

ZHONGXUE SHUXUE JIAOYUXUE XINLUN

中学数学教育学新论

查建敏 编著



安徽大学出版社

PDG

内容简介

本书以现代教育的最新理论成果为依据，研究了中学数学的教材、教学理论和教学方法，系统地阐述当今数学教育的最新动态和优秀成果。同时也是作者几十年从事中学数学教学的实践与研究的部分经验的总结概括。

全书不仅从宏观上介绍了现代数学教育的思想、观念、教学原则、教育心理学和教学方法的理论；而且从微观上剖析了初中数学教材、国内外的先进教学法，以翔实的史料和典型的课例给第一线工作的教师以指导，并对二十世纪的数学教育发展的若干热点问题进行了探讨。

序

“八·五”期间，我院对初中教师继续教育做了一些有益的工作，取得了一定的成果。进入“九·五”，随着师资培训工作重点由学历补偿教育转到继续教育的轨道，在省市教育行政部门指导下，我院加大了继续教育的力度，加快了步伐。到2000年，要将合肥地区万名初中教师轮训一遍，并力争培养出500名教育教学骨干、100名学科带头人和若干教育教学专家。1997年9月，合肥市被国家教委批准为中小学教师继续教育实验区之一，作为初中教师继续教育的培训基地，我们感到责任更加重大，必须全力以赴地做好实验工作。

初中教师继续教育就目前的认识和理解，是指初中教师学历达标后，以提高政治业务素质和教育教学能力为目的的一种在职培训。初中教师取得相应学历，只能标志一个学习阶段的完成。随着社会进步、科技发展、知识更新，必须不断地接受新的理论、新的知识、新的技术和新的方法。参加在职培训是达到这一要求的途径。要培训，就必须有教材。出于这样的考虑，我们组织编写了这套供初中教师继续教育的丛书，既满足培训学员的要求，又希望能在继续教育的教学内容上作一些探讨。

这套丛书有以下几个特点：(1)创造性。继续教育和学历教育是两个截然不同的教育制度，使用两种截然不同的教材。前者侧重于对已达到某个学历层次，并具有一定教学实践经验的教师，进行更新观念、开阔视野、拓展知识、提高能力的教育；而后者，主要是为达到某个层次学历要求，而需具备的知识和能力。因此，继续教育的教材不是一个层次的知识照搬照抄，需要有全新的内容。

(2)实践性。丛书编写的程序是：编写者深入不同类型的中学调查研究，了解初中教师在师德修养、学科前沿知识和基础知识、学科教育理论和教学能力等方面的需求，反复揣摩研讨，编写初稿；经过教学检验，保留受学员欢迎的内容，正式出书。可以说，丛书是从教学实践中来，再回到教学实践中去。(3)区域性。我国幅员辽阔，各地教师的构成和基础千差万别。丛书主要是针对合肥地区初中教师实际编写的，试图体现区域特色。对于开展首轮初中教师继续教育的地方来说，也有一定的参考价值。

初中教师继续教育是一项开创性的工作，其特色和规律，都处于摸索之中。因而，这套丛书也只能是一个阶段的教学成果。希望培训院校使用它时，及时和我们交换意见、提出建议，目的是加强教学内容的针对性、实用性、先进性和科学性，为提高初中教师继续教育的质量贡献一份力量。

丁元生
1998年5月

前　　言

现代教育的发展伴随着现代社会的发展已经进入了一个崭新的时代，教育应面向 21 世纪，培养具有全面素质的现代化人材。我国的教育也正是在这一背景下，从课程设制、教学内容、教学方法都逐步地形成新的全面而又系统的改革。数学教育更应该全面地迈向现代化，与国际数学教育的发展相接轨。自 1993 年以来我国在全面实施了九年制义务教育的大纲之后，1997 年又开始了高中数学新大纲、课程的试用工作，这些都是我们实现跨世纪人材的培养所实施的具体的行动。一个以迈向新世纪提高整个国民素质为核心的现代化教育正在全面的开展。如何实现这些新的教育目标又为我们广大的教育工作者，特别是工作在第一线的教师提出了新的课题。首先是运用新的教育思想、观念去认识、分析、理解我们的教学大纲和教材，从而选择科学合理的教学方法，提高我们的教育质量。同时对现代的先进教育理论、教学方法有一个较为系统的全面了解，特别是对当今数学教育中的改革成果、数学教育心理学、教学方法中理论和实践成果的动态和发展方向都应有一个全面地了解，从而运用现代思想、先进理论和科学方法指导我们的教学工作。

