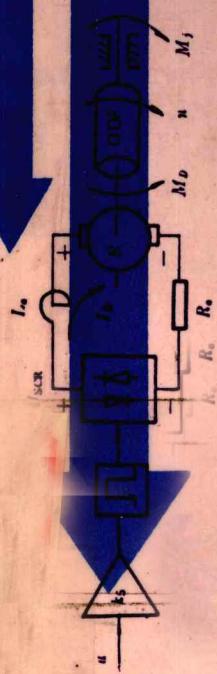
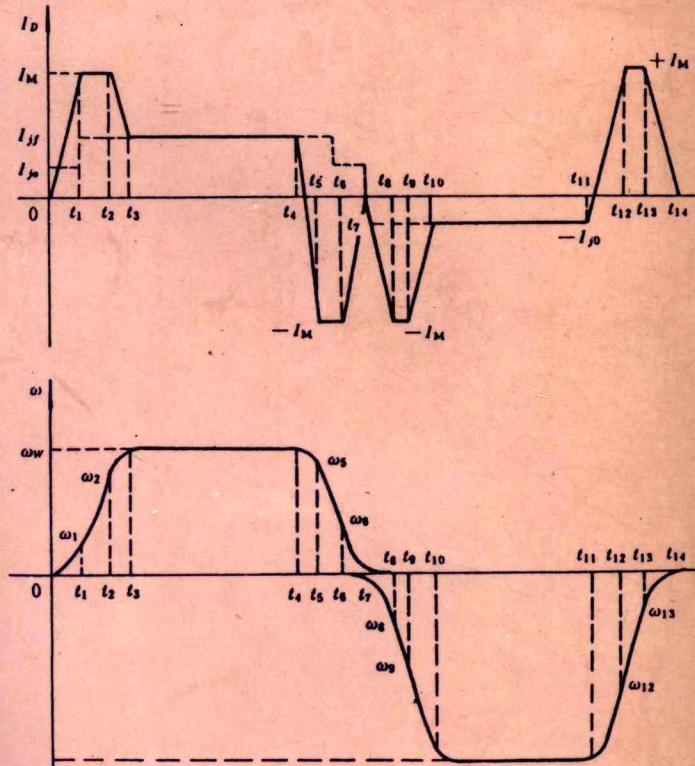


电力拖动 最优控制

任兴权 主编



东北工学院出版社

电力拖动最优控制

任兴权 主编

东北工学院出版社

(辽) 新登字第8号

内 容 简 介

本书主要内容是应用最优控制理论、计算机仿真技术以及计算机控制技术分析研究电力拖动控制领域中发展的问题，全书共分六章，包括绪论，最优控制理论数学基础，线性系统反馈控制和最优控制，电力拖动最优控制规律，最优控制规律工程实现，以及应用举例。此外，还介绍了控制理论计算机仿真程序 CAADSS，并附有 FORTRAN 语言程序清单。

本书可供工业电气自动化专业、工业过程控制专业的本科生及研究生作为教材，也可供广大从事工业自动化电力拖动技术领域的研究、设计、生产人员参考。

电 力 拖 动 最 优 控 制

任兴权 主编

东北工学院出版社出版发行 大连海运学院印刷厂印刷
(沈阳市·南湖)

开本：787×1092 1/16 印张：26.25 字数：655千字
1992年10月第1版 1992年10月第1次印刷
印数：1~1000册

责任编辑：王金邦 责任校对：王令
封面设计：唐敏智 版式设计：秦力

ISBN 7-81006-446-0 / TP·20 定价：7.12元

前　　言

随着生产技术和工艺的不断发展，各种生产机械根据其工艺特点，对生产机械和电力拖动系统不断地提出各种新的不同要求。例如在快速性方面，要求在设备允许条件下最短时间问题；要求加速度变化率受限平滑缓慢运行，但还要尽可能时间最快，即平稳快速问题；在节能方面也是在满足工艺和设备允许的前提下能耗最小等问题。

类似以上这些要求都是使电力拖动系统满足某项指标最大或最小的控制，即通常所谓的最优控制。电力拖动最优控制在理论上主要应用最优控制理论，在分析方法上应用计算机仿真技术，在控制系统方面主要应用半导体技术和计算机控制技术，本书即为阐述电力拖动计算机最优控制的一种理论应用著作。

电力拖动最优控制系统是由生产机械、拖动生产机械的电动机以及控制电动机的半导体装置和微型计算机等组成的一个统一的整体，从功率传递、能量交换的角度，它使电能转变为机械能而做功，完成工艺要求；从信息传递、完成控制要求的角度，它完成某一最优控制规律、达到某项指标最大或最小的最优控制。

电力拖动最优控制可以进一步提高工业设备的生产效率和经济效益，达到优质、高效、低耗的总指标，创造更高的生产价值。

本书内容包括六章，第一章绪论，介绍电力拖动系统发展的三个阶段：电力拖动，自动电力拖动，现代电力拖动。第二章线性最优控制理论数学基础，介绍状态空间法描述电力拖动系统模型、模型变换、状态方程求解以及能控、能观判别式，此外还介绍相应的计算机仿真程序。第三章线性系统反馈控制与最优控制，介绍极大值原理，时间最小、能耗最小的极值控制以及线性二次型最优控制和最优伺服机构。第四章电力拖动最优控制规律，介绍最短时间最优控制规律，最小能耗最优控制规律、平稳快速最优控制规律等各种控制规律的理论分析。第五章电力拖动最优控制规律工程实现，介绍计算机设定值最优控制系统、状态反馈闭环最优控制系统、最优跟踪控制系统等工程实际系统。第六章是最优控制应用举例。全书按教学需要编写，是适于电力拖动最优控制 60 学时课程的教材。

