

择:究竟是通过修改旧理论以维护经典物理学体系,还是进行革命另行创立新理论?爱因斯坦以其超人的直觉选择了后者,提出了“光量子假说”并发展了量子理论。上网自己查阅有关的物理学史,进一步体会直觉对科学研究的重要性。

第三章 模 型

物理学研究自然界广泛存在的各种最基本的运动形态,物理学为自然界的物质结构、相互作用和运动规律提供一幅幅绚丽多彩、结构严谨的图画。由于自然界的物质种类繁多,运动错综复杂,相互作用各具特征,几乎任何一个具体问题都会牵涉到许多因素。因此,为了达到对事物本质和规律的认识,必须根据所研究的对象和问题的特点,把次要的、非本质的因素撇开、舍弃,有意地提取主要的和本质的因素加以考虑和研究,这就是抽象的方法。物理模型是最重要的抽象方法之一,它对于物理学中具有普遍意义的基本规律和基本理论的建立起着不可替代的重要作用。

一、建立物理模型的关键

建立物理模型成败的关键在于能否把握住研究对象的本质特征,作出正确的抽象。以理想气体的微观模型为例,它认为,气体分子占据的体积与气体体积相比可略;气体分子作无规则的热运动;气体分子之间以及气体分子与器壁间的作用简化为弹性碰撞,可以交换动量和能量,但不改变气体分子的内部能量。这种弹性碰撞模型的实质在于忽略分子内部复杂的结构和运动,忽略分子内部各种形式的能量交换。这多少带有古老的德谟克利特学说的味道,分子重又变成了不可分割、不会变化的物质基元。然而,在如此简单粗糙的理想气体模型基础上建立的气体分子动理论(物理学中的第一个微观理论)竟然得出了大量与实验事实相符的理论结果,从而把物理学引入了分子世界,确实令人惊奇。原因在于上述模型正确地揭示了气体动力过程中气体分子的本质特征。根据近代量子论知识,原子内部的能量不能连续变化,激发原子所需的典型能量约为几个电子伏特,原子热运动的平均能量为 $3kT/2$,仅当 $T \sim 10^4$ K 时,原子间的热碰撞才能引起原子的激发,因而在室温(300 K)下大多数原子间的碰撞是弹性碰撞,在此情形下,原子内部的复杂结构并不影响我们所研究的气体动力过程。正如库珀(超导理论先驱者之一)指出:“虽然物体本身可能是很复杂的,但当我们研究这个物体的行为时,完全可用一些简化的模型来代替它,而这些简化

模型在具体情况下恰恰具有我们所感兴趣的并且在相互作用过程中保持不变的性质。”弹性碰撞模型的巨大威力正源于此。当然,一切物理模型都有一定的适用范围和限制,不能过分夸大,上述气体模型也不例外。

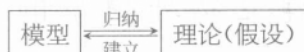
以下的实例也能充分说明建立模型最主要的是抓住事物的本质。

在 1986 年美国挑战者号载人宇宙飞船起飞后爆炸,费曼以理论物理学家的身份参加事故的调查委员会,他在注意到一架航天飞机会用到几万个橡皮垫圈的情况下,以敏锐的物理直觉并通过示范实验,判断原因是低温下橡皮垫圈硬化破裂导致燃料泄漏,再一次显示费曼独特的思考和研究风格,包括他善于抓主要矛盾这样重要的本领。

二、物理模型在科学认识中的作用

1. 建立或证明物理理论

物理模型和理论(假设)之间基本的逻辑联系可表示为



即从对模型的研究出发可建立(或证明)理论,从而认识事物中所蕴含的物理规律,得出符合事物实际的结果(近似结果);反过来,从理论(假设)出发,也可归纳出物理模型。如伽利略从教堂中吊灯的摆动中,抽象出单摆模型后,通过对单摆的研究,发现了单摆振动的等时性规律。

将一个物体放在斜面上,需要多大的力才能保持静止呢? 对这样一个目前高中一年级学生已经熟知的静力学问题,当初人们是并不清楚

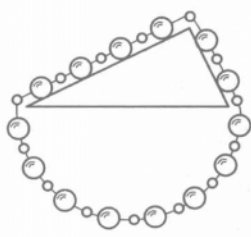


图 3-1

的。1586 年,斯台文(S. Stevin, 1548—1620)在他的著作《静力学原理》一书中,采用了一个理想模型对这个问题作了论证:他设想了一个底面水平、截面呈三角形的棱柱,在它的上面放一个由 14 颗相同的光滑的小球均匀串联起来的链圈,如图 3-1 所示。这一链圈只可能有两种状态:静止或运动。

如果链圈运动,当一个小球向前刚好取代另一个小球的位置时,整个链圈在斜面上的伸展情况又恢复原状,于是,链圈还要继续沿刚才的方向运动下去,从而形成永恒的运动。斯台文认为,链圈的这种永恒运动是不可能的,也是和经验相违背的,因此他得出结论说:链圈只能静