本书共分三篇十二章，其中第一篇是数学课程的研究。以现行初中数学教材为对象，从它的课程改革背景出发，分析大纲、研究教材，着重对数学教学中思维能力培养、技能教育、德育、美育以及数学思想和方法、非智力因素的教学等问题进行探讨，概述了现

今的主要研究成果。第二篇是对现代教育心理学、教学论的理论研究。它包括对现代教育的思想、观念的认识，学习理论的系统介绍，以及我国在数学教育、学习心理学方面的最新成果阐述。第三篇是数学教学方法论的研究。主要从教学方法的发展角度探讨了教学法、教学模式和教学策略的概念、意义和作用，展示教学研究的发展脉络。特别以典型的课例为示范，详细介绍了青浦教学法、目标教学法、发现法、创造力的培养和开放性问题的教学，探讨了教学过程的最优化，这也是学习各种教学法进行教学的原则和目标。在本书的最后一章中就当前数学教学改革中的最新热点问题，如数学素质教育、问题解决、数学建模和计算机辅助教学等方面最新的成果进行了的概括和探讨。综观全书，主要是从课程论、学习论和教学论三大方面力求全面反映出当今数学教育的新成果和新认识，以给读者能有全面地具有时代特点的感受。

本书是在合肥市初中数学教师继续教育培训所开设的《初中数学教材分析和教法研究》研讨课讲义基础上经两年教学实践充实和发展编写而成的。由于是针对第一线教师所编写的，因而力求保留它的实用性、资料性和指导性相结合的特点，同时在修改过程中，增强了理论的系统性和内容的时代性。希望这本书不仅能给初中数学教师的教学提高提供教学参考和理论学习的工具，也能给高中数学教师以及高等师范学校的数学教育学课程提供一本有价值的参考资料。

在本书的编著过程中，编者深受各方面的指导和帮助。其中合肥市教科所的刘德华、二十六中的姜昌根以及薛和平、杨德祥、凌英渡、曹秋敏等同志对初稿提出积极的修改意见，合肥市第五十五中的束从武、第四十六中的马建林等同志对于“目标教学法”、“非智力因素的培养”方面提供的宝贵经验材料，原安徽省教科所所长吴之季先生对本书的初稿提出了指导性的意见，在此一并表示感谢。

最后对合肥教育学院的领导和数学系的同志们对本书的编写及出版给予的支持、指导和帮助表示由衷的谢意。

另外，在本书编写中参考了国内外的有关论著和论文，引用了他们的先进经验和研究成果，在此，谨向这些作者表示深切的谢意。

限于水平和资料来源的局限性，本书中的不足之处或错误在所难免，敬请广大同仁不吝赐教。

查建敏

1998年3月6日完稿于合肥董铺科学岛

目 次

第一篇 初中数学教材与教学研究

第一章 初中数学教材的分析和研究.....	(1)
§ 1.1 现行教材产生的背景和原则	(2)
§ 1.2 初中数学教材的基本分析	(5)
§ 1.3 初中数学的知识结构、课程设制及变化情况 ...	(10)
§ 1.4 “读一读”、“想一想”、“做一做”教材分析及探讨.....	
	(15)
第二章 教学中应重点处理好的几个主要方面	(46)
§ 2.1 思维能力的培养.....	(46)
§ 2.2 关于技能教学的改革.....	(59)
§ 2.3 数学思想和方法的教学.....	(61)
§ 2.4 加强德育教育.....	(66)
§ 2.5 数学的美育教学.....	(70)
§ 2.6 重视非智力因素的教育.....	(75)

第二篇 现代数学教育和学习理论

第三章 现代数学教育的新成果	(83)
§ 3.1 现代教学论及它的发展概况.....	(83)
§ 3.2 现代的数学和数学教育的发展.....	(88)
§ 3.3 中学数学教育的现代化.....	(95)
第四章 学习理论和数学学习论.....	(101)

§ 4.1	学习理论的发展概述	(101)
§ 4.2	行为主义学派的学习理论	(104)
§ 4.3	认知学派的学习理论	(110)
§ 4.4	人本主义的学习理论和发展理论	(123)
§ 4.5	数学学习理论的研究概况	(131)