本书由任兴权、杨文兵、孟勃、夏洪生、张莉、徐晓波编写；仿真程序的编制及上机调试由王岩、葛天明负责。全书由任兴权主编。另外本书所提供的程序清单分别在沈阳工业大学三系机房及东北工学院自控系电机拖动实验室调试通过，在此对机房同志们的大力帮助表示感谢。

由于水平所限，编写时间仓促，一定存有各样缺点和错误，诚恳希望批评指正

编　者

1990 年 7 月 5 日

目 录

前 言

第一章 绪 论 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 1

第二章 线性最优控制理论数学基础 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 5

 第一节 控制理论的回顾与发展 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 5

 1. 古典控制理论的特点 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 5

 2. 现代控制理论的特点 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 5

 3. 智能控制理论的发展 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 5

 4. 现代控制理论的发展和应用 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 6

 第二节 连续系统数学模型 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 6

 1. 连续系统数学模型 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 6

 2. 从系统高阶微方程求系统状态方程 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 19

 3. 从系统传递函数求系统状态方程 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 28

 4. 从系统状态方程求系统传递函数 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 41

 第三节 连续时间系统状态方程求解 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 46

 1. 线性定常系统齐次状态方程求解 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 47

 2. 状态转移矩阵 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 49

 3. 线性定常系统非齐次状态方程求解 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 54

 第四节 线性定常系统的能控性、能观测性与稳定性 ······ ······ ······ ······ ······ ······ 60

 1. 系统的能控性 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 60

 2. 系统的能观测性 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 64

 3. 线性系统稳定性 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 67

第三章 线性系统反馈控制与最优控制 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 70

 第一节 线性系统反馈控制 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 70

 1. 反馈控制的概念 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 70

 2. 线性定常系统全状态反馈控制 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 70

 3. 状态观测器 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 73

 4. 带观测器的状态反馈控制系统 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 78

 第二节 线性系统最优控制 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 81

 1. 最优控制问题及数学上的提法 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 81

 2. 极大值原理 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 84

 3. 时间最优控制 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 92

 第三节 线性系统二次型性能指标最优控制 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 94

 1. 二次型性能指标的概念 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 94

 2. 状态调节器 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 97

 3. 输出调节器 ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ ······ 104

4. 线性伺服机构	109
第四节 CAADSS 仿真软件系统简介	114
1. CAADSS 程序结构及功能说明	114
2. 简化的 CAADSS 软件系统及程序清单	121
3. 简化的 CAADSS 软件系统程序清单说明	197
4. 简化的 CAADSS 软件系统上机操作举例	211
第四章 电力拖动系统最优控制规律	224
第一节 直流电力拖动系统时间最小控制规律	224
1. 数学上最优控制命题	224
2. 求解最优控制规律 $u^*(t), x_1^*(t), x_2^*(t)$	226
3. 最小时间最优控制规律物理概念	231
4. 电流及角速度同时受限条件下时间最小最优控制规律	231
第二节 直流电力拖动系统电流变化率受限最长时间控制规律	234
1. 数学命题	235
2. 求解最优控制规律 $u^*(t), x_1^*(t), x_2^*(t), x_3^*(t)$	236
3. 平稳快速最优控制规律的物理概念	240
4. 电流受限时平稳快速最优控制规律	240
5. 当电流和速度均受限时, 平稳快速的最优控制规律	244
第三节 电力拖动系统平稳快速准确停车的控制规律	247
1. 电力拖动系统准确停车的概念	248
2. 电力拖动系统准确停车的方法	250
3. 电力拖动系统平稳快速最优准停控制规律	251
第四节 电力拖动系统能耗最小最优控制规律	253
1. 数学命题	253
2. 求解最优控制规律 $u^*(t), x_1^*(t), x_2^*(t)$	254
3. 能耗最小最优规律的物理概念	257
4. 考虑铁损、摩擦损对最优控制规律的影响	259
第五节 直流电力拖动系统在受限条件下的能耗最小最优控制规律	264
1. 控制函数 $u(t)$ 单独受限情况能耗最小最优控制规律	264
2. 状态量 $x_2(t)$ 单独受限情况能耗最小最优控制规律	270
3. 控制量 $u(t)$ 和状态量 $x_2(t)$ 同时受限情况能耗最小最优控制规律	273
4. 周期时间 T 已知, 求允许最大角行程 $\alpha_{T,\max}$	284
5. 能耗最小最优控制规律工作状态选择及仿真研究	286
6. 能耗最小最优控制规律仿真程序清单	295
第六节 周期时间 T、行程 α_T 对最小能耗控制规律的影响	303
1. 提出问题	303
2. 数学命题	303
3. 求解最优控制规律 $u^*(t), x_1^*(t), x_2^*(t)$	304
4. 求解带有时间加权系数 ρ 的最优控制规律	305

