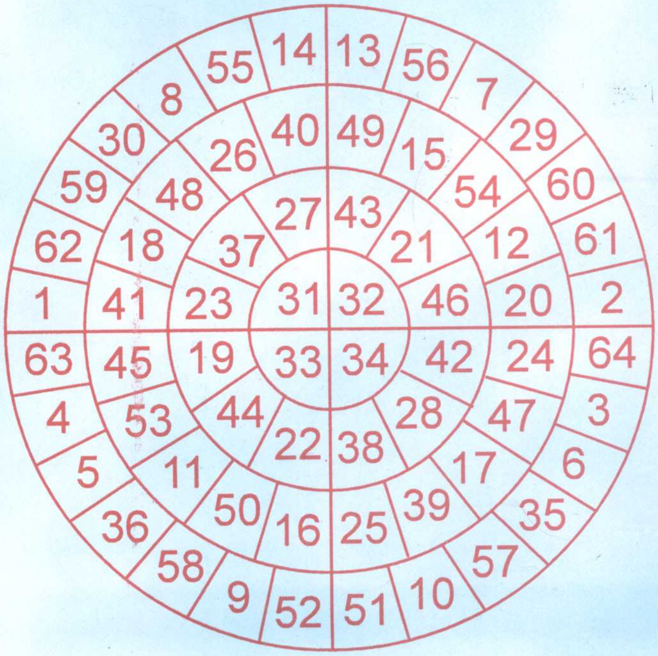
幻圆新说

江 健 著

8 阶幻圆



S=260

香港天马图书有限公司

后　记

幻圆是怎样练成的

河图、洛书、九宫图，幻方之鼻祖。幻方幻和之哲理是幻圆、幻环、幻阵等幻图之母。笔者对幻方书籍、资料中的幻圆独有钟爱，引起对幻圆探索的兴趣。但幻圆定义：n个同心圆、2n2个数与n阶幻方n2个数有别，且幻图1圆难以容纳很多数。幻方已不是幻圆之母。这启发了我对幻圆的思变，要让幻圆重认幻方为母。这是《幻圆新说》的思维基点。

爱因斯坦语：丰富的想象力比知识重要。无意中的一次，我的小侄孙将3阶19幻方写在无气的球膜上，将它吹成气球，方形变成圆形。激发了我的灵感。于是疏密得当、清雅美观的幻圆新图出现了。

由新图而思幻和组合：圆上幻和、圆内幻和。同圆对顶互补由幻方的中心对称而来；近似互补数在编制数图时而产生。它们是想象力的具体个化。

思维是想象之母，想象力要源于思维、善于突破。素数幻圆的等差数组是在实践思维中而出；2：1等差数组是源于实践而又突破思维定向的异创。它比10阶连续素数幻方具有更广阔的空间。

趣味数学在于趣，趣在于兴，兴在于毅。有毅力才能有兴趣，有兴趣才能有趣味。笔者的幻圆图、数、和皆是在铁皮圆规、学生尺、铅笔头、废旧纸、三十年前旧算盘中滋生的。不求其功名，只觅变异求新之趣乐。

《幻圆新说》与《素数幻圆》以专辑面世，诚挚感谢高治源教授的悉心指教、鼓励；王忠汉先生的鼎力相助；李抗强先生的忠恳意见。新说的幻圆、定义，由于笔者学历疏浅，知识面狭小，虽新难免有谬误；所说因难以忘却的心里精神痛苦而少趣味淡。本着抛砖引玉之意，诚望读者不吝指教，使以其砖作高楼之基，在幻方界的前辈、专家、幻友们的思维智慧中再塑大厦巍巍雄姿。

作者2006年4月于陋室幻角

目　　录

幻圆新说	1
第一章　奇数阶幻圆	3
第二章　偶数阶幻圆	9
第三章　异趣幻圆(一)	16
第四章　异趣幻圆(二)	21
附　录	24
素数幻圆	28
等差数组双偶类幻圆	29
全排列等差数组素数幻圆	41
数列数圆	49