止在三角形的棱柱斜面上。

当链圈静止在斜面上时,水平底边下面的那 8 个小球对称地悬挂着,把它们去掉不会影响斜面上小球的平衡。

此时在三棱柱的每一斜面上沿斜面向下作用着的力应该是相同的。分别以 F_1 、 F_2 表示沿 AB 面和 AC 面作用在每个小球上的力(图 3 -

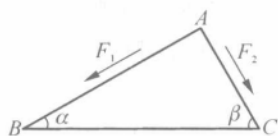


图 3-2

2),由两边小球的受力平衡知

$$F_1 \times AB \text{ 边上的小球数} = F_2 \times AC \text{ 边上的小球数}.$$

因为在每一边上的小球数与其边长成正比,于是由上式可得

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{AC \text{ 边上小球数}}{AB \text{ 边上小球数}} = \frac{AC}{AB}.$$

上式表示在高度相同的斜面上,等重的物体所受的沿斜面方向的力与斜面的长度成反比,设 AB、AC 两斜面的倾角为 α 、 β ,用三角函数可将上式表示为

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

于是,斯台文得出了下述的斜面定律(图 3 - 3):处于高为 h 、长为 l 的光滑斜面上重为 G 的物体,能够被一个大小为 $F = hG/l$ 、方向和斜面平行向上的力所平衡。

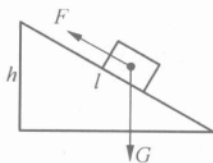


图 3-3

斯台文通过这个链圈模型(后人称为斯台文链)对非平行力的规律作了研究,发现了今天广为应用的力的合成与分解的平行四边形法则,对静力学的发展作出了很大的贡献。

2. 指出方向和作出预见

由于在理想模型的抽象过程中排除了大量的次要因素的干扰,突出了事物原型(研究对象或物理过程等)的主要特征,因而研究时更便于发挥逻辑思维的力量,可以使得对理想模型的研究结果能够超越现有的条件,并由此指出进一步研究的方向或形成科学的预见。

如在固体物理学的理论研究中,常常以没有缺陷的理想晶体作为研究对象,后来,应用量子力学对这种理想晶体进行计算的结果表明,其强度比实际的金属材料的强度约大 1 000 倍。这个结果启发人们,

通常金属材料的强度之所以比理想晶体的计算结果弱得多,一定是因为实际材料中存在着许多缺陷的缘故。后来通过仔细研究,果然发现了金属结构的缺陷,也找到了减少这些缺陷、提高金属强度的方法。

通过对物理模型的研究作出科学预见的精彩实例是海王星的发现。

自1781年发现天王星后,通过不断地对它观测,1821年法国学者布瓦尔德发现,根据不同时间的资料算出来的轨道都互不相同,要根据以前的观测资料预报天王星以后的位置总不成功。天王星的“出轨”现象,引起了许多天文学家的思考。

当时,德国著名数学家贝塞尔(F. W. Bessel, 1784—1846)在开普勒的行星轨道模型和牛顿引力理论的指导下,大胆提出存在另一颗行星的可能。他说:“我认为借助新行星揭开天王星秘密的一天终将到来,因为这个新行星的轨道可以根据它对天王星的作用而计算出来。”

天王星的“出轨”现象同样引起法国青年天文学家勒维烈(U. J. J. Leverier, 1811—1877)和英国剑桥大学学生亚当斯(J. C. Adams, 1819—1892)的浓厚兴趣。于是,一场默默的竞赛开始了。

勒维烈经常到巴黎天文台去查阅天王星观测资料,并与自己理论计算的结果对比。亚当斯也不断到剑桥大学天文台去,他还得到一份皇家格林威治天文台的资料,使他的理论计算能及时同观测值比较。

1845年9月,亚当斯把研究结果请剑桥大学天文系转给英国皇家天文台台长,可是,尊贵的台长对此表示怀疑,被搁置起来,一直到1846年7月29日才开始搜寻工作,但在这个搜寻工作中,又有两次把这颗新行星当做恒星轻易放过了。

1846年8月31日,勒维烈把最后的研究结果送到法国科学院(后转到德国柏林天文台),9月18日他写信给德国天文学家伽勒(J. G. Galle, 1812—1910),求援说:“请您把您的望远镜指向黄经 326° 处宝瓶座内的黄道的一点上,您就将在此点约 $10'$ 的区域内发现一个圆而明亮的新行星,它的亮度约近9等……”在9月23日伽勒收到信的当天晚上,在勒维烈所指出的那个位置果然发现了原有星图上没有的一颗行星。9月25日伽勒复信给勒维烈:“先生,你给我们指出位置的新行星是真实存在的,……”这样,25年来笼罩在哥白尼——牛顿学说上空的最后一朵乌云在这次呼声中终于被驱散了。用笔和纸居然发现了肉眼看不见的行星,这件事立刻轰动了世界,终于使太阳系模型成为严密的科学理论。

