



全国MBA联考一本通关考试辅导丛书

MBA联考数学 一本通关

组编：华章教育MBA考试研究中心
编著：周洪桥

特色创作

中国MBA资深命题专家团队倾力之作
依据新大纲，把脉新动向，直击MBA联考
驰名MBA考坛10余年的一线教师
MBA联考大纲修订者
MBA联考题库奠基人
MBA联考阅卷资深专家

超值赠送 赠送价值200元的最新网络课程

辅导优惠 凡购买华章教育MBA图书，报华章
MBA培训班将享受50元优惠





全国MBA联考一本通关考试辅导丛书

MBA联考数学 一本通关

组编：华章教育MBA考试研究中心

主编：周洪桥

主审：袁进

编著：周洪桥 袁进

图书在版编目(CIP)数据

MBA 联考数学一本通关/周洪桥编. —北京:朝华出版社,2008.10

ISBN 978-7-5054-1971-1

I. M… II. 周… III. 高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 152174 号

MBA 联考数学一本通关

编 著 周洪桥

图书策划 郭 泉

责任编辑 郭 泉

责任印刷 张文东

装帧设计 刘 科

出版发行 朝华出版社

地 址 北京市车公庄西路 35 号 邮政编码 100044

电 话 (010)68433188(总编室) 68433141(编辑部)

(010)68413840 68433213(发行部)

传 真 (010)88415258(发行部)

印 刷 北京明月印务有限责任公司

经 销 全国新华书店

开 本 787×1092 1/16 字 数 474 千字

印 张 19

版 次 2008 年 10 月第 1 版 2008 年 10 月第 1 次印刷

版 别 平

书 号 ISBN 978-7-5054-1971-1

定 价 42.00 元

前 言

2009年MBA联考大纲已经公布,数学与去年相比只增加了立体几何图形部分,题量由30道减少到25道,这反映出MBA联考的数学考试已经基本趋于稳定。多年来,数学作为MBA联考中最重要的一个科目,它的重要地位让广大考生不敢忽视,但由于考试内容较多、时间紧,每年都有许多考生因为数学成绩不好而败走麦城。因此,一本好的复习参考书对久离书本的广大考生来说无疑是雪中送炭。

历年MBA联考数学考试试题,全面体现和反映了大纲的要求,体现了考试的重点、难点,也充分展示了重点题型。虽然每年考试的试题不尽相同,但是基本的考点、范围和结构基本相同。熟悉历年试题及其解题方法有助于考生进一步掌握考试内容、考试要求,提高应试水平。

本书在详细研究、系统整理历年MBA联考试题的基础上,对历年MBA联考数学常考题型进行了归纳分类,给出了典型的解题方法和常用技巧。

1. 本书的栏目特点

(1) 常考典型题型分类归纳

本部分按MBA联考数学常考题型编排,对这些题型的解题思路、破题方法和解题技巧进行了归纳总结。试题是无限的,而题型是有限的。掌握好各类常考题型及其解题思路、方法与技巧,就能以不变应万变,收到触类旁通的效果。

(2) 历年真题详解

本部分对97年来每一个部分考点的真题做了详细解释,并按照时间顺序做了排序,书中“070101”表示07年1月联考的第1题,书中“071001”表示07年10月联考第1题。通过本部分的复习,考生可以了解到,以前究竟考过哪些题型?考过什么样的题目?从而掌握数学考试的广度和深度,做到复习时目标明确,心中有数。

2. 本书的使用方法

本书是考生必备的数学参考讲义,但并不是全部,在使用本书的时候,还必须选择一本可以指导考生全面、系统、深入复习数学的参考书,与本书结合在一起使用,比如机械工业出版社出版的《2009年MBA联考综合能力考试辅导教材·综合能力分册》就是一本人手必备的参考书,每年的考试也都会有书上的例题和练习题。读透这两本书,考生就会从纵向和横向上把握住了整个知识体系。

同时,笔者也建议考生把本书中的全部试题做2~3遍,直到对所有的题目乍一见就能够知道其考点和解题思路的程度。

由于时间仓促,本书难免会有差错和缺欠,欢迎批评指正。

编者

2008年8月

2009 MBA 联考新大纲解析

袁 进

2009年考试大纲与2008年考试大纲基本没有什么大的变化,考的第一部分,数学题由原来的30题变为25题,第二部分原来15题,每题3分,45分,现在还是15题,每题30分,总分没有变化,但是考题减少了5个。MBA数学难度要求的是解题速度,也就是在50分钟完成30个不算简单的数学题。现在减少5个题,这可以在某种程度上减少考生的压力,确实是广大考生值得欣慰的事情。