幻 圆 新 说

幻圆图是从幻方变形来的，它与幻方一样能用 1-n^2 个连续自然数既不重复又不遗漏地填满，且幻和与同阶幻方的幻和相等。研究的是幻圆图的编制步法。

概念与定义

幻圆图　在（n+1）/2（奇）、n/2(偶)个同心圆中，过圆心的 x、y 直角坐标轴将同心圆分成四个象限，设过圆心直径线的辅轴将直角坐标轴分成 45° 角。每象限从 2 圆起以 2、4、6、8……偶序数递增给每一圆弧段分格，外圆是 n-1 格，1 圆作 1 格共 n^2 个格（n 为奇数）；每象限从 1 圆起以 1、3、5、7……奇序数递增给每一圆弧段分格（辅轴被相应格包含填有实数），外圆是 n-1 格共 n^2 个格（n 为偶数）。奇、偶阶同心圆都是 n^2 个格，能填满 n^2 个连续自然数这就是幻圆图。

幻圆图少有直径夹角，但所有格都是同圆对顶夹角格。我们把同圆对顶夹角格所填两数和定为 1+ n^2 的和，称同圆对顶互补数（简称互补数，符号 R）。这是幻圆图的基本要素。(图 1、2、3)是 3 阶幻圆对顶互补数的示例。

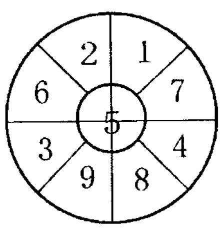


图1

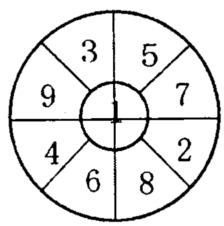


图2

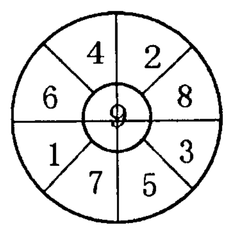


图3

幻和是幻圆的基本要素

偶阶幻圆 n/2 对顶互补数的和等于幻和；奇阶幻圆（n-1）/2 对顶互补与 n×n 连续自然数的中心数（1 圆数）和等于幻和这不定形的幻和称圆上幻和。

偶阶幻圆中有一个全圆、两个半圆（同圆）的格数是 n 个，四象限内有两个圆弧段内格数相加是 n 个；奇阶幻圆中有一个全圆，两个半圆（同圆）的格数是 n-1 个，四象限内有两个（或三个）圆弧段内格数相加，分别与/圆/数是 n

个。它们填数是n个数，亦是n阶幻和。凡全圆、半圆、四象限内格数等于或相加等于n个数，且和等于幻和称圆内幻和。

近似互补数　编制幻圆数图以一小一大两数填于同象限同圆相邻两格或主辅轴对称位，两数和大于、小于对顶互补数（$1+n^2$）和的数称近似互补数（简称近似数，符号∽）。近似数与互补数差是1、2、3。近似数是编制幻圆的便利要素。近似数与互补数差大于、小于4以上称准近似数。（图1、2、3）也是近似数的示例。

幻和、互补数、近似数是编制幻圆数图的三要素。幻和要素不动摇、互补要素不能变、近似要素在用近似数编制的幻圆中可生出准近似数。

1	2	62	61	60	59	7	8
9	10	54	53	52	51	15	16
24	23	19	45	44	22	42	41
32	31	38	28	29	35	34	33
40	49	30	36	37	27	26	25
48	47	43	21	20	46	18	17
49	50	11	12	13	14	55	56
57	58	3	4	5	6	63	64

图4

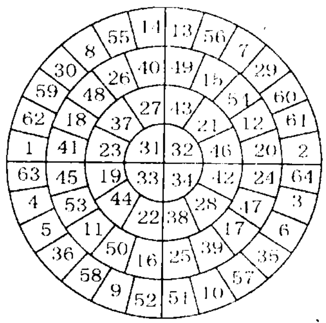


图5

5	46	15	56	25	66	35	76	45
54	14	55	24	65	34	75	44	4
13	63	23	64	33	74	43	3	53
62	22	72	32	73	42	2	52	12
21	71	31	81	41	1	51	11	61
70	30	80	40	9	50	10	60	20
29	79	39	8	49	18	59	19	69
78	38	7	[illegible]	17	58	27	68	28
37	6	47	16	57	26	67	36	77