三、物理模型的建立和发展

1. 物理模型需要以客观实在为原型

任何一个理想化的物理模型,都以一定的客观实际存在的事物或实际过程为原型。由于实际的事物和过程都是非常复杂的,它往往包含着多方面的特征和多种矛盾,受到多方面的因素牵制,但在一定场合和一定条件下,又必然有一种主要矛盾或主要的因素,由它们决定着事物的主要特征和过程的主要运动方式或趋势。因此,通过对原型的高度抽象和概括建立的理想化的物理模型与原型所不同的是:物理模型所反映的并不是客观事物(或过程)多样性的统一,也不是反映多方面的属性,而是反映了客观事物(或过程)的某种主要属性或主要运动方式,所以物理模型只是对原型的一种近似的反映,譬如:

托勒密的九重天模型或哥白尼的太阳系模型本身就是用来描绘客观存在的宇宙结构的,日月星辰的自然位置和它们的运动变化就是这两种模型的原型。显然,托勒密和哥白尼的模型都只是近似地对天体运动作了描述。

理想气体模型完全是从实际存在的各种气体中抽象出来的一种宏观模型。根据玻意耳定律和查理定律的适用范围可知,一切气体在压强趋于零时都会变成理想气体,这就是说,理想气体模型反映的是实际气体在压强趋于零时的一种极限性质。由于有实际气体存在时,它的压强不可能为零,因此理想气体也只是实际气体的一种近似反映。

所以,任何物理模型都可找到它的原型。

2. 经验材料、实验事实和背景理论是建立物理模型的基础

理想化的物理模型是建立在经验材料和实验事实的基础上的,而且有一定的背景理论作指导。科学家以人们长期的经验积累和在科学实验中取得的大量素材为基础,并在一定的背景理论指导下,经过一系列的科学抽象、概括和逻辑论证,从而建立起相应的物理模型。这里,科学家丰富的想象力和创造精神以及坚持不懈的努力往往有着十分重要的作用。回顾一下卢瑟福有核模型的建立会有更具体的体会。

(1) 前人为卢瑟福积累了丰富的经验材料

在卢瑟福以前,对原子结构模型除汤姆生的“面包夹葡萄干”式模型外,还提出过多种不同的模型。

① 1902 年德国基根大学教授勒纳德(P. Lenard, 1862—1947)提出了“中性微粒模型”。他根据自己做过的阴极射线穿透金属箔的实验,表明金属中的原子并非实心的,其中应有大量的空隙,因此他认为原子内的电子和相应的正电荷组成“中性微粒”,取名为“动力子”(dynamids),无数“动力子”漂浮于原子内部的空间。

② 1904 年日本的长冈半太郎(Hantaro Nagaoka, 1865—1950)提出了“土星模型”。长冈根据麦克斯韦的土星卫环理论推测原子的结构,认为原子是一个很重的正电荷,电子围绕着它按一定的间隔分布在周围,他还通过计算说明电子运动和光谱的关系。虽然长冈的理论很不完善,但他已提出了原子核的观念,为后来卢瑟福有核模型开辟了道路。

此外,还有早在 1896 年,洛仑兹(H. A. Lorentz, 荷兰, 1853—1928)提出的弹性束缚电子模型,1897 年开尔文提出的包含电子的正电云模型等。

这些模型虽然并不成功,但都形象地启示人们的思考和想象,激发人们进一步去探索原子深层结构的奥秘,卢瑟福也正是由此踏上了成功之路。

(2) 新的实验事实呼唤建立新的物理模型

卢瑟福的核式结构模型是为解释 α 粒子大角度散射实验的需要而建立的。

早在 1906 年,卢瑟福就注意到,用小孔校直了的 α 粒子束穿过空气时能在照相底版上留下轮廓十分清晰的光斑,如果在它经过的路径上放置一块厚度仅为 20 微米的云母片时,光斑就模糊了。这种模糊状态相当于有一部分 α 粒子偏转了大约 2° 。卢瑟福本来都是用汤姆生的实心带电球原子模型和带电粒子散射理论来解释的,对于小角度散射矛盾还不明显,后来用金箔做实验时出现了大角度散射现象,表现出明显的矛盾。因为 α 粒子的质量约为电子质量的 7 300 倍,它与电子相碰时,相当于一颗高速飞行的子弹撞到一粒尘埃,不会使 α 粒子的速度方向有显著变化,使 α 粒子发生偏转的只能是原子中正电荷的作用。

