac{y+1}{3},$$

交换 x, y , 即求得反函数

$$y = \frac{x+1}{3}.$$

它们的函数图形如图 1-1 所示.

4. 分段函数

用式子表示的函数, 有时在它们的定义域的不同范围上具有不同的表达式, 这种函数称为分段函数. 分段函数在实际问题中经常出现.

例 5 某市出租车按如下规定收费: 当行驶里程不超过 3 km 时, 一律收起步费 10 元; 当行驶里程超过 3 km 时, 除起步费外, 对超过 3 km 且不超过 10 km 的部分, 按 2 元/km 计费; 对超过 10 km 的部分, 按 3 元/km 计费. 试写出车费 c 与行驶里程 s 之间的函数关系.

解 设 $c = c(s)$ 表示这个函数, 其中 s 的单位是 km, c 的单位是元. 按上述规定, 当 $0 < s \leq 3$ 时, $c = 10$; 当 $3 < s \leq 10$ 时, $c = 10 + 2(s - 3) = 2s + 4$; 当 $s > 10$ 时, $c = 10 + 2(10 - 3) + 3(s - 10) = 3s - 6$. 以上函数关系可写为

$$c(s) = \begin{cases} 10, & 0 < s \leq 3, \\ 2s + 4, & 3 < s \leq 10, \\ 3s - 6, & s > 10. \end{cases}$$

所以, $c(s)$ 就是一个分段函数.

定义 3 若 $f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0, \end{cases}$ 则称 $f(x)$ 为符号函数, 记作 $\operatorname{sgn} x$, 即