5. 角行程 α_T 不变, 工作周期时间 T 与最小能耗关系 ······	306
6. 工作周期时间 T 不变, 行程 α_T 与最小能耗关系 ······	309
第七节 直流串激电动机能耗最小控制规律 ······	311
1. 最小能耗控制问题的提出 ······	311
2. 求解最优控制规律 $I_D^*(t)$, $x_1^*(t)$, $x_2^*(t)$ ······	312
第五章 电力拖动最优控制规律工程实现 ······	318
第一节 计算机设定值控制 ······	318
第二节 状态反馈闭环控制 ······	321
1. 依相函数 $I_D(\alpha)$, $I_D(\alpha, \omega)$ 构成的反馈闭环控制 ······	322
2. 依当前状态值实时计算最优控制函数 $u^*(t)$ 的反馈闭环控制 ······	324
3. 依最优控制函数 $u^*(x, t)$ 直接实现状态反馈闭环控制 ······	326
第三节 线性系统二次型指标最优伺服系统 ······	331
1. 最优调节器控制系统 ······	331
2. 线性二次型最优调节器无静差系统 ······	336
3. 线性二次型最优伺服(跟踪)系统 ······	338
第六章 电力拖动最优控制工程应用 ······	341
第一节 轧钢机电动压下装置最优控制 ······	341
1. 前言 ······	341
2. 位置最优控制系统数学模型 ······	341
3. 各段最优控制规律及最优轨线计算 ······	345
4. 具有状态反馈的控制函数计算 ······	355
5. 微型机状态反馈闭环控制系统框图 ······	356
6. 压下装置 SCR 供电直流拖动系统传递函数框图 ······	359
第二节 直流拖动位置控制的快速准停最优控制规律及应用 ······	361
1. 引言 ······	361
2. 考虑电枢电感的快速准停最优控制规律 ······	362
3. 电流受限、转速不受限时, 最优控制规律 ······	366
4. 控制规律各段端点参数及时间参量求解 ······	369
5. 电流及转速同时受限时, 最优控制规律 ······	374
6. 电流及转速均受限时, 最优控制规律各段端点参数值及时间参量求解 ······	378
7. 快速准停最优规律控制系统仿真研究 ······	380
8. 快速准停最优规律控制系统实验研究 ······	384
9. 快速准停最优规律控制系统仿真程序清单 ······	389
第三节 龙门刨床刨台电力拖动最优伺服系统 ······	397
1. 龙门刨床刨台电力拖动系统工艺要求 ······	397
2. 平稳、快速最优控制规律数学表达式 ······	398
3. 龙门刨床刨台电力拖动最优控制规律伺服系统工程实现 ······	401

第一章 絮 论

电力拖动最优控制即近代电力拖动计算机最优控制。它是在电力拖动自动控制基础上，为进一步提高工业设备优质、高效、低耗指标，应用最优控制理论和计算机控制技术而发展的一门新学科。

现代工业中，为了实现各种生产工艺过程的要求，需要设计各种各样的生产机械，其中除一部分生产机械采用气动或液压拖动外，绝大多数的生产机械都采用电动机拖动。电力拖动系统的任务就是把电能转化为机械能，以机械运动的形式来完成各种生产工艺上的要求。

例如，轧钢机械利用电动机拖动轧辊进行挤压运动，使金属产生塑性变形，完成轧制钢材的工艺要求；金属切削机床利用电动机的动力，使加工对象与切削刀具产生相对运动，进行切削实现加工工艺；提升和运输机械利用电动机拖动运输机构，将被运送的对象移到给定位置。其他如造纸、石油、化工、纺织以及印刷等各类生产机械，多是依靠电动机通过传动机构拖动生产机械，完成其相应的工艺要求的。

随着技术和工艺的不断发展，各种生产机械根据其工艺特点，对生产机械和电力拖动系统也不断地提出各种不同的要求。

例如，轧钢厂的可逆式轧机及其辅助设备的机械，要求电动机能迅速地起动、制动和反转；不可逆式轧机为适应轧制不同品种和不同规格的钢材而要求调节转速；采用电机单独拖动的热连轧机、冷连轧机以及造纸机的各机架或各分部，则要求各机架或各分部的转速保持一定的比例关系进行协调运转；一些精密的金属切削机床，如镗床的进给机构，则要求在极慢的稳速下进给，以保证达到要求的加工精度和光洁度；对于电梯和提升机则要求起动和制动平稳，并能准确地停止在给定的位置上，上述这些不同工艺要求，都是依靠电动机及其控制系统和机械传动装置实现的。

随着电力拖动系统在理论上、实践上的发展，又反过来促进生产机械和生产工艺的进一步发展和完善。

例如，由于电力拖动装置调速性能的改善，可以代替笨重价昂的机械变速装置，这点对重型机械尤为重要，笨重的机构可以得到简化；又如在轧钢厂的飞剪机上，采用同步跟踪电力拖动系统，就可借以实现机械轴难以实现的与轧机最后机架同步的要求；又如数控机床采用步进电机拖动系统，配合数字插补器可以完成任意轮廓仿形加工，代替了易磨损的机械凸轮仿形机构等。在我国目前提出的机电一体化设备，正是这种电力拖动控制系统和生产机械之间的相互影响和相互发展的典型。

由此可以看出电力拖动系统包括电动机，机械传动机构以及控制电动机运转的电气控制设备等部件或设备。或者说，凡是用电动机拖动生产机械，将电能转变为机械能且完成一定工艺要求的装置或系统，统称为电力拖动系统。

电力拖动系统在理论上和实际装置上的发展，在我国大体上可分为三个阶段。

第一阶段大约在 20 世纪 30 年代到 50 年代，当时生产机械对电力拖动系统提出的要求，只限于起动、制动和调节速度，比较简单。这一时期大多数电力拖动系统是继电接触式的开环控制系统。这种由电磁接触器和电磁继电器等组成的继电接触控制系统，是应用简易刀开关或鼓型控制器、主令控制器等手动控制器件进行控制或操作的。对大容量的电力拖动