(3) 背景理论知识对新模型有密切的逻辑联系

任何模型的产生都离不开一定的背景理论。

当时,卢瑟福面临着大量关于放射性元素,能辐射出各种各样的射线的实验,尤其是卢瑟福和索第(F. Soddy, 英国, 1877—1956)共同进行的科学实验,成功地从钍分离出一种新物质钍—X。他们发现这种

钍—X 放射性的衰变丝毫不受改变物理条件或加进其他化学物质的影响。此外,他们还发现,因受镭或钍射线的作用而被暂时活化的非放射性物质也能放出 γ 射线,所有这些材料不仅表明原子中有巨大的电力,而且是有内部结构的。

另一个重要的背景知识就是人们已知的电子的质量只有氢原子的 $1/1840$,总带一份负电荷。再加上元素周期律的知识,人们完全可以归纳出这样的结论:原子是有复杂结构的,可以由一种形式转化为另一种形式;电子很可能是表明化学性质周期变化的原子结构的共同单位。

卢瑟福根据 α 粒子散射实验得出的关于原子中聚集着巨大电力的结论,再加上其他一些背景知识就可以作出在原子中存在一个体积很小、质量很大的核的判断。于是,卢瑟福的下一个目标就是需设计实验来完善还不十分清晰的模型构想。

(4) 通过实验和数学方法完善模型

卢瑟福的助手盖革设计出一种可用来计算由镭放射出 α 粒子的方法,这就是盖革计数器。

盖革计数器的基本结构如图 3-4 所示。在一个玻璃管内有一个导电的圆筒(或在管壁上涂一层导电薄膜)做阴极,一根通过圆筒轴心的金属丝做阳极。管内装入惰性气体和少量的乙醇气或溴气。在两极上加上约 $800 \sim 1\,500$ 伏的直流电压。当有射线粒子飞进管内

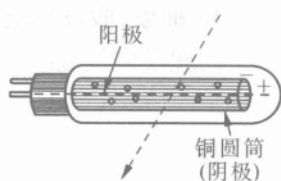


图 3-4

时,管内气体电离,产生的电子在电场作用下向阳极加速运动,电子在运动中能量越来越大,达到一定值时,会使气体分子发生电离,再产生电子。于是经过一段很短时间,就会产生大量电子,这些电子到达阳极,正离子到达阴极,就使计数管发生一次短暂的放电,从而得到一次脉冲电流。他们结合数学方法利用盖革计数器算出在千分之一克的镭里,每秒能发射出 $136\,000$ 个 α 粒子。这样,不仅使对 α 粒子的散射问题有可能进行定量的研究,也意味着,从卢瑟福 1897 年发现 α 射线以来,人们首次能在实验室里观察到单个 α 粒子即单个原子(氢原子)的行踪。

1909 年卢瑟福的助手盖革和马斯登发表了他们对 α 粒子散射的测量结果:“三组测量表示,在这些条件下, $8\,000$ 个粒子中有一个要反射回来。”卢瑟福认为这只能是单次碰撞的结果,才形成有核模型的构想。

为了检验这种有核模型的真实性和与库仑定律的一致性,应能从库仑定律导出数学式,算出 α 粒子在离排斥中心不同距离处通过时产生偏转的多少。卢瑟福在一位年轻的数学家福勒的帮助下导出了散射公式,它与盖革用闪烁计数器测得的散射曲线非常符合。盖革和马斯登在论文里写道:“我们完全证实了卢瑟福教授的理论。”这样,原子核的真实性被确证了。

由此可见,一个模型的确立和完善,决不是一蹴而就的,它往往需要在背景知识与实验之间经历多次的反复,才能最后被确证下来。其中,除了依靠科学家敏锐的观察、丰富的想象和渊博的理论知识外,还必须敢于冲破传统理论束缚的勇气和一丝不苟、刻苦工作的精神。如在用闪烁法直接计数时,观测十分辛苦,整个实验过程都要守在暗室里,眼睛通过显微镜紧紧盯住硫化锌荧光屏,一个一个地统计闪烁数,在实验过程中需记下100 000次以上的闪烁。可以想象,这是件多么艰巨的工作,充分显示了前人科学研究成果的来之不易。

3. 抽象、假设和类比是建立物理模型的基本方法

物理模型是高级思维活动的产物,脱胎于事物原型的高度抽象与概括。

假设、类比是建立物理模型的基本的思维方法。譬如,杠杆模型就是从许多生活、生产工具中抽象出来的。

物理模型的建立也常依赖于假设。除了对具体原型抽象过程中需要忽略某些次要的、非本质的因素(如不计杠杆重力等)外,常常因为某些事物原型的真相比较隐蔽或人们还不清楚,就完全是由假设建立物理模型的。譬如关于天体运行结构,无论是托勒密的九重天模型还是哥白尼的太阳系模型,都是依据假说形成的一种模型,也完全可以称为假设。从这个意义上说,假设与物理模型之间没有不可逾越的鸿沟。