唯一变化的是在新大纲要求加考了常见立体图形(长方体、圆柱体、圆锥体、球)。但是我仍然认为,考生在这方面要做一定的准备工作。当然在新增加的立体几何中不会出过难的题,只是基本的计算公式。

数学总题量减少5个,调整的原因是否是故意降低MBA考试的难度,还是降低考生复习的量呢?从量来说没有降低,因为内容没有改变,从大纲上还增加了立体几何,量的变化可能有几种考虑,一是觉得30题太多,想减少考生的压力,这是可能的,或者减少数学方面的负担。总分没有变,我认为难度也不会改变,只是在量上改变,心理上来说,考生50分钟做25题会容易一些。为什么减少5个题,这方面也有多种想法。

数学的考点,是一些固定的格式,考一些基本的概念,基本的思维方式,考一些利用数学解决问题、分析问题的能力。趋势,还是依照大纲,紧扣教材,紧扣考题。

数学可以短期内提高。虽然工作了一段时间,但多数学生都是这样的水平,都是工作多年,如果考生基础比较好,反过头来就很容易把基本概念回忆起来,然后掌握MBA的考试规律、内容、形式。考试大纲、教材是第一,然后再选择一些好的辅导教材,不宜过多,要精,可以做一些有关的例题,MBA数学一定要灵活,要动脑子想,每做一道题要做精做透,不要太多,要把基本题型反复做。

其实MBA数学考试考的是考生的心理素质,考试是否成功取决于你心理素质如何。MBA数学和写作逻辑在一套卷子上,也就是,不管你的写作如何,你在现场写好作文的时候,并没有办法确定你作文能够得多少分,当你做逻辑时,你是按照自己的正确理解认为它是对的,也无法断定逻辑题做的好坏,所以语文写作和逻辑不会影响你考试的心情,但是数学不一样。25个数学题,当你做数学题时,到底这个题是会还是不会,是猜的还是算出来的,你有数的,当你发现你的数学做得很不好的时候,直接会影响你整个考试的情绪,MBA考试有时候是心理战。在历届考试中,前三道题中一定有一道比较难的题,这是对考生心理素质的考验,所以一定要学会要舍得放弃,如果考生舍得放弃,或者说考生知道,25题中有三到五个题一定做不出来,有了这样的想法,即便做不出来某题,心态也很平和,难题反而容易解决。

作为考生,要在短期内应对数学、逻辑、写作、作文、英语,我建议考生要选择好的辅导班,好的老师。华章的老师,在经验方面以及对内容的把握都很有能力,这能够提升考生考试的心理素质和应试能力。选择好的辅导班对于考生的提升非常重要。

目 录

(165)	正
(167)	六
(168)	十
(170)	八
(171)	六
(171)	一
(171)	二
第一章 实数、绝对值、平均值		(1)
一、实数的概念.....		(1)
二、绝对值.....		(15)
三、算术平均值与几何平均值.....		(25)
四、历年真题详解.....		(29)
第二章 整式与分式		(37)
一、因式分解.....		(37)
二、乘法公式的应用.....		(40)
三、分式.....		(48)
四、历年真题详解.....		(53)
第三章 一元二次方程与不等式		(56)
一、一元二次方程的解法.....		(56)
二、一元二次方程的判别式及根与系数的关系.....		(57)
三、一元二次方程根的特性.....		(64)
四、不等式.....		(74)
五、历年真题详解.....		(87)
第四章 应用题		(99)
一、比和比例.....		(99)
二、工程问题.....		(102)
三、浓度配比问题.....		(105)
四、行程问题.....		(107)
五、公倍数问题.....		(112)
六、容斥原理的应用.....		(113)
七、平均成绩.....		(116)
八、历年真题详解.....		(116)
第五章 数列		(142)
一、等差数列的通项和性质.....		(142)
二、等差数列的前 n 项和.....		(147)
三、等比数列.....		(156)
四、等差数列、等比数列的综合问题.....		(162)