图6

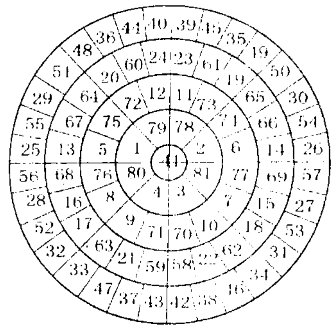


图7

幻圆图制作原理　幻圆图是幻方图的变形。从8阶、9阶幻方、幻圆（图4、5、6、7）比照图来看：8阶幻方两条对角线上数相交于中心点四数四格一格一数。幻方中心四格正方形外，每一个正方形格数是12、20、28；幻圆2、3、4圆也是12、20、28格，所以能既不重复又不遗漏地填入64个数。9阶幻方两条对角线上数相交于中心一格一数，9阶幻圆一圆数一个数。幻方中心格外每一

个正方格数是 8、16、24、32，幻圆 2、3、4、5 圆也是 8、16、24、32 格，也能既不重复又不遗漏地填入 81 个数；偶阶幻圆每圆格数成奇数等比递增数列，公比 4；奇阶幻圆图从 2 圆起成偶数递增等比数列，公比 4。当 n 偶阶大于 3、奇阶大于 2 时，都可以制作成幻圆图。据此这就是幻圆图制作的原理。

幻圆定义：

幻圆图用幻方图其理成其形，用其形变数、位生两幻和，用幻方的互补数、又实践出近似数。据此图此幻和给幻圆定义：在 n/2(偶)、(n+1)/2(奇)个同心圆，由垂轴分成四象限（辅轴将每象限分成 45°角，偶阶虚线）中，从内 2 圆起，奇按偶（2），偶按奇（3）起，偶、奇递增至 n-1 的对顶格中（奇 1 圆 1 数，偶 1 圆 1 象限 1 数），既不重复，又不遗漏地填入 $1-n^2$ 个连续自然数。全圆、半圆、四象限中两（或三）圆，任意对顶互补格（奇加 1⊙1 数）的 n 个数之和相等，且等于同阶幻方和，我们称之为幻圆。

第一章 奇数阶幻圆

奇数阶幻圆 1 圆填连续自然数的中心数；圆上幻和、圆内幻和都要加 1 圆数，这是奇数阶幻圆的特异点。奇数阶幻圆编制用双轴组合法、近似互补法，以近似互补法为主。近似互补法也是笔者探索较为方便成熟的编制幻圆的步法。

一、奇数阶双轴组合幻圆

双轴组合由四象限图分位、数分段、段位相应。主辅轴两侧为双轴位，双轴位相夹为四象限位。因取 $1-n^2$ 中段数先填双轴位数，故称双轴组合法。四象限位取中心数段的前沿后续数填入。双轴组合必须双轴位、四象限位共存的情况下（n≥9）才能使组合成立。

9 阶双轴组合段位相应式

图 1-1　n=9　R=82　S=369　取数：1-81 连数自然数 1⊙：41 幻和组：1 任意对顶互补数 4 组+1⊙$_1$（以下圆上幻和均以及 n/2 •R、(n-1)/2 •R+1⊙$_1$ 表示）。

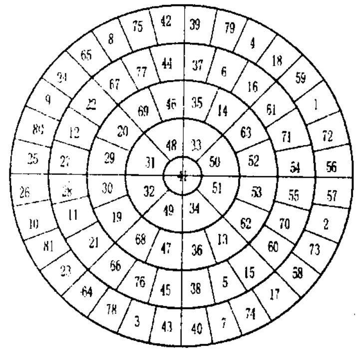


图1-1

2、全圆：$2\odot_8+1\odot_1=S$ 半圆（X 轴上下或 Y 轴左右）$3\odot_8+1\odot_1=S$ 四象限：$2\odot_2+4\odot_6+1\odot_1=S$　$5\odot_8+1\odot_1=S$