第三篇 数学教学法研究与探讨

第五章	数学教学法概论	(136)
§ 5.1	教学、教学方法和教学法	(136)
§ 5.2	教学方法的分类	(139)
§ 5.3	数学教学法和它的发展	(143)
第六章	尝试指导、信息回授教学法	(153)
§ 6.1	青浦经验的基本方法和原理	(153)
§ 6.2	青浦教学法的课堂教学范例	(159)
§ 6.3	青浦教学法的特点及意义	(163)
第七章	目标教学法	(168)
§ 7.1	目标教学的原理	(168)
§ 7.2	目标教学的实施的主要过程	(170)
§ 7.3	初中数学实施目标教学的方法过程	(177)
§ 7.4	目标教学法的教学实例	(181)
第八章	发现式教学法和创造力的培养	(188)
§ 8.1	发现式教学法	(188)
§ 8.2	创造力与创造力培养的教学法	(201)
第九章	开放性问题的教学	(212)
§ 9.1	开放性问题的产生及意义	(212)
§ 9.2	开放性问题课堂教学的试验介绍	(213)
§ 9.3	开放性问题的教育价值	(219)

§ 9.4 开放性问题教学应注意的问题	(221)
第十章 其它教学法介绍.....	(224)
§ 10.1 自学辅导教学法.....	(224)
§ 10.2 “自学、议论、引导”教学法.....	(231)
§ 10.3 “读读、议议、练练、讲讲”教学法	(236)
§ 10.4 其他教学法简介.....	(238)
第十一章 实现教学过程的最优化.....	(242)
§ 11.1 实现教学过程最优化的意义.....	(242)
§ 11.2 如何实现教学过程的最优化.....	(243)
§ 11.3 对教学过程最优化的几点认识.....	(252)
第十二章 当前数学教育改革的几个热点问题.....	(255)
§ 12.1 数学教育中的素质问题.....	(255)
§ 12.2 问题解决与数学教学.....	(261)
§ 12.3 数学建模与数学教改.....	(269)
§ 12.4 计算机辅助教学及发展.....	(276)
附录 青浦教学法课例与点评.....	(281)
参考文献.....	(295)

第一篇 初中数学 教材与教学研究

第一章 初中数学教材的分析和研究

我们正经历着从 20 世纪迈向 21 世纪的这一历史变革之际,为了迎接新世纪的挑战,世界各国都在创建面向新世纪的教育体系。在这一时代背景下,我国的教育改革全面展开了。首先中共中央、国务院制定了《中国教育改革和发展纲要》,指出“世界范围的经济竞争、综合国力的竞争,实质上是科学技术的竞争和民族素质的竞争”,“教育改革和发展的根本目的是提高民族素质,多出人才,出好人才”。正是在这一精神指导下,我们的教育改革实行了从应试教育到素质教育的全面转变。这个转变涉及到教育思想、教育目标、教学目标、教学内容、教学方法和手段等各方面。九年制义务教育的新数学课程和教材从 1993 年下半年开始已经在全国普遍实施和使用。经过 4 年来的实践我们已经有更深刻的认识,因此,全面系统地了解认识现行教材的产生背景、编写思想、知识体系、以及相应的教学原则、方法,总结在教学实践中得到的新认识成果,以便更好地指导我们创建面向新世纪的数学教育,无疑是具有积极意义的。

下面我们就义务教育数学课程产生的背景、意义、原则,现行

教材的总体分析,旧教学增减的对比认识与教学建议,“读、想、做”教学内容的分析研究,以及在实施过程中对新教材若干问题的探讨等方面分别进行说明。

§ 1.1 现行教材产生的背景和原则

§ 1.1.1 现代数学教材是社会发展变革的产物

1. 数学的社会需要有很大改变

在信息社会和社会主义市场经济条件下,社会需要的人才是应具有分析能力(而不是单纯的机械操作)、具有使用图表、统计数据、认识成本和利润、分析投资和风险、预测与评估的相应数学素养。这些与经济活动相关的数学,如比和比例、利息与利率、统计与概率、运算与优化、系统分析与决策……就应成为在校学生要学的数学基本知识了。

2. 数学的应用有很大改变

数学的发展使人们对数学的本质有了新的认识。首先,数学是一门科学。观察、实验、发现、猜想等数学的实践部分和任何自然科学是一样的多。尝试和错误、假说和调研、度量和分类是数学家常用的部分技巧,学校教学应该表现这些过程。而实验作业和实习作业对于理解数学和运用它都是必需的。在数学实验室里,计算器和计算机是必需的工具,采集实际数据、观察和测量的对象以及作图工作也都是必需的。其次,数学是模式的科学。学生在算术中依靠数的规则和有序,又能体会到素数模式的无序;在几何中体验到它的和谐和规则性,而在统计研究无序中,又依靠把模式展示成估价不确定的尺码。再次,数学是一种语言。数学是研究自然科学,社会科学和行为科学的基础,甚至商业和工业都越来越依靠现代数学的分析方法,因而数学是描述模式的语言,交流关系