4. 物理模型需在实践中不断发展与进化

理想化的物理模型是一个历史范畴。它往往受到一定的科学技术条件和人们当时的认识水平的限制,只是在某种范围内和一定程度上对客观事物或客观过程抽象的结果。因此,物理模型的合理性是相对的。随着科学实验和观察手段的不断更新,新的实验事实的不断发现,以及经验材料的积累和科学理论的发展,在原来的实验事实基础上,根据原来的理论建立起来的旧模型会逐渐暴露出它的局限性,这就要求

人们根据新的实验事实或日益丰富的经验材料和新的科学理论,抽象出更新的理想模型。

新建立的物理模型往往有这样的特点,它包含着旧模型合理的内涵,克服它的局限性,更接近于客观实在,能更准确地反映客观事物的本质。

四、中学物理中常见的五类模型

1. 对象模型

用来代替由具体物质组成的代表研究对象的实体系统,我们称为对象模型(也可称为概念模型)。这一类模型在中学物理中最为常见,如力学中有质点、刚体、杠杆、轻质弹簧、单摆、弹簧振子、弹性体等;热学中有弹性球分子模型、理想气体、绝热物质等;电学中有点电荷、检验电荷、理想导体、绝缘体、理想电表、纯电阻、理想变压器、理想二极管等;光学、原子物理中有光线、薄透镜、波粒二象性模型、原子模型等。

这种模型的建立(设计思想)主要基于以下两种情况:

一种情况是为了突出客观实体的主要矛盾或本质因素,采用了剪叶去枝的方法,摒弃了一些次要的非本质的因素,使研究客体简化和纯化后,从客观实体中直接抽象出来的,它的目的是为了简化对问题的研究。如研究一列火车的加速运动时,就完全可以不必考虑运动中车轮的转动、车厢在弹簧上的上下振动和晃动等非主要因素;研究一个小灯的电功率时,就可以不必考虑灯丝的分布电容、分布电感等效应,把它简化为一个纯电阻处理。上面的大部分物理模型都是在这种思想指导下建立起来的。

另一种情况是为了解释某些行为和特性建立起来的模型。如为了解释 α 粒子散射实验现象,提出原子的“核式结构模型”;为了解释光在干涉、衍射中表现的波动性和光电效应中表现的粒子性,提出了“波粒二象性模型”等。这一类模型可以称为理论模型,是科学家丰富想象力的结晶,在科学上有着极为重要的地位,往往是作为理论的初级形式出现的。

同一个客观物体在不同场合可以抽象成不同的对象模型。如研究地球绕太阳的运动规律时,把太阳抽象为质点模型;研究太阳在地面上的照度时,把太阳抽象为点光源模型等。

由于对象模型的建立有它特定的背景或条件,因此实际问题中对具体研究对象能否抽象成某个模型或抽象成什么模型也不能一概而

论,应根据对问题的研究方向和要求确定。

例 1 有一个质量为 M 的均质长方体木块,底面边长为 a ,高为 b ,放在斜面上。它与斜面间的动摩擦因数为 μ (图 3-5)。当斜面倾角 θ 由很小逐渐增大时,什么情况下木块沿斜面下滑?什么情况下木块会翻倒?

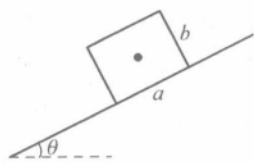


图 3-5

解 这个木块放在斜面上时共受到三个力的作用:重力 mg 、斜面支持力 N 、斜面摩擦力 f 。如果只考虑木块沿斜面的滑行,可以把木块抽象为一个质点,木块所受三个力都可画在它的重心上,如图 3-6 所示。

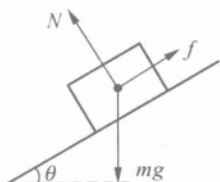


图 3-6

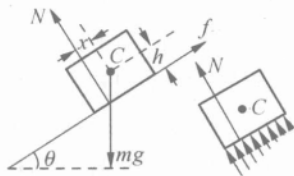


图 3-7

实际情况中,木块所受的摩擦力发生在它与斜面的接触面上,方向沿斜面向上。木块放在斜面上时又有前倾的趋势,势必造成前部(靠近斜面底端)稍稍压紧斜面,后部稍稍“放松”,斜面对木块各部分的支持力大小不同,各部分支持力的合力 N 不再通过木块重心,而稍稍前移,如图 3-7 所示。这样,才能保证摩擦力 f 和支持力 N 对重心 C 的合力矩为零。因此,实际情况下的木块不再是一个共点力系统,而是一个平面力系,所以不能抽象为质点,必须抽象为一个刚体。