五、数列求和	(165)
六、数列中的应用题	(167)
七、利用递推关系求数列的通项公式	(169)
八、历年真题详解	(170)
第六章 平面几何及常见立体几何图形	(179)
一、三角形的概念	(179)
二、三角形面积的计算	(182)
三、四边形	(188)
四、圆	(201)
五、常见立体几何图形	(209)
第七章 解析几何初步	(214)
一、平面直角坐标系中的基本公式	(214)
二、直线的有关概念(倾斜角、斜率)	(216)
三、直线的方程的求法	(219)
四、两条直线的位置关系	(225)
五、直线中的对称问题	(231)
六、圆的方程	(236)
七、直线与圆的位置关系	(241)
八、圆与圆的位置关系	(246)
九、历年真题详解	(249)
第八章 排列组合 概率	(265)
一、加法原理与乘法原理的应用	(265)
二、排列	(269)
三、组合	(273)
四、概率初步	(278)
五、历年真题详解	(285)
(101)	
(102)	
(103)	
(104)	
(105)	
(106)	
(107)	
(108)	
(109)	
(110)	
(111)	
(112)	
(113)	
(114)	
(115)	
(116)	
(117)	
(118)	
(119)	
(120)	
(121)	
(122)	
(123)	
(124)	
(125)	
(126)	
(127)	
(128)	

第一章 实数、绝对值、平均值

一、实数的概念

类型一 有理数的运算技巧

1. $\frac{(1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})(1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{5})(1-\frac{1}{6})(1-\frac{1}{7})(1-\frac{1}{8})(1-\frac{1}{9})}{0.1+0.2+0.3+0.4+0.5+0.6+0.7+0.8+0.9}$ 的值是 ()

- (A) $\frac{2}{81}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{9}{2}$ (D) $\frac{81}{2}$

(E) 以上结论均不正确

【答案】 (A)

【分析】 细心观察一下,此题很有规律.

$$\text{原式} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{8}{9}}{(0.1+0.9) + (0.2+0.8) + (0.3+0.7) + (0.4+0.6) + 0.5} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{9}{2}} = \frac{2}{81}$$

故本题正确选项为(A).

2. $(1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{9})\dots\dots(1-\frac{1}{99^2}) =$ ()

- (A) $\frac{50}{97}$ (B) $\frac{52}{97}$ (C) $\frac{47}{98}$ (D) $\frac{47}{99}$

(E) $\frac{50}{99}$

【答案】 (E)

【分析】 $(1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{9})\dots\dots(1-\frac{1}{99^2})$

$$= (1+\frac{1}{2})(1-\frac{1}{2})(1+\frac{1}{3})(1-\frac{1}{3})\dots\dots(1+\frac{1}{99})(1-\frac{1}{99})$$

$$= [(1+\frac{1}{2})(1+\frac{1}{3})\dots\dots(1+\frac{1}{99})][(1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})\dots\dots(1-\frac{1}{99})]$$

$$= [\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \dots\dots \frac{100}{99}] [\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \dots\dots \frac{98}{99}]$$

$$= \frac{100}{2} \times \frac{1}{99}$$

$$= \frac{50}{99}$$

故本题应选(E).

$$3. \frac{1}{13 \times 15} + \frac{1}{15 \times 17} + \cdots + \frac{1}{37 \times 39} = \quad (\quad)$$

(A) $\frac{1}{37}$ (B) $\frac{1}{39}$ (C) $\frac{1}{40}$ (D) $\frac{2}{41}$

(E) $\frac{2}{39}$

【答案】 (B)

【分析】
$$\begin{aligned} \frac{1}{13 \times 15} + \frac{1}{15 \times 17} + \cdots + \frac{1}{37 \times 39} &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{13} - \frac{1}{15} \right) + \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{17} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{37} - \frac{1}{39} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{17} + \cdots + \frac{1}{37} - \frac{1}{39} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{13} - \frac{1}{39} \right] \\ &= \frac{1}{39} \end{aligned}$$

故本题应选(B).

$$4. 1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+100} =$$

(A) $\frac{99}{100}$ (B) $\frac{99}{101}$ (C) $\frac{100}{101}$ (D) $\frac{200}{101}$

(E) 以上结论均不正确

【答案】 (D)

【分析】 因为 $\frac{1}{1+2+3+\cdots+n} = \frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{2}{n(n+1)} = 2 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

$$\begin{aligned} \text{所以原式} &= 2 \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{100} - \frac{1}{101} \right) \\ &= 2 \left(1 - \frac{1}{101} \right) = \frac{200}{101} \end{aligned}$$

故本题应选(D).

$$5. \frac{1}{1 \times 2} + \frac{2}{1 \times 2 \times 3} + \frac{3}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \cdots + \frac{9}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 10} =$$

(A) $1 - \frac{1}{9!}$ (B) $1 - \frac{1}{10!}$ (C) $1 - \frac{9}{10!}$ (D) $1 - \frac{8}{9!}$

(E) $1 + \frac{8}{9!}$

【答案】 (B)

【分析】 因为 $\frac{n}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n \times (n+1)} = \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$

$$\begin{aligned} \text{所以} &\frac{1}{1 \times 2} + \frac{2}{1 \times 2 \times 3} + \frac{3}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \cdots + \frac{9}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 10} \\ &= 1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \cdots + \frac{1}{9!} - \frac{1}{10!} \end{aligned}$$

$$= 1 - \frac{1}{10!}$$

故本题应选(B).