编制步法：1、双轴位 56 格取 13-40、69-42 两数一对和 82 的 28 个互补数，从 X 轴左段外圆、Y 轴右侧，25、26 始步，上下奇偶相续；X 轴右段、Y 轴左侧同步填各数对顶互补数。辅轴先右外后左内（与 X 轴相夹为内、与 Y 轴相夹为外）从 3⊙起上偶下奇续填到外圆转步到左内 3⊙相续填到外圆，对顶互补数同步填。双轴位填结束，$2\odot_8+41=S$ X 轴上下半圆 $3\odot_8+41=S$。

2、四象限位 4⊙取 70-73、12-9．4 对互补数，70、71 填 4、1 象限，互补数 12、11 同步填。这时 9、10 填 4、1 象限，$4\odot_6+2\odot_2+41$ 不等于 369。取 5、6 填 4、1 象限，对顶互补数 77、76 填 2、3 象限对顶互补格位。四象限 $4\odot_6+2\odot_2+41=S$。9、10 与 72、73 推向 5⊙与未用的互补对子数按各象差额组合，不讲排列，只要达到 5⊙每象限 8 数与 41 的和等于幻和。数图填入的各数符合 $5\odot_8+41=S$。圆内幻和规范。

2、3、4、5⊙同圆对顶格两数都是互补数，和等于 82。圆上幻和也符合规范。

13 阶双轴组合段位全相应式

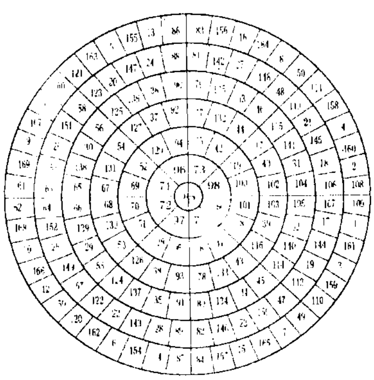


图1-2

图 1-2　n=13　R=170　S=1105　取数 1-169 连续自然数 1⊙：85

幻和组：1、6R+85=S　2、半圆：X 轴上下 $4\odot_{12}+85=S$ 四象限 $2\odot_2+6\odot_{10}+85=S$　$3\odot_1+5\odot_8+85=S$　$7\odot_{12}+85=S$（若 4⊙37 与 38 互换、互补同步则 $2\odot_2+3\odot_1+4\odot_6+85=S$）

编制步法：1、双轴位取中心段数 41-84 与 129-86 两组 44 个互补数对子，换步与 9 阶相同。2、四象限位 4⊙取 40-37 与 130-133 列表$_1$，依 X 轴上下 $4\odot_{12}+85=S$ 配对。5⊙取 36-29 与 134-41 列表$_2$ 依 $5\odot_8+3\odot_1+85=S$ 配对。6⊙取 28-17 与 142-153 依 $6\odot_{10}+2\odot_2+85=S$ 配对。＞

⊙取 16-1 与 154-169 依 $7⊙_{12}+85=S$ 配对。用线段相连表示的两数一对近似数，分别填 1、4 象限各圆内位，2、3 象限同步填各数同列的互补数。各幻和均成立。

表 1（4⊙）

37	38	39	40
133	132	131	130

表 2（5⊙）

29	30	31	32	33	34	35	36
141	140	139	138	137	136	135	134

表 3（6⊙）

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
153	152	151	150	149	148	147	146	145	144	143	142

表 4（7⊙）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
169	168	167	166	165	164	163	162	161	160	159	158	157	156	155	154

线段标示数及同列互补数；表$_1$、表$_2$、表$_3$ 172、168，表$_4$ 169、171，都大于、小于互补数 1、2，近似数就是从这里产生的（大于、小于互补数 4 以上是准近似数）。

双轴组合法特征：1、双轴位取中心段数不变。2、四象限位组合可调用前沿后续数，有一定灵活性。3、以互补数为基准数派生出近似数，省略计算。4、近似数引伸出近似互补法，可谓水到渠成。