设斜面支持力 N 的作用点前移 x ,重心离斜面高 h ,由平衡条件知

$$Mg \sin \theta - f = 0,$$

$$Mg \cos \theta - N = 0,$$

$$Nx - fh = 0,$$

联立三式得

$$X = fh/N = h \tan \theta.$$

抬高斜面时,重力的分力 $mg \sin \theta$ 和摩擦力 f 都会增大,但 f 有一个极限值,即

$$f_m = \mu N.$$

同时,斜面支持力作用点的前移距离 x ,也受到木块几何尺寸的限制,它的极限值为 $x_m = a/2$ 。

因此,在抬高斜面的过程中,若 f 先达到极限值 f_m 而 x 未达到极限值 x_m ,则物体将沿斜面下滑;若 x 先达到极限值 x_m 而 f 未达到极限值 f_m ,则物体将以木块前边缘为棱边逆时针方向翻倒。

由此可见,对质点和刚体这两个对象模型而言,抽象的依据决定于对物体的受力情况和运动情况的分析。当物体受到共点力系作用时或物体做平动时,可抽象成一个质点模型,当物体受到平面力系作用时,物体发生转动或有转动趋势时,应该抽象为刚体模型。

2. 条件模型

把研究对象所处的外部条件理想化,排除外部条件中干扰研究对象运动变化的次要因素,突出外部条件的本质特征或最主要的方面,从而建立的物理模型称为条件模型。如物体沿水平面运动时所受摩擦力对运动的影响不起主要作用,或需要假想一种没有摩擦力的环境,引入光滑平面的模型。其他如不可伸长、不计质量的绳子,轻质杠杆,只受重力作用或不计重力作用,均匀介质,匀强电场和匀强磁场等。

例 2 在真空中速度为 $v = 6.4 \times 10^7 \text{ m/s}$ 的电子束连续地射入两平行板之间(图 3-8(a))。极板长度 $l = 8.0 \times 10^{-2} \text{ m}$,间距 $d = 5.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ 。两极板不带电时,电子束将沿两极板之间的中线通过。在两极板上加一 50 Hz 的交变电压 $u = U_0 \sin \omega t$ (图 3-8(b)),如果所加电压的最大值 U_0 超过某一值 U_c 时,将开始出现以下现象:电子束有时能通过两极板;有时间断不能通过。

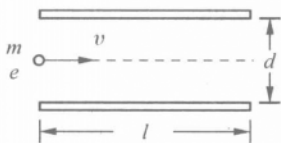


图 3-8(a)

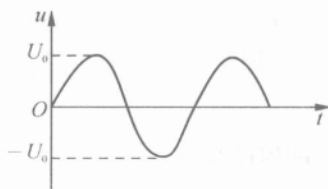


图 3-8(b)

- (1) 求 U_c 的大小;
- (2) 求 U_0 为何值时才能使通过的时间 $(\Delta t)_{\text{通}}$ 跟间断的时间 $(\Delta t)_{\text{断}}$ 之比为

$$(\Delta t)_{\text{通}} : (\Delta t)_{\text{断}} = 2 : 1.$$

分析 两板上加以交变电压后,板间形成一个时刻变化的电场,变化周期 $T = 1/f = 1/50 \text{ s} = 0.02 \text{ s}$ 。电子通过两板的时间

$$\Delta t = \frac{l}{v} = \frac{8.0 \times 10^{-2}}{6.4 \times 10^7} = 0.125 \times 10^{-8} \text{ s}.$$

由于 $\Delta t \ll T$, 因此可以认为在电子穿过平行板的过程中,板间是一个大小、方向不变的匀强电场,电子在这个过程中做的是匀加速运动。

解 (1) 设电压为 U_c 时电子恰打在板的边缘,即电子的偏距 $y = d/2$, 由

$$y = \frac{d}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_c e}{dm} \cdot \left(\frac{l}{v}\right)^2,$$

得

$$U_c = \frac{d^2 m v^2}{e l^2} = 91 \text{ V}.$$

(2) 由上面的计算知,当所加交变电压瞬时值大于 U_c 时,电子束就不能通过平行板;当电压瞬时值小于 U_c 时电子束才可以通过平行板。相应的通过和间断时间如图 3-9 所示。当 $(\Delta t)_{\text{通}} : (\Delta t)_{\text{断}} = 2 : 1$ 时,表示在半个周期内,仅在第一个 $T/6$ 和第三个 $T/6$ 时间内能通过(如图 3-9 中划线区域),由

$$U_c = U_0 \sin 60^\circ,$$

得

$$U_0 = \frac{U_c}{\sin 60^\circ} \approx 105 \text{ V}.$$

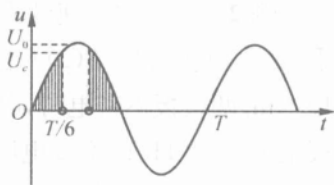


图 3-9

如果我们不给电子设置这样一个匀强电场的外部环境,这个问题的处理会变得十分困难,在实际情况下也无必要。

3. 过程模型

把具体物理过程纯粹化、理想化后所抽象出来的一种物理过程,称过程模型。

实际的物理过程一般都较复杂。如前面所说列车沿平直轨道运动时,其中还有车轮的转动、车厢的振动、左右晃动等各种不同的运动形态。对应各不同的运动形态可以有不同的研究课题。在中学物理阶