6. 对任意两个实数 a, b , 定义两种运算:

$$a \oplus b = \begin{cases} a, & \text{如果 } a \geq b \\ b, & \text{如果 } a < b \end{cases} \text{ 和 } a \otimes b = \begin{cases} b, & \text{如果 } a \geq b \\ a, & \text{如果 } a < b \end{cases}$$

那么算式 $(5 \oplus 7) \otimes 5$ 和算式 $(5 \otimes 7) \oplus 7$ 分别等于

- (A) 5 和 5 (B) 5 和 7 (C) 7 和 7 (D) 7 和 5
(E) 以上结论均不正确

【答案】 (B)

【分析】 观察两种运算不难发现, $a \oplus b$ 的结果是取 a 与 b 中的较大者, $a \otimes b$ 的结果则取较小者, 因此 $(5 \oplus 7) \otimes 5 = 7 \otimes 5 = 5$, $(5 \otimes 7) \oplus 7 = 5 \oplus 7 = 7$.

故本题应选(B).

7. 定义 $*$ 运算如下: 对两个自然数 a 和 b , 它们的最小公倍数与最大公约数的差记为 $a * b$, 则 $10 * 14$ 的值等于

- (A) 70 (B) 68 (C) 65 (D) 63
(E) 60

【答案】 (B)

【分析】 10 和 14 的最小公倍数为 70, 最大公约数为 2, 所以 $10 * 14 = 70 - 2 = 68$.

故本题应选(B).

8. 条件充分性判断

$$x = \frac{199}{100} \text{ 成立}$$

$$(1) x = \frac{198 + \left(\frac{1}{23456}\right)^0}{(2002 + 2000 + 1998 + \cdots + 4 + 2) - (2001 + 1999 + 1997 + \cdots + 3 + 1)}$$

$$(2) x = 1 + \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100}$$

【答案】 (B)

【分析】 条件(1)中,

$$x = \frac{198 + 1}{(2002 - 2001) + (2000 - 1999) + \cdots + (4 - 3) + (2 - 1)} = \frac{199}{1001} \neq \frac{199}{100}$$

即条件(1)不充分.

由条件(2)得,

$$x = 1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) = 1 + 1 - \frac{1}{100} = \frac{199}{100}$$

所以条件(2)充分.

故本题正确答案为(B).

9. 条件充分性判断

对于正整数 a, b , 规定 $a \times b = a \times (a+1) \times (a+2) \times \cdots \times (a+b-1)$, 那么 $(x \times 3) \times 2 = 3660$

(1) $x=2$ (2) $x=4$

【答案】 (E)

【分析】 由条件(1), 当 $x=2$ 时,

$$(x \times 3) \times 2 = (2 \times 3) \times 2 = (2 \times 3 \times 4) \times 2 = 24 \times 2 = 24 \times 25 = 600$$

即条件(1)不充分.

由条件(1), 当 $x=4$ 时,

$$(4 \times 3) \times 2 = (4 \times 5 \times 6) \times 2 = 120 \times 2 = 120 \times 121 = 14520$$

即条件(2)也不充分.

故本题应选(E).

类型二 实数的概念

10. 若 n 为任意自然数, 则 n^2+n

(A) 为偶数

(B) 为奇数

(C) 当 n 为偶数时是偶数, 当 n 为奇数时是奇数

(D) 当 n 为奇数时是偶数, 当 n 为偶数时是奇数

(E) 以上结论均不正确

【答案】 (A)

【分析】 因为 $n^2+n=n(n+1)$, n 与 $n+1$ 是两个相邻的自然数, 其中必有一个是偶数, 所以 n^2+n 能被 2 整除, 故它是偶数.

故本题应选(A).

11. 如果 $132n$ (n 为正整数) 是一个自然数的平方, 则 n

(A) 为素数

(B) 为合数

(C) 不是素数, 也不是合数

(D) 为奇数

(E) 以上结论均不正确

【答案】 (B)

【分析】 因为 $132=2^2 \times 3 \times 11$, 又 $132n$ 是完全平方数, 所以 n 中必有 3 的奇数次幂和 11 的奇数次幂的因数, 即 n 有除 1 和自身以外的约数, 故它是合数.

故本题应选(B).