控制，则是采用电机式放大元件，对控制信号给以放大，组成反馈的闭环控制系统。我国50年代以前投产的冶金、轧钢设备、各类金属切削机床以及起重运输机械等，大多数是属于这种类型的电力拖动系统。这一时期电力拖动系统的理论，主要是用常系数线性微分方程分析、设计电力拖动系统，即分析系统的静态机械特性和参数关系，系统动态响应特性与系统惯性时间常数和放大倍数等参量的关系，并依据工艺要求确定系统参数，设计起、制动电阻，起、制动继电器的整定值等。对一类简单的非线性微分方程拖动系统求解，则采用图解分析的办法，也能满足工艺的需求。

第二阶段大约在50年代到70年代。随着生产工艺不断强化，生产效率不断提高，劳动条件不断改善，对电力拖动系统提出更多的要求。例如，有的生产机械要求起、制动过程加快动态响应；有的要求起、制动平稳；有的要求扩大调速范围，以保证较低速度运行。除起、制动快速、平稳运行外，还有准确定位要求，例如电梯平层精度；还有多台电机按比例协调运转要求，如带钢连轧机、造纸机、塑料挤压机等；还有位置跟随要求，如仿型机床、高射炮转塔跟随敌机目标，卫星地面天线跟随卫星运行轨道等。

要满足上述较复杂的要求，在装置和元器件方面也有很大的进步，主要是器件的响应速度和效率都有较大的提高。例如，放大控制信号的放大元件多应用静止式，开始应用磁放大器，其后用电子管放大器，晶体管放大器，由它们组成比例、微分、积分调节器。系统的响应时间大约从1秒下降到1‰秒左右；放大倍数从10提高到 10^5 左右。控制系统的功率变换元器件，这一时期出现了静止的水银整流器，其后又出现闸流管整流器、可控硅整流器件代替原来的旋转机组，不仅大大缩小响应时间，也大大提高运行效率，系统效率大体上从80%提高到95%，而且装置体积小、重量轻、运行、维护简单。对于电力拖动系统基本都采用闭环反馈控制，故又称为自动电力拖动系统（直到目前在我国各技术领域的生产机械上仍大量使用这类电力拖动控制系统）。在理论上则应用古典控制理论分析和设计闭环电力拖动系统，古典控制理论是基于传递函数和频率特性数学工具，分析系统的稳定性、系统响应的品质，设计系统调节器，使系统达到要求的工艺指标，能让电力拖动系统无论在静态还是动态特性方面，也即稳态精度方面和动态快速响应方面均达到较高的水平。

第三阶段大约从70年代起到现在。随着生产工艺的发展和生产机械的改进，对电力拖动系统提出越来越高的要求。例如，在加快起、制动过程方面要求不只是加快起、制动过程，而且要求最快，即要求在设备允许的前提下起、制动时间最短，也就是最大限度充分利用设备的能力；在平稳起、制动过程方面，不只是平稳就达到目的，而是要求在满足平稳条件的前提下还得尽量加快起、制动过程，即所谓的平稳快速控制。在调速范围方面也提出更高的要求，如轧辊磨床要求进给系统转速为 $0.2\pi / \text{min}$ 的超低速稳定运转，此外，要求重复短时正反转的拖动系统消耗在起、制动过程的能量最小，以最经济的条件运行，即所谓的能耗最小控制。以上这些要求都是使拖动系统在分别满足某项指标的极值状态下工作，即通常所说的最优控制。有些系统即使在干扰条件下工作，但仍要求系统能满足工艺某项指标的最优控制，这就是所谓的自适应控制，特别是模型参考自适应控制问题。近几年随着人工智能学科的发展，在控制领域逐渐形成智能控制理论，智能控制的电力拖动系统也在研究，利用操作管理专家的智慧和实践的经验生成控制规律进行控制，系统结构简单，控制效果良好。目前在控制系统模型方面已能比较好地解决非线性、变参数、强扰动条件下的最优工作特性。

能够满足上述要求的系统分析和设计理论，主要是现代控制理论的应用。现代控制理论是在第二次世界大战期间出现的，战后又不断丰富，60年代后世界各国已逐步向工业控制应用方面发展。它的核心是最优控制理论。此外，还有自适应控制理论及智能控制理论。它们都具有使拖动系统的控制目标，经济、技术目标达到极高的水平，并逐步获得最大的效益。

所谓现代电力拖动系统，即是应用现代控制理论分析、设计并由计算机控制的电力拖动系统，它是由相互关联的元器件或装置组成的一个统一的整体，从功率传递、能量变换角度使电能转变为机械能而做功、完成工艺要求；从信息传递、满足控制要求角度使系统按某一最优规律运动，达到某项指标最大或最小的最优控制。

目前经济建设对生产总的要求是优质、高效、低耗，而具体到各类生产机械的电力拖动系统的要求就应当是提高控制质量、加快过渡过程、降低能量消耗。要实现这一总的目标，就必须应用现代控制理论和计算机控制技术。当前，这种现代电力拖动最优控制已接近成熟，预估在不久的将来会普遍得到推广，创造更大的经济效益。

电力拖动系统应用和推广，一直是生产机械改进工艺，简化设备、提高效率、降低消耗的关键，电力拖动系统在冶金、轧钢、机床、交通、运输以及造纸、橡胶、塑料、国防等方面得到广泛的应用，对国民经济发展有很大的影响。