段,仅研究列车的整体平动特性时,就可以不考虑车轮的转动、车厢的振动和晃动,把列车的运动过程纯粹化、理想化,看做是一个质点(对象模型)做单一的某种运动。如匀速直线运动、匀加速直线运动、匀速圆周运动等。

此外,如简谐运动、等温过程、等压过程、等容过程、绝热过程、恒定电流等,都是以突出某一方面的主要特征,忽略一些次要过程后抽象出来的理想过程,都是一种过程模型。

建立过程模型的目的,也是为了简化对问题的研究,以便得出基本符合实际的效果。

例 3 如图 3-10 所示,长 L 的轻绳一端固定于 O 点,另一端系一质量为 m 的小球,再把小球拉至 A 点,使绳拉直与水平方向成 $\alpha = 30^\circ$ 角,然后由静止释放,求小球运动到 O 点正下方 B 点时绳的张力是多少?

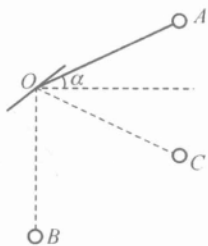


图 3-10

分析 小球在 C 点使绳绷紧过程,小球沿绳方向速度有损失,故隔离小球从 A 到 C 自由下落过程、小球在 C 点使绳绷紧过程和小球损失机械能后的下摆过程,分别列式计算。

解 对于小球从 A 到 C 的自由下落过程,根据自由落体运动规律有

$$v_C = \sqrt{2gL};$$

小球在 C 点使绳绷紧过程, v_C 沿绳方向分量减小为零,故小球将以垂直于绳方向的分量 $v_C \cos 30^\circ$ 开始向下摆动。

小球从 C 下摆到 B 的过程,根据机械能守恒定律有

$$\frac{1}{2} m (v_C \cos 30^\circ)^2 + mgL(1 - \cos 60^\circ) = \frac{1}{2} m v_B^2,$$

解得

$$v_B = \sqrt{\frac{5}{2}gL};$$

对于小球在 B 点,根据牛顿第二定律列出

$$T_B - mg = m \frac{v_B^2}{L}.$$

解得

$$T_B = \frac{7}{2}mg.$$

4. 等效替代

通过仔细分析题述条件,抽象出整个过程的本质特征,然后用我们熟悉的、简单的等效物理模型代替那些真实的复杂的物理模型,从而使复杂问题的求解过程得到优化。

例 4 边长为 a 的正方形导线框放在按空间均匀分布的磁场内,磁场的磁感应强度方向与导线框平面垂直,如图 3-11 所示,如果磁感应强度的大小和指向随时间按正弦变化,即 $B = B_m \cdot \sin \omega t$,则线框内的最大感应电动势 ϵ_m 等于多少?

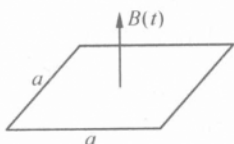


图 3-11

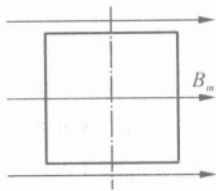


图 3-12

分析 把讨论的问题等效为一边长为 a 的正方形导线框在磁感应强度为 B_m 的匀强磁场中以角速度 ω 匀速转动。

解 如图 3-12 所示的边长为 a 的正方形导线框在匀强磁场中以角速度 ω 匀速转动,穿过导线框磁通量的变化与题示情况相同。故可把讨论的问题等效为一边长为 a 的正方形导线框在磁感应强度为 B_m 的匀强磁场中以角速度 ω 做匀速转动,线框产生的感应电动势最大值与题目要求的 ϵ_m 相同。在等效过程中,

$$\epsilon_m = B_m \cdot 2av = B_m \omega a^2。$$

5. 数学模型

几乎所有的物理问题都可用数学方法描述,建立数学模型的目的,可以更概括、更简洁、更普遍地描述不同事物的共同特性及其内在规律性,也便于进行定量计算。

物理学中有许多数学模型,除上面所说的以外,如矢量模型、平均值模型、无限小模型等。许多具体的物理计算和图象,实际上都可以联系着一定的数学模型。因此,数学模型在中学物理中有着极其广泛的作用。