12. 若 $5m+3n$ (m, n 是任意自然数) 是 11 的倍数, 则 $9m+n$

(A) 是 11 的倍数

(B) 不是 11 的倍数

(C) 对某些 m, n 的值, 是 11 的倍数

(D) 是 3 的倍数

(E) 以上结论均不正确

【答案】 (A)

【分析】 因为 $3(9m+n)=27m+3n=(5m+3n)+22m$, 由于 $5m+3n$ 和 $22m$ 都是 11 的倍数, 所以 $3(9m+n)$ 也是 11 的倍数. 又因为 3 与 11 互质, 所以 $9m+n$ 是 11 的倍数.

故本题应选(A).

13. 一个大于 10 的自然数, 划去它的个位数字后得到一个新数, 若原数除以新数商为 13, 则这样的原数共有

(A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 3 个

(E) 4 个

【答案】 (D)

设这个大于 10 的自然数为 $\overline{a_1 a_2 \cdots a_n}$ (a_i 为 0 到 9 这十个数中的一个), 由已知 $\overline{a_1 a_2 \cdots a_n} = 13 \overline{a_1 a_2 \cdots a_{n-1}}$, 所以 $10 \overline{a_1 a_2 \cdots a_{n-1}} + a_n = 13 \overline{a_1 a_2 \cdots a_{n-1}}$, 即 $3 \overline{a_1 a_2 \cdots a_{n-1}} = a_n$

由上面的等式可得 a_n 是 3 的倍数且不为零, 所以 a_n 只能是 3, 6 或 9, 相应的 $\overline{a_1 a_2 \cdots a_{n-1}}$ 的值分别为 1, 2, 3, 所以原数只能是 13, 26, 39.

故本题应选(D).

14. 两个正整数的最大公约数是 6, 最小公倍数是 90, 满足条件的两个正整数组成的数对 (大数排在前边) 共有 ()

(A) 0 对 (B) 1 对 (C) 2 对 (D) 3 对

(E) 4 对

【答案】 (C)

【分析】 因为 $90 = 3 \times 5 \times 6$, 由于 3 和 5 互质, 所以满足条件的两个自然数只能是 $5 \times 6 = 30$ 和 $3 \times 6 = 18$, 或者 $1 \times 6 = 6$ 和 $15 \times 6 = 90$.

故本题应选(C).

15. 3 个素数之积恰好等于它们和的 5 倍, 这 3 个素数之和为 ()

(A) 12 (B) 14 (C) 15 (D) 18

(E) 20

【答案】 (B)

【分析】 设这 3 个素数为 x, y, z , 依题意有 $xyz = 5(x + y + z)$, 所以 xyz 必能被 5 整除. 又因为 5 是素数, 所以 x, y, z 中必有一个是 5. 不妨设 $x = 5$ 和 $y \leq z$, 则有 $yz = 5 + y + z$, 所以 $(y-1)(z-1) = 6$, 从而

$$\begin{cases} y-1=1 \\ z-1=6 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} y-1=2 \\ z-1=3 \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} y=2 \\ z=7 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} y=3 \\ z=4 \end{cases} \quad (\text{舍去})$$

所以素数 $y=2, z=7$, 从而 $x+y+z=14$

故本题正确选项为(B).

16. 已知 p, q 都是质数, 以 x 为未知数的方程 $px^2 + 5q = 97$ 的根是 1, 则 $40p + 101q + 4$ 的值等于 ()

(A) 2003 (B) 2004 (C) 2005 (D) 2006

(E) 2007

【答案】 (A)

【分析】 将 $x=1$ 代入方程, 得 $p+5q=97$ 为奇数, 于是 $p, 5q$ 中一定有一个奇数一个为偶数, 又由于 p, q 都是质数, 所以 p, q 中必有一个等于 2.

若 $q=2$, 则 $p=87$, 为合数, 不合题意; 若 $p=2$, 则 $q=19$, 符合题意.

将 $p=2, q=19$ 代入 $40p+101q+4$ 中得 $40 \times 2 + 101 \times 19 + 4 = 2003$.

故本题应选(A).

17. 如果 n 是一个正整数, 那么 $n^3 - n$ 一定有约数

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

(E) 9

【答案】(C)

【分析】因为 $n^3 - n = n(n^2 - 1) = (n-1)n(n+1)$, 由于三个连续自然数相乘一定含有约数 2 和 3, 所以 $n^3 - n$ 一定有约数 6.

故本题应选(C).