在炼铁高炉应用方面，高炉的拖动控制技术在降低能源消耗、提高自动化程度，改善劳动条件方面不断取得新进展。如高炉装料和布料系统以及热风炉鼓风机多数应用了交流电力拖动调速系统，大型鼓风机起动用无换向器电机方式，热风炉还采用计算机控制，可减少热风温差，提高热风温度平均约 $5^{\circ}\text{C} \sim 8^{\circ}\text{C}$ ，效率可提高 $1\% \sim 2\%$ 。

在轧钢机应用方面，目前直流拖动往大型方向发展，如德国3 600板轧机电容量11 540 kW，供电电压1 200V，电源用1 200V可控硅整流装置，除节约电能，提高效率外，还减少占地面积。对于轧机交流拖动系统，由于大功率半导体器件研制成功，交流机主传动日渐增多，如西门子宽带钢热连轧机，其电机总容量达10 622kW，频率 $7 \sim 14\text{Hz}$ ，转速为 $\pm 70 \sim 140\text{r/min}$ 。轧钢机拖动控制应用数字直接控制(DDC)方式，在响应速度不比模拟控制差的条件下，可以提高控制精度。轧制工艺的总体控制应用计算机多级分散控制方式。如美国热轧带钢轧机分散计算机控制系统(DCCS)分为管理控制级，生产过程控制级（区域控制）以及拖动控制三级，主要特点是功能更加完善，控制趋向多级分散方式，可靠性更加提高。

在高速电梯应用方面，随着生产不断提高，生活不断改善，电梯设备比较普遍地应用在机关、工厂、学校、宾馆、医院、住宅以及高层电视塔、观赏厅等建筑。目前电梯速度超过 2.5m/s 的，其拖动方案仍多用直流可控硅拖动系统，如日本三菱公司装在东京SUN-SHINE60大楼中的直流拖动电梯，其提升速度高达 10m/s ，是目前世界最高速度，近年也出现交流拖动系统变频调速控制的电梯，1983年日本东京GOTANDANN大厦安装了 4m/s 高速交流电梯。计算机在电梯控制中也得到应用，其一是拖动系统计算机控制，可以使电梯平稳舒适和具有较高的平层精度；其二是在自动选层和多梯群控方面的应用。

在造纸机方面的应用，造纸机拖动系统主要技术要求是多台电机速度协调按比例运转和高精度稳速运行两点，因之系统调速范围广，起、制动和稳速运行精度要求高。近年计算机控制也在造纸机拖动控制系统得到应用。例如，美国西屋公司近年提供的造纸机，电机总功率7 150kW，最高速度 1065m/s ，造纸机每一部分均有微型机控制，其稳速精度为

0.005%，各分部之间张力变化小于 $\pm 0.01\%$ 。

电力拖动系统在机床方面的应用，以数控机床为代表，拖动系统应用可控硅供电大惯量直流力矩电机。如美国盖梯司公司生产的力矩电机数据：最大功率3kW，低速时转矩3 041 N·cm，最大转矩达18 050N·cm，其快速响应性能好。数控装置绝大多数采用计算机控制，如可编程序控制器(PC)，计算机数控(CNC)以及计算机群控(DNC)。

电力拖动系统应用面极广。又例如，高射炮转塔回转拖动系统，雷达、卫星天线的拖动系统，都是属于跟随空间目标一类位置随动系统；还有船舰自动驾驶的随动系统，天文台望远镜与天体同步运转的随动系统等，均要求系统的静态误差小于某一指标。同步旋转类拖动系统应用在大型码头或货场、贮料场的装卸桥、门型吊或水闸门的升降机构，以保证同步运转。近年在石油工业方面，钻井平台中转盘、绞车以及泥浆泵中都应用直流电力拖动，还有深入地下开采石油的潜油电泵用潜油电机的拖动控制系统，矿山运输的电力机车拖动系统采用直流串激电机斩波调速技术，以及斩波发电技术等。

总之，随着生产开发、技术进步，尤其是电子计算机技术的进步，不仅电力拖动系统仍在不断地发展，而且现代电力拖动系统也已发展到应用的阶段。

第二章 线性最优控制理论数学基础⁽¹⁾

第一节 控制理论的回顾与发展

1. 古典控制理论的特点

古典控制理论在本世纪 50 年代，基本上已达到成熟阶段，具备了完整的理论体系。古典控制理论描述系统是基于传递函数和频率特性数学工具，如已知系统闭环传递函数，可利用拉氏反变换方法，解析的求出系统的响应。此外，占据古典控制理论重要地位是稳定性理论，当时因为求解高阶微分方程的困难，因而相继出现很多间接判断系统稳定性的判据，如：劳斯 - 霍尔维茨判据，乃奎斯特判据，伊文思根分布法等。此外，还有古典控制理论的分析，综合系统的理论和方法，如频域法，它是根据系统的要求设计校正环节，以改变原开环系统的频率特性，使之达到希望的频率特性。其次是根轨迹法，它可以根据系统的要求增加开环系统的零点和极点，使之得到所希望的闭环系统的根轨迹，从而获得希望的系统品质。当然，古典控制理论中也采用过时域方法，但由于解析方法求解高阶微分方程的困难，只局限在低阶系统中应用。古典控制理论的线索大致如上所述，其数学工具主要是传递函数和频率特性，在频域法中改善系统品质主要手段是 PID 校正环节，古典控制理论主要适于常系数、线性、单输入 - 单输出系统。