例 5 如图 3-13,真空室内存在匀强磁场,磁场方向垂直于图中纸面向里,磁感应强度的大小 $B = 0.60 \text{ T}$ 。磁场内有一块平面感光平

板 ab , 板面与磁场方向平行。在距 ab 的距离为 $l = 16 \text{ cm}$ 处, 有一个点状的 α 放射源 S , 它向各个方向发射 α 粒子, α 粒子的速度都是 $v = 3.0 \times 10^6 \text{ m/s}$ 。已知 α 粒子的电荷与质量之比 $q/m = 5.0 \times 10^7 \text{ C/kg}$ 。现只考虑在图纸平面中运动的 α 粒子, 求 ab 上被 α 粒子打中的区域的长度。

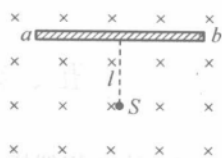


图 3-13

分析 不计重力的带电粒子由于其速度方向跟磁场方向垂直, 故在匀强磁场中作匀速圆周运动。本题中由粒子作圆周运动的半径已知, 但由于发射粒子的速度方向在纸面内各个方向, 故粒子打到 ab 感光平板上的位置各不相同, 要求左、右两侧的极端位置, 实际上就完全归结为一个数学问题了。

解 α 粒子带正电, 故在磁场中沿逆时针方向做匀速圆周运动, 用 R 表示轨道半径, 有

$$qvB = mv^2/R.$$

由此得

$$R = mv/qB = v/(q/m)B,$$

代入数值得

$$R = 10 \text{ cm},$$

可见

$$2R > l > R.$$

因朝不同的方向发射 α 粒子的圆轨迹都经过 S , 由此可知, 如图 3-14, 某一圆轨迹在图中 N 左侧与 ab 相切, 则此切点 P_1 就是 α 粒子能打中的左侧最远点。为定出 P_1 的位置, 可作平行于 ab 的直线 cd , cd 到 ab 的距离为 R , 以 S 为圆心, R 为半径, 作弧交 cd 于 Q 点, 过 Q 作 ab 的垂线, 它与 ab 的交点即为 P_1 。

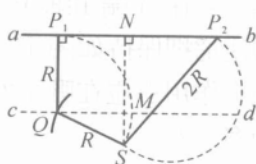


图 3-14

由几何知识得: $NP_1 = \sqrt{R^2 - (l - R)^2}$ 。

再考虑 N 的右侧, 任何 α 粒子在运动中离 S 的距离不可能超过 $2R$, 以 $2R$ 为半径、 S 为圆心作圆, 交 ab 于 N 右侧的 P_2 点, 此即右侧能打到的最远点。

由图中的几何关系得: $NP_2 = \sqrt{(2R)^2 - l^2}$,

所求的宽度为:

$$P_1P_2 = NP_1 + NP_2,$$

代入数值得:

$$P_1P_2 = 20 \text{ cm}.$$

五、建模过程中的两个注意点

1. 注意相似模型间的区别和不同模型的适用条件

例如:绳和杆是常见的两种相似模型,它们的差别主要是:绳子只能施出拉力,拉力的方向必定沿着绳的方向;杆不仅能施出拉力,也能施出推力,拉力和推力的方向不一定沿着杆子。由于它们的约束特性不同,因此在具体问题中的力学条件也不同。

如图 3-15(a),小球被杆约束,运动至最高点时可依靠杆的推力平衡球的重力,因此最高点的速度条件: $v \geq 0$ 。

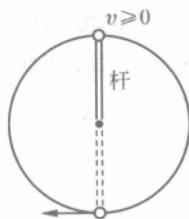


图 3-15(a)

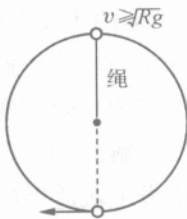


图 3-15(b)

图 3-15(b)中小球被绳约束,运动至圆周最高点时的速度起码应满足条件

$$mg = m \frac{v^2}{R},$$

得最高处的速度条件为 $v \geq \sqrt{Rg}$ 。

例 6 如图 3-16 所示,用一根细线把轻质摇把 AOBC 在 O 处吊起,摇把各部分的尺寸如图。若在 A 端用细线挂一重 $G = 200 \text{ N}$ 的物体,为使摇把保持如图示状态,且使所加的力最小,施力作用点应在哪里?施力方向如何?力的大小为多少?

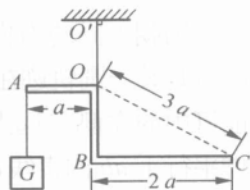


图 3-16

解 重物对 A 端的拉力有使摇把逆时针方向转动的趋势,为了维持平衡,又使作用力最小,应形成一顺时针方向的力矩,且使得力臂最大。因此,应在 C 点加一个垂直于 CO 方向斜向下的拉力。由力矩平衡条件

$$G \cdot a = F \cdot 3a,$$

得

$$F = G/3。$$

分析 上面是一种很常见的错误解答。究其原因,就是疏忽了绳模型的特点。因为绳子只能承受沿着绳子方向的拉力,它也只能提供