18. 已知 a, b, c 三个数中有两个数是奇数, 一个数是偶数, n 是整数, 如果 $S = (a+n+1) + (b+2n+2) + (c+3n+3)$, 那么

- (A) S 是偶数
 (B) S 是奇数
 (C) 当 n 是偶数时, S 是偶数, 当 n 是奇数时, S 是奇数
 (D) 当 n 是偶数时, S 是奇数, 当 n 是奇数时, S 是偶数
 (E) S 的奇偶性不能确定

【答案】(A)

【分析】由于 $S = (a+n+1) + (b+2n+2) + (c+3n+3)$

$$= (a+b+c) + 6n + 6$$

又由于 a, b, c 三个数中有两个数是奇数, 一个数是偶数, 因此 $a+b+c$ 一定为偶数. 从而 $S = (a+b+c) + 6n + 6$ 一定为偶数.

故本题应选(A).

19. 若 a, b, c 为三个任意的整数, 则 $\frac{1}{2}(a+b), \frac{1}{2}(b+c), \frac{1}{2}(c+a)$ 中整数有

- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 1 个或 3 个
 (E) 1 个或 2 个

【答案】(D)

【分析】 $\frac{a+b}{2}$ 为整数 $\Leftrightarrow a+b$ 为偶数.

若 a, b, c 三个都为偶数, $a+b, b+c, a+c$ 均为偶数, 从而 $\frac{1}{2}(a+b), \frac{1}{2}(b+c), \frac{1}{2}(c+a)$ 三个都为整数;

若 a, b, c 三个都为奇数, $a+b, b+c, a+c$ 均为偶数, 从而 $\frac{1}{2}(a+b), \frac{1}{2}(b+c), \frac{1}{2}(c+a)$ 三个都为整数;

若 a, b, c 三个中一个为奇数, 另两个为偶数, 不妨设 a 为奇数, b, c 两个为偶数, 因此 $a+b, a+c$ 为奇数, $b+c$ 均为偶数, 从而 $\frac{1}{2}(a+b), \frac{1}{2}(b+c), \frac{1}{2}(c+a)$ 三个数中只有 $\frac{1}{2}(b+c)$ 一个为整数;

若 a, b, c 三个中两个为奇数, 另一个为偶数, 不妨设 a, b 为奇数, c 为偶数, 因此 $b+c, a+c$ 为奇数, $a+b$ 均为偶数, 从而 $\frac{1}{2}(a+b), \frac{1}{2}(b+c), \frac{1}{2}(c+a)$ 三个数中只有 $\frac{1}{2}(a+b)$ 一个为

整数.

所以, $\frac{1}{2}(a+b), \frac{1}{2}(b+c), \frac{1}{2}(c+a)$ 中整数的个数为 1 个或 3 个.

故本题应选(D).

20—28 题为条件充分性判断

20. 自然数 n 的各位数字之积等于 6.

(1) n 是除以 5 余 3, 且除以 7 余 2 的最小自然数

(2) n 是形如 2^{4^m} (m 是正整数) 的最小自然数

【答案】 (D)

【分析】 由条件(1), 可设 $n=5k_1+3$ 或 $n=7k_2+2$, 其中 k_1 和 k_2 均为正整数, 所以应该有 $5k_1+3=7k_2+2$, 或 $7k_2-5k_1=1$, 通过观察得 $k_2=3, k_1=4$ 是满足等式的一组最小的值, 所以满足条件的自然数的最小值为 23, $2 \times 3 = 6$, 即条件(1)单独充分.

由条件(2), m 是正整数, 所以 m 的最小值为 1, 可得 $n=16, 1 \times 6 = 6$, 所以条件(2)也充分.

故本题应选(D).

21. 若 x 和 y 是整数, 则 $xy+1$ 能被 3 整除.

(1) 当 x 被 3 除时, 其余数为 1 (2) 当 y 被 9 除时, 其余数为 8

【答案】 (C)

【分析】 因为 $xy+1$ 能否被 3 整除, 不但取决于 x 的值, 而且还取决于 y 的值, 所以(1)和(2)单独都不充分, 两个条件联合得:

设 $x=3m+1, y=9n+8$, 其中 m, n 是整数.

于是

$$\begin{aligned} xy+1 &= (3m+1)(9n+8)+1 = 27mn+24m+9n+8+1 \\ &= 3(9mn+8m+3n+3) \end{aligned}$$

即能被 3 整除.

故本题应选(C).

22. 若 n 是一个整数, 则 $\frac{n}{15}$ 也是一个整数.

(1) $\frac{3n}{15}$ 是一个整数 (2) $\frac{8n}{15}$ 是一个整数

【答案】 (B)

【分析】 因为 $\frac{3n}{15} = \frac{n}{5}$ 是个整数, 即 n 是 5 的倍数, 但不一定是 15 的倍数, 所以条件(1)不充分.