2. 现代控制理论的特点

现代控制理论发生在 50 年代末、60 年代初，它是在古典控制理论基础上逐步发展起来的，现代控制理论是应用状态空间法，主要研究系统内部状态的运动规律，以满足所要求的各种指标为最优的目标来改变运动规律，所用计算工具，已经不是古典控制理论的特性曲线和图表，而是在计算机辅助下的仿真程序，现代控制理论所解决的问题是广泛的，从军事、航天技术到工业、社会、经济管理等，如果从学科的角度来说，大体上包括下面四个方面，最优控制，最优估计，系统辨识和系统自适应控制等四个方面。所谓最优控制就是寻求一个最优控制函数，使它满足系统某项指标的极值状态；而最优估计是从受随机干扰的系统输出变量来求出系统的状态变量问题；系统辨识问题是从系统的输入和输出信息求出系统的数学模型；而自适应控制是系统适应环境的干扰，自动辨识出系统的动态特性，按照动态特性随时调整控制规律使系统仍保证最优规律运行。

3. 智能控制理论的发展

目前控制理论进一步发展的方向是智能控制理论，它是直接利用了控制人员的有关控制理论知识和实践经验进行控制器的设计。古典控制理论是预先选好控制器的形式，然后计算控制器的参数；现代控制理论是寻求一个控制规律，使之满足系统目标函数极值状态。由于系统规模日趋庞大，参数变量也很多，最优控制规律的计算，须经复杂运算和冗长的推导才可以获得，这种设计的理论属于解析型的理论；而智能控制理论，不需系统严格的数学模型，而是基于控制人员的知识和经验进行控制器设计，这种理论属于直觉推理的知识型控制。

理论。

智能控制典型控制形式有模糊控制，属于一种语言控制。它是根据被控量的变化情况，去选择控制量的不同“档次”的值进行控制，模糊控制具有较好的动态特性和抗扰能力，且不要求系统的精确数学模型，但它的控制精度较差，很多情况也满足不了工业控制的要求。近来又发展为将数学解析和经验规则（人的经验）相结合的混合控制方法。如利用经验规则对PID控制器的参数进行实时整定或寻优。还有利用经验规则在多种控制规律之间实现实时推理判断的切换（类似变结构控制）。

智能控制的思想就是在当前时刻，根据控制人员的经验，决定系统应当执行某一种控制规律或某一策略，以能最优地满足生产工艺的严格要求。

4. 现代控制理论的发展和应用

在 60 年代以后，控制理论应用在航空、航天技术方面取得了很大的成绩。总结航天技术的发展和应用，出现了以状态空间方法描述的，满足某项指标最优的最优控制理论，并以此为核心形成了现代控制理论。70 年代以来，在工业控制的广阔领域中应用了现代控制理论，许多重要的生产过程实现了自动化生产，带来了极大的经济、技术效益，最大限度地提高劳动生产率和产品质量，最大限度地节约原材料和能源消耗。不仅如此，当控制理论扩大应用到经济管理、生态环境，以及交通、人口等问题时，也为人类征服自然，管理社会起到重要的作用。因此，现代控制理论已经成为研究各类系统的一门技术基础科学。本书只着重于机械工程自动化领域，并重点阐述连续、线性、定常、单输入 - 单输出的电力拖动最优控制系统应用最优控制理论的主要内容。

第二节 连续系统数学模型

大部分机电系统的输入和输出变量都是时间连续变量，称这样的系统为连续系统。如果输入和输出变量是离散的，也就是在时间轴上取有限个数值的离散量，则称为离散系统。

对系统进行综合、分析的目的是掌握系统的时间响应、动态品质和系统的稳定性，以便为系统设计、调试、运转提供必要的材料。

工程连续系统的数学模型，根据所用数学工具可有微分方程描述，传递函数描述和状态空间描述。本章内容分别介绍工程连续系统的数学模型建立，主要是状态空间描述的模型以及各种类型模型的变换，为分析、综合系统打下基础。

1. 连续系统的数学模型

1) 用微分方程描述的系统数学模型

用高阶微分方程描述连续系统的输入和输出关系，建立系统数学模型。这种系统数学模型是最基本的，其他类型的数学模型都是建立在系统微分方程的基础上。建立系统微分方程的数学模型步骤大约经过三个阶段，首先确定系统的输入量和输出量；其次编写系统中各环节的微分方程；然后消去系统各环节的中间变量，进而获得整个系统的输入量和输出量的关系。这就是用高阶微分方程描述的数学模型。

下面举例说明建立模型的步骤和原则。如图 2-1 所示的直流电力拖动速度闭环系统。根

据上述的三个步骤，建立该系统的数学模型。

a. 确定系统的输入量和输出量

从图 2-1 可知系统的输入量为 u_s ，输出量为 n 。

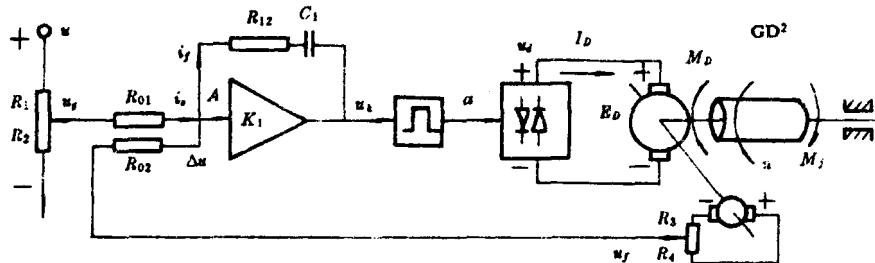


图 2-1 单闭环速度控制系统

b. 编写系统各环节的微分方程

从图 2-1 可知，由输入量 u_s ，可将系统分成五个环节，下面将逐个环节列写动态方程。

(1) 比较环节

$$\begin{aligned} \because R_{01} = R_{02} \\ \therefore \Delta u = u_s - u_f \end{aligned} \quad (2-1)$$