二、奇数阶近似数幻圆

一个幻圆都用近似数编制，且圆上幻和圆内幻和都符合规范，称近似互补法。用近似数编制奇数阶幻圆分 4m+1、4m+3(m≥1)两类。4m +1 用两对近似数、4m+3 用 4 对近似数可编制成幻和规范的幻圆。

4m+1 近似数幻圆

图1-3　m=1　n=5　R=26　S=45　∽：24、28

取数：1-25　1⊙：13　幻和组：1、$2R+1⊙_1=S$　2、半圆：y 轴左右 $2⊙_1+1⊙_1=S$　四象限：$3⊙_1+1⊙_1=S$

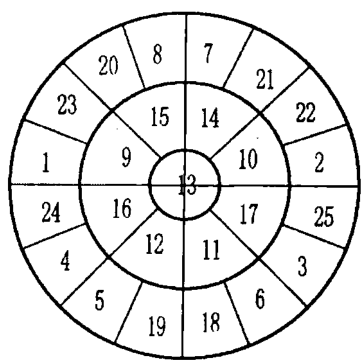


图1-3

编制步法：1、从外圆小数 1 始步，X 轴上左右，下右左顺时针向，互补数同步一轮循环，

近似数 X 轴上 24、下 28。

2、5 相续 4 邻格，变步变逆时针向，互补数同步，一轮循环。近似数 X 轴上 28、下 24。外圆数填满，四象限各相同两对近似数 24、28，与 1⊙13 和等于幻和。

3、9-12 从 2⊙X 轴左上始步。顺时针向，互补数同步一轮循环。近似数 X 轴上 24、下 28。所以 Y 轴左右 $2\odot_1$ 与 1⊙1 数和等于幻和。圆内幻和规范，圆上幻和也规范。

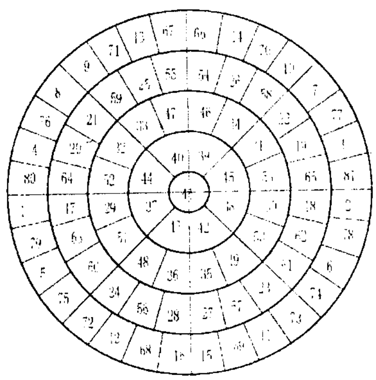


图1-4

图 1-4 m=2 n=9 R=82 S=369 ∽ ：80、84 取数：1-81 1⊙：41 幻和组：1、$4R+1\odot_1=S$ 2、全圆 $2\odot_8+1\odot_1=S$ 半圆：X 轴上下、Y 轴左右 $3\odot_8+1\odot_1=S$ 四象限：$2\odot_2+4\odot_6+1\odot_1=S$ $5\odot_8+1\odot_1=S$

编制步法：1、外圆始步在 X 轴左下逆时针向，辅轴内二轮循环，互补数同步。近似数 X 轴上 84 下 80。辅轴外 9 相续 8，变步变顺时针向二轮循环，互补数同步，近似数 X 轴上 80、下 84。

2、4⊙始步一轮循环与外圆相同，辅轴内 21 相续 20 邻格，变步变向二轮循环，互补数同步，近似数 1、2 象限，1 对 84、2 对 80，3、4 象限 1 对 80、2 对 84。四象限 $4\odot_6+2\odot_2+1\odot_1=S$。

3、3⊙、2⊙与外圆相同。近似数 3⊙四象限 84、80 各 1 对，2⊙X 轴上 84、下 80。所以 X 轴上下、Y 轴左右 $3\odot_8+1\odot_1$ 都等于幻和。

图 1-5 m=3 n=13 R=170 S=1105 ∽：172、168 取数：1-169 1⊙：85 幻和组：$6R+1\odot_1=S$ 2、半圆：Y 轴左右 $2\odot_1+3\odot_8+1\odot_1=S$ $4\odot_{12}+1\odot_1=S$ 四象限：$2\odot_2+6\odot_{10}+1\odot_1=S$ $3\odot_4+4\odot_8+1\odot_1=S$ $7\odot_{12}+1\odot_1=S$