由条件(2), 因为 15 和 8 互质, 且 $\frac{8n}{15}$ 是一个整数, 得 $8n$ 能被 15 整除, 从而 n 能被 15 整除, 即 $\frac{n}{15}$ 是一个整数. 所以条件(2)充分.

故本题应选(B).

23. 整数 n 是 140 的倍数

(1) n 是 10 的倍数 (2) n 是 14 的倍数

【答案】 (E)

【分析】 条件(1)和条件(2)单独都不充分. 两个条件联合时, 由于 n 是 10 的倍数, n 又是 14 的倍数, 即 n 能被 10 整除, 也能被 14 整除, 得 n 能被 10 与 14 的最小公倍数 70 整除, 因此不能断定 n 是 140 的倍数.

故本题应选(E).

24. 正整数 x 是偶数

(1) x 被 3 除时, 其余数为 2 (2) x 被 5 除时, 其余数为 2

【答案】 (E)

【分析】 由条件(1)得, $x=3m+2$, 因此不能确定 x 是偶数, 即条件(1)单独不充分.

由条件(2)得, $x=5n+2$, 也不能断定 x 是偶数. 也不充分.

两个条件联合时, x 被 15 除时余 2, 设 $x=15p+2$, 也不能确定奇偶性.

故本题应选(E).

25. 若 $n=p+r$, 其中 n, p, r 均为正整数, 且 n 是奇数, 则 $p=2$

(1) p 和 r 都是质数 (2) $r \neq 2$

【答案】 (C)

【分析】 因为 $n=p+r$ 是奇数. 即 p 与 r 中一定是一奇一偶.

由条件(1), p 和 r 都是质数, 从而 p 和 r 中一定有一个是 2, 另一个为奇数, 但不能确定 $p=2$. 即条件(1)不充分, 显然条件(2)也不充分, 但是当两个条件联合时, 可以确定 $p=2$.

故本题应选(C).

26. $m+n=19$

(1) m, n 均为质数 (2) $5m+7n=129$

【答案】 (E)

【分析】 条件(1)和条件(2)显然单独都不充分, 考虑两个条件联合.

由于 $5m+7n=129$ 为奇数, 从而 $5m, 7n$ 中一定有一个奇数一个为偶数, 又由于 m, n 都是质数, 所以 m, n 中必有一个等于 2.

若 $m=2$, 则 $n=17$, 于是 $m+n=19$; 若 $n=2$, 则 $m=23$, 于是 $m+n=25$.

所以两个条件联合也不充分.

故本题应选(E).

27. m 除 10^k 余数为 1.

(1) 既约分数 $\frac{n}{m}$ 满足 $0 < \frac{n}{m} < 1$

(2) 分数 $\frac{n}{m}$ 可以化为小数部分的一个循环节有 k 位数字的纯循环小数

【答案】 (C)

【分析】 条件(1)单独显然不充分

由条件(2)得, $\frac{n}{m} = \frac{a_1 a_2 \cdots a_k}{10^k - 1}$, 从而 $10^k - 1 = \frac{m a_1 a_2 \cdots a_k}{n}$, 若 m, n 不互质的话, 则 $\frac{a_1 a_2 \cdots a_k}{n}$

不一定是整数,从而条件(2)不充分.若联合条件(1), $\frac{n}{m}$ 是既约分数,由于 $10^k - 1 = \frac{m a_1 a_2 \cdots a_k}{n}$ 是整数,从而 $\frac{a_1 a_2 \cdots a_k}{n}$ 一定是整数,设其值为 q ,于是 $10^k = mq + 1$,结论成立,即两个条件联合起来充分.故本题应选(C).

28. m 为偶数

(1) 设 n 为整数, $m = n(n+1)$

(2) 在 $1, 2, 3, \dots, 1990$ 这 1990 个自然数中相邻的两个数之间任意添加一个加号或减号, 设这样组成的运算式的结果是 m

【答案】 (A)

【分析】 由于 $n, n+1$ 中必一个是奇数一个是偶数, 相乘后必是偶数, 即条件(1)充分.

由条件(2), 在 $1, 2, 3, \dots, 1990$ 中有 995 个奇数和 995 个偶数, 由于奇数个奇数相加减结果必为奇数, 偶数和偶数相加减必为偶数, 奇数和偶数相加减结果为奇数, 所以条件(2)的运算结果必为奇数, 从而条件(2)不充分.

故本题应选(A).