(2) 速度调节器 为比例积分放大器，其输出电压 u_k ，输入端 A 点电位近似为零，故

$$i_s = i_f = \frac{\Delta u}{R_{01}} \quad (2-2)$$

且

$$u_k = i_f R_{12} + \frac{1}{C_1} \int i_f dt \quad (2-3)$$

将(2-2)代入(2-3)得

$$u_k = K_p \Delta u + \frac{K_p}{T_p} \int \Delta u dt \quad (2-4)$$

式中

$$K_p = \frac{R_{12}}{R_{01}}, \quad T_p = R_{12} C_1$$

式(2-4)为速度调节器环节的数学模型。

(3) 移相器和 SCR 整流器 为简化问题，按常规办法可近似看成为一个惯性环节，故其微分方程

$$T_{SCR} \frac{du_d}{dt} + u_d = u_k \quad (2-5)$$

(4) 直流他激电动机（包括拖动的负载）环节 它包括：

① 电枢电路，依电压平衡方程

$$E_d + I_d R_s + L_d \frac{dI_d}{dt} = u_d \quad (2-6)$$

$$E_d = C_e \Phi n \quad (2-7)$$

② 电机轴与负载，依转矩平衡方程

$$M_D - M_J = \frac{GD^2}{375} \frac{dn}{dt} \quad (2-8)$$

$$M_D = C_M \Phi I_D \quad (2-9)$$

将(2-9)代入(2-8)并略去 M_J 得

$$I_D = \frac{GD^2}{375C_M \Phi} \frac{dn}{dt} \quad (2-10)$$

对(2-10)求导

$$\frac{dI_D}{dt} = \frac{GD^2}{375C_M \Phi} \frac{d^2n}{dt^2} \quad (2-11)$$

将(2-7), (2-10), (2-11)代入(2-6)整理后得

$$T_D T_M \frac{d^2n}{dt^2} + T_M \frac{dn}{dt} + n = \frac{u_d}{C_e \Phi} \quad (2-12)$$

式中 $T_D = \frac{L_D}{R_s}$, $T_M = \frac{GD^2}{375} \frac{R_s}{C_M C_e \Phi^2}$, 式(2-12)为执行机构直流电动机的动态方程。

(5) 速度反馈环节 因为测速机的电压正比于电动机的转速, 故

$$u_f = K_f n \quad (2-13)$$

c. 求输入和输出的微分方程

消去控制系统中各环节中间变量, 最后求出输入 u_s 和输出 n 的微分方程

将(2-1)代入(2-4)消去 Δu 得 u_s 与 u_k 的关系

$$u_k = K_p (u_s - u_f) + \frac{K_p}{T_p} \int (u_s - u_f) dt \quad (2-14)$$

令(2-5)和(2-14)相等消去 u_k 得 u_s 和 u_d 的关系

$$T_{SCR} \frac{du_d}{dt} + u_d = K_p (u_s - u_f) + \frac{K_p}{T_p} \int (u_s - u_f) dt \quad (2-15)$$

将(2-15)求导

$$T_{SCR} \frac{d^2 u_d}{dt^2} + \frac{du_d}{dt} = K_p \frac{d}{dt} (u_s - u_f) + \frac{K_p}{T_p} (u_s - u_f) \quad (2-16)$$

将(2-12)求导

$$T_D T_M \frac{d^3 n}{dt^3} + T_M \frac{d^2 n}{dt^2} + \frac{dn}{dt} = \frac{1}{C_e \Phi} \frac{du_d}{dt} \quad (2-17)$$

再将(2-17)求导

$$T_D T_M \frac{d^4 n}{dt^4} + T_M \frac{d^3 n}{dt^3} + \frac{d^2 n}{dt^2} = \frac{1}{C_e \Phi} \frac{d^2 u_d}{dt^2} \quad (2-18)$$

由(2-18)和(2-17)求出 du_d/dt 和 $d^2 u_d/dt^2$ 代入(2-16)消 u_d ，再将(2-13)代入(2-16)消去 u_f ，经整理后得

$$\begin{aligned} C_e \Phi T_{SCR} T_D T_M \frac{d^4 n}{dt^4} + C_e \Phi (T_{SCR} T_M + T_D T_M) \frac{d^3 n}{dt^3} + C_e \Phi (T_{SCR} + T_M) \frac{d^2 n}{dt^2} \\ + (C_e \Phi + K_p K_f) \frac{dn}{dt} + \frac{K_p K_f}{T_p} n = K_p \frac{du_s}{dt} + \frac{K_p}{T_p} u_s, \end{aligned} \quad (2-19)$$