和模式的通用工具。在数学教学中，事实、公式和信息有多大价值，关键在于它在多大程度上支持有效的数学活动。虽然所有的学生都必须掌握某些基础的概念和程序，但我们应坚定地认识到，学数学是要追求去理解，去交流，而不仅仅是计算。通过展开模式的基本原理，数学可以成为人们处理现实世界问题的有效工具。

3. 新技术的作用有很大改变

计算器和计算机深刻地改变了数学世界，它不仅影响到数学应该学什么才是重要的，还影响我们动用什么方式（工具）去学或做数学。显然，如果 21 世纪的数学教学仍然进行大量的进行数字运算技能的训练，那么，这就等于误人子弟。如果我们把发展常规计算技能的时间省下来，我们就可以去发展对数学过程理解和推理能力的培养，以及分析、解决实际的数学能力。

4. 对学生的学习理解有变化

学习不仅是一种被动汲取知识并通过反复练习、强化储存知识的过程，而更主要的是用原有知识处理新问题，同化新知识。数学的思想、概念是有组织的并且和它过去的自然语言相联系的，这种对学习的积极的、构造性的观点必须在教数学的途径中反映出来。

§ 1.1.2 建立新数学课程的原则

社会的发展使数学发生重大的变化，这确定了我们数学教育课程改革的方向。美国数学科学教育委员会在《重建中小学数学》一书中提出了以下 6 条原则：

1. 数学教育必须集中发展数学能力；
2. 数学课程从始至终都应当使用计算器和计算机；
3. 恰当的应用应当是课程的有机组成部分；
4. 课程的每部分都应当由其本身的价值来证明其必要性；
5. 课程的选材应当和中小学数学的现代化标准一致；

6. 各级的数学教学都应当促进学生积极参与。

在以上 6 条数学课程改革的原则中, 我们还要注意到它的许多新思想观点。

如数学能力中包括交流数学的才能, 即学生除了如何解决问题之外, 还必须学会阅读课本、能口头和书面地把数学问题解决并表达。因此, 数学必须提供适当的情境, 让学生能够学习读数学、写数学、说数学。

对于教学方法应该如何促进学生积极参与呢? 首先应认识到没有单独的一种教学方法或教学模式能够让学生发展所有各种数学的能力。在教学过程中, 教师应当是催化剂, 帮助学生学会独立思考, 在不同的时间, 充当不同的角色, 如:

(1) 模特儿角色 他不仅演示正确途径, 而且也演示错误的开端和高级思维技能, 引导学生去解决问题;

(2) 顾问 他帮助个人、小组、全班决定他们的工作是否保持了主题, 进展是否合理;

(3) 仲裁人 他提出问题让学生去思考, 而决定留给班级去做;

(4) 对话者 他支持学生在班上发表意见, 鼓励他们靠自己的活动去做出反应, 靠自己去探索数学;

(5) 询问者 他鞭策学生弄清他们做什么才是合理的、有目的的, 使学生确信他们能够捍卫自己的结论。

从上面的介绍中我们粗略地了解现行数学课程改革的脉络, 在这些思想指导下, 我国已经完成从九年义务教育到高中的课程改革工作, 初中数学教材已经依据新的大纲编写并实施, 高中数学新课程设制、大纲工作已经完成, 新教材编写与实施也正在试行。因而对教育工作者, 特别是广大的教师来说, 就是要认真学习、理解认识新教材, 并且在教学实践中创造性地进行工作。

§ 1.2 初中数学教材的基本分析

九年制义务教育初中数学教材(人教版)是根据国家教委制订的课程计划和教学大纲编写并且在全国较大范围内通用的教材。我们就这套教材的编写特点做些分析。

§ 1.2.1 总体认识

九年制义务教育三年制初中数学教材体现了现代化、全面发展、系统安排的新特点。主要表现为以下几个方面。

1. 突出了对学生的知识、技能、能力和思想教育的全面素质的培养

在知识方面表现出知识面更开阔,即有传统的学科知识,又有一定的史料介绍以及相联系的社会知识、应用知识。如代数式中介绍储蓄的利息,有理数中介绍了在我国古代的应用、生产实际中的应用;整式的运算中介绍了分离系数法、二项式定理(杨辉三角);几何中对于图形的连续变换(平移、旋转)的渗透介绍、勾股图、三等分作图、圆周率知识等等。在技能上对于传统观念下的运算技能,又增添了作图,实习及操作的技能训练,明确了把推理作为一个重要技能来培养,使得技能的内涵更加丰富。在能力培养方面,教材突出了对学生学习能力、思维能力、应用能力的系统培养,在教材中增强了阅读课文、动脑筋“想一想”及动手“做一做”为学生的能力培养提供了丰富的内容。在思想教育方面,教材中通过大量数学史料介绍及教材本身所蕴含的材料渗透了爱国主义、热爱科学、辩证唯物主义以及道德品质教育等。总之,新教材突出了对学生进行全面素质培养的编排思想。