解题方法归纳与提升

实数的分类

实数 $\begin{cases} \text{有理数} \begin{cases} \text{整数(正整数、零和负整数)} \\ \text{分数(正分数和负分数)} \end{cases} \\ \text{无理数(即为无限不循环小数)} \end{cases}$

整数还有以下分类:

整数 $\begin{cases} \text{偶数} \\ \text{奇数} \end{cases}$ 正整数 $\begin{cases} 1 \\ \text{质数} \\ \text{合数} \end{cases}$

1. 自然数

我们把 $0, 1, 2, 3, \dots$ 叫做自然数, 自然数的集合用字母 N 表示, 即 $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$, 自然数也叫非负整数, 除 0 以外的自然数叫做正整数. 自然数具有下面的性质:

- (1) 自然数 n 的后继数(n 的后面与它相邻的数)是 $n+1$
- (2) 两个自然数的和、差的绝对值, 以及它们的积都是自然数.

2. 数的整除

当自然数 n_1 被自然数 n_2 ($n_2 \neq 0$) 除, 所得商仍是一个自然数时, 我们就说自然数 n_1 能被自然数 n_2 整除, 此时称 n_1 是 n_2 的倍数; n_2 是 n_1 的约数.

2.1 整除的性质

- (1) 如果 a, b 都能够被 c 整除, 那么它们的和与差也能够被 c 整除.
- (2) 如果 b 与 c 的积能整除 a , 那么 b 与 c 都能整除 a .
- (3) 如果 c 能整除 b , b 能整除 a , 那么 c 能整除 a .
- (4) 如果 b 与 c 都能整除 a , 且 b 与 c 互质, 那么 b 与 c 的乘积能整除 a .

2.2 数的整除特征

- (1) 零能被任意非零自然数整除；
- (2) 能被 2 整除的数个位数字是 0, 2, 4, 6, 8；
- (3) 各位数字之和能被 3(或 9)整除的数必能被 3(或 9)整除；
- (4) 末两位数能被 4 整除的数必能被 4 整除；
- (5) 末位数是 0 或 5 的数能被 5 整除；
- (6) 两个相邻自然数中,必有一个是偶数,另一个是奇数；
- (7) 任意一个自然数的最小约数是 1,最大的约数是它本身.

3. 奇数与偶数

能被 2 整除的整数都是偶数;不能被 2 整除的整数都是奇数. 偶数都可以表示成 $2k(k$ 为整数)的形式;奇数都可以表示成 $2k+1(k$ 为整数)的形式.

- 1) 奇数个奇数相加减其结果必为奇数.
- 2) 偶数个奇数相加减其结果必为偶数.
- 3) 奇数和偶数相加减,其结果必为奇数.
- 4) 任意多个偶数相加减,其结果必为偶数.
- 5) 若 $n(n$ 为大于 1 的自然数)个整数连乘其结果为奇数,则这 n 个整数必然都是奇数.
- 6) 若 $n(n$ 为大于 1 的自然数)个整数连乘其结果为偶数,则这 n 个整数中至少有一个为偶数.
- 7) 若 $n(n$ 为大于 1 的自然数)个连续整数相加等于零,则 n 必为奇数.
- 8) 若 $n(n$ 为大于 1 的自然数)个连续奇数相加等于零,则 n 必为偶数.
- 9) 若 $n(n$ 为大于 1 的自然数)个连续偶数相加等于零,则 n 必为奇数.
- 10) 任何一个大于 2 的偶数都可以表示为两个质数的和.

4. 素数与合数

若一个正整数只有 1 和它本身两个约数,则称这个正整数为素数(或质数). 若一个正整数有除 1 和自身以外的约数,则称这个正整数为合数. 正整数可以分为 3 类: 自然数 1, 素数与合数. 2 是最小的素数,除 2 以外的素数都是奇数.

大于 1 的任意自然数都可以表示成若干个因数连乘积的形式,如: $120=2^3 \times 3 \times 5$, 我们把这个分解得的算式(如 $2^3 \times 3 \times 5$)叫做该自然数的素因数分解式. 对于给定的大于 1 的自然数,它的素因数分解式是唯一的.

5. 公约数和公倍数

(1) 公约数

设 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n(n \geq 2)$ 是 n 个正整数,若 d 是它们中每一个数的约数,则称 d 为这 n 个整数的公约数(或公因数). n 个正整数 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n(n \geq 2)$ 的公约数中最大的一个,叫做这 n 个正整数的最大公约数. 若 n 个正整数的最大公约数是 1,则称这 n 个正整数互质.

(2) 公倍数

设 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n(n \geq 2)$ 是 n 个正整数,若 a 是它们中每一个数的倍数,则称 a 为这 n 个正整数的公倍数. n 个正整数 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n(n \geq 2)$ 的公倍数中最小的一个,叫做这 n 个正整数的最小公倍数.