式(2-19)就是用高阶微分方程描述的图 2-1 所示系统的数学模型。

如果将输出量及其各阶导数的系数用 a_i 表示，将输入量及其各阶导数的系数的系数用 b_i 表示，并以 u 表示模型的输入量， Y 表示模型的输出量，将 $u=u_s$, $Y=n$ 代入(2-19)，得出一个四阶常系数线性微分方程数学表达式

$$a_4 Y^{(4)} + a_3 Y^{(3)} + a_2 \ddot{Y} + a_1 \dot{Y} + a_0 Y = b_1 \dot{u} + b_0 u \quad (2-20)$$

式(2-20)的建立过程，可以直观地了解系统数学模型的物理含意，并且便于推广到以 n 阶微分方程来描述一般化的控制系统的数学模型

$$a_n Y^{(n)} + a_{n-1} Y^{(n-1)} + \cdots + a_1 \dot{Y} + a_0 Y = b_m u^{(m)} + b_{m-1} u^{(m-1)} + b_1 \dot{u} + b_0 u \quad (2-21)$$

式(2-21)是系统数学模型的一般式，在用传递函数描述的数学模型以及用状态方程描述的数学模型中都要用到它。

如果系统输入函数 $u=0$ （包括外部扰动）时，表达式(2-21)变为齐次方程

$$a_n Y^{(n)} + a_{n-1} Y^{(n-1)} + \cdots + a_1 \dot{Y} + a_0 Y = 0 \quad (2-22)$$

式(2-21)和(2-22)是单变量常系数线性微分方程，是分析、研究线性连续系统数学模型的基础。

由此可知，在系统中各环节（或各元件）的物理规律已知的情况下，从列写原始微分方程入手，经过消去中间变量，最后可以得到一个描述系统输入输出关系的高阶微分方程。当系统给定输入 $u(t)$ 和一组初始条件为已知时；即对初始时刻 t_0 ，系统输出 $Y(t_0)$ 和其各阶导数 $\dot{Y}(t_0)$, $\ddot{Y}(t_0)$, ..., $Y^{(n)}(t_0)$ 均为已知时，就可以确定 $t > t_0$ 时的输出 $Y(t)$ 。

应当注意，高阶微分方程只描写了系统的输入与输出关系，而系统的各个中间变量均已经被消去了。因此，这种数学模型属于系统外部描述，即输入、输出关系的描述。

2) 用传递函描述的系统数学模型

传递函数是描述控制系统数学模型的又一种型式，它表达了系统输入量转换成输出量的传递关系，它只和系统本身的结构和参数有关，而与输出量的变化无关。传递函数理论是研究线性系统动态响应和品质的重要方法。

如果描述系统的微分方程(2-21)已知, 对(2-21)两边取拉氏变换, 而且假定输入函数 $u(t)$ 和输出函数 $Y(t)$ 初值以及其各阶导数的初值均为零, 则得

$$\begin{aligned} & \left(a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \cdots + a_1 S + a_0 \right) Y(S) \\ & = \left(b_n S^n + b_{n-1} S^{n-1} + \cdots + b_1 S + b_0 \right) u(S) \end{aligned} \quad (2-23)$$

式中 $Y(S) = L[Y(t)]$ 为输出函数 $Y(t)$ 的拉氏变换;

$u(S) = u[u(t)]$ 为输入函数 $u(t)$ 的拉氏变换;

$S^n = \frac{d^n}{dt^n}$ 为拉氏变换运算子符号.

将(2-23)写成输出函数 $Y(t)$ 拉氏变换的形式

$$Y(S) = \frac{b_n S^n + b_{n-1} S^{n-1} + \cdots + b_1 S + b_0}{a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \cdots + a_1 S + a_0} u(S) \quad (2-24)$$

令

$$W(S) = \frac{b_n S^n + b_{n-1} S^{n-1} + \cdots + b_1 S + b_0}{a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \cdots + a_1 S + a_0}$$

则(2-24)变为

$$Y(S) = W(S)u(S) \quad (2-25)$$

将(2-25)改写成通用的传递函数表达式

$$W(S) = \frac{Y(S)}{u(S)} \quad (2-26)$$

$W(S)$ 称为系统的传递函数. 如果描述系统的微分方程(2-21)已知, 只要把方程中各阶导数用 $\frac{d}{dt} = S$, $\frac{d^2}{dt^2} = S^2$, ..., $\frac{d^n}{dt^n} = S^n$ 代替, 时间函数 $u(t)$, $Y(t)$ 用拉氏变换求出 $Y(S)$, $u(S)$, 即可很容易求出系统的传递函数 $W(S)$.

系统的传递函数 $W(S)$, 也可以由系统各环节的传递函数 $W_1(S)$, $W_2(S)$, ..., $W_n(S)$ 经过传递函数结构图变换法则求出.

由传递函数描述的系统数学模型, 也是只描写系统的输入和输出关系, 因而也是属于外部描述. 在古典控制理论中具有很重要的地位.

下面举例说明求系统传递函数的步骤. 如图 2-1 所示系统, 首先将系统分成若干环节, 列出该环节的微分方程, 经拉氏变换求其环节的传递函数和传递框图, 然后将各环节框图连接起来, 得系统的传递函数框图, 最后依照传递框图变换法则求出闭环系统的传递函数, 即为系统用传递函数描述的数学模型. 下面将图 2-1 所示系统分成六个环节, 逐一分析.

a. 电动机轴上的转矩 依转矩平衡方程

$$M_D - M_J = \frac{GD^2}{375} \frac{d\omega}{dt} \quad (2-27)$$

$$M_D = C_M \Phi I_D \quad (2-28)$$

对(2-27)双侧求拉氏变换及传递函数