2. 体现了知识、技能的现代化

新教材中删略了传统初中数学中运算繁琐且应用不广泛或为

现代计算工具所淘汰的知识。如繁分式、平方、平方根及立方、立方根的查表计算(如重心定理、射影定理、四点共圆判定定理、圆幂定理)。增添了商品、市场经济、生产实践联系等方面的知识介绍、应用。如用正负数表示零件误差,应用三角知识进行测量。增添了中位数、众数的概念,介绍样本的抽样方法等等。这些精简了指导意义不大的知识、加强了应用知识的编排,体现了教材的现代化。另外,新教材在培养学生的技能方面,摒弃了繁琐的计算(如二次根式),降低了难度,而系统安排了计算器的使用技术,使学生的运算技能更注重于算法和算理上,把形式运算技能扩展到操作技能上,体现了技能的现代特色。

3. 注重科学的安排和学科的知识结构

布鲁纳指出:“不论我们选教什么学科,务必使学生理解该学科的基本结构。”这是在运用知识方面的最低要求,这样才有助于学生解决在课堂外所遇到的问题和事件,或者日后课堂训练中所遇到的问题。经典的迁移问题的中心,与其说是单纯的掌握事实和技巧,不如说是教授和学习结构。”新教材很注意让学生去认识把握学科的结构,如每章的引言对本章的概述,每节内容前面提出本节的学习要求,每章结束后的小结与复习,以条理式的知识小结到结构化的小结概括等等都是为了突出结构学习的重要性。它使的学生更加易于整体地去把握知识,同时也有益于记忆。

现行教材的知识结构的编排上,有利于学生形成正确的认知结构,根据“最近发展区”的思想来促进学生的发展等角度对教材进行了重要的变革。特别是在平面几何中打破了从平面到空间分阶段学习的方式。如异面直线、线面垂直以及线面平行、面面平行、圆柱、圆锥的侧面展开图计算等等,都是分别在学习两直线位置关系、直线与直线的垂直、线线平行与以弧长、扇形面积计算的基础上,创设“最近发展区”而引入的。虽然在初中教材中对于它们大多没有严格的规定,只要求会初步直观识别,然而从学生的认

识结构来看,一开始就形成了正确完整的框架,克服了过去旧知识结构的缺陷所带来的错误思维定势。为高中阶段的后续学习创造了良好的基础,也让部分不能升入高中学习的学生开拓了知识,提高了解决实际问题的能力。对此,我们应该深刻地领会、认真处理这部分教材的教学。

在代数方面运用“最近发展区”思想来处理教材也是很多的。如运用正负数和 $\bar{x} = a + \bar{x}'$ 的方法(代数第一册上 P106 页),一元一次不等式的解法类比一元一次方程的解法的发展,配方法及解一元二次方程的求根公式的推导,二次函数的最值通过“想一想”问题让优秀学生去及时发展。又如在圆的定义之后紧接着学习点的轨迹也是及时发展的范例,这较之以前的教材显得自然,学生易于理解,且对圆的概念又得以提高和升华。

4. 教材内容层次丰富,有益于对学生因材施教、促进学生个性化的发展。

由于新教材在教学内容上分必学、选学两部分,习题安排上又有 A、B 两组,为学有余力的学生和学有困难的学生都提供了适当的发展目标及赋予较大弹性的教学内容,对学生的课内、课外、知识与能力的发展开辟了广阔的天地。对这一部分内容我们将在后面做出更详尽的分析与探讨。

5. 教材的可读性、趣味性提高

新教材的语言有益于自学,增加了不少具有典型概括意义的插图,对史料性内容系统作了安排。这些都体现了教材的现代化特色,突出了让学生动脑、动手、自学能力以及思维能力系统培养的设计。

§ 1.2.2 主要特点

1. 突出基本数学思想和方法

(1) 强化“数形结合”的思想