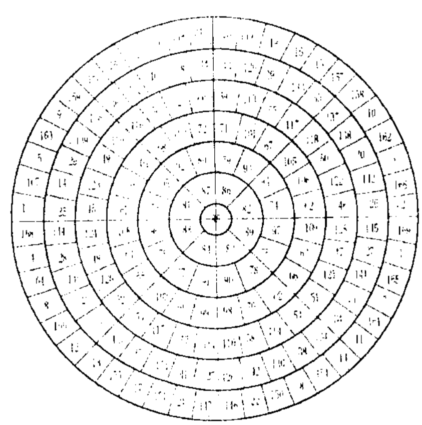


图1-5

编制步法：1、7⊙、5⊙、3⊙、2⊙循环变步、变向与5阶相同，从1、45、73、81始步序数相续，各互补数同步。7⊙三轮顺循环、三轮逆循环，5⊙二轮顺循环、二轮逆顺循环，3⊙一轮顺循环、一轮逆循环，2⊙一轮顺循环。近似数X轴上辅轴内168、下172，辅轴外上172、下168。

2、6⊙、4⊙始步相续7⊙、5⊙ 25、61，6⊙二轮循环、4⊙一轮循环后（互补数同步），辅轴内33相续32、65相续64变步、变向逆循环。近似数变步、变向前，X轴上168、下172，变步、变向后辅轴两侧，辅轴外上172、下168。所以Y轴左右，四象限 $6⊙_{10}+2⊙_2+1⊙_1=S$。3⊙、5⊙、7⊙辅轴内外两对近似数相等，故 $3⊙_1+5⊙_8+1⊙_1=S$ $7⊙_{12}+1⊙_1=S$。圆内幻和规范，圆上幻和也自然规范。

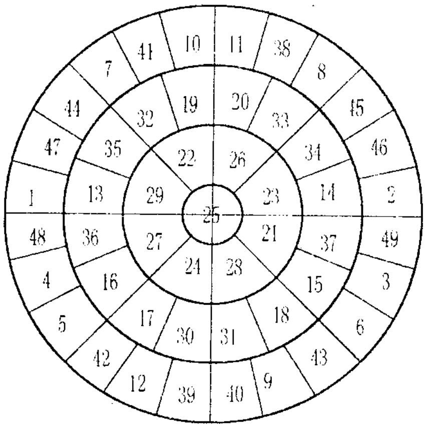


图1-6

4m+3 近似数幻圆

n=4m+3 幻圆不存在全圆、半圆幻和。m=1时7阶幻圆要用6对近似数。

图 1-6 m=1 n=7 R=50 S=175 ∽：51、52、53>R>47、48、49 取数：1-49 1⊙：25 幻和组：1、3R+1⊙₁=S 2、四象限：$2⊙_2+3⊙_1+1⊙_1=S$ $4⊙_6+1⊙_1=S$

编制步法：1、始步与4m+1相同。一轮循环近似数48、52。5、6在辅轴内与4、3相续。7、8、9、10与始步同步同向，11、12虽变步变逆向，但12与10要换位，互补数同步，才能使 $4⊙_6+1⊙_1=S$。近似数47、49、51、52。

2、3⊙始步、变步与4m+1相同，互补数同步，二轮循环。2⊙则要换位，21、23、22、24X轴对称，互补数同步。四象限 $2⊙_2+3⊙_1+1⊙_1=S$ 才能成立。2⊙、3⊙近似数与4⊙各象限相同。

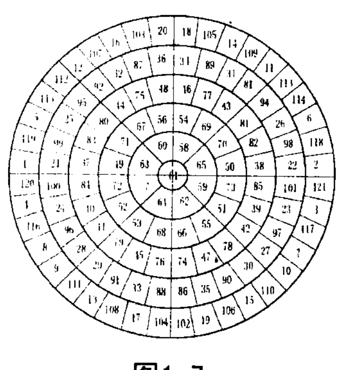


图1-7

说明：若不换位不变向则会出现相相邻两数和是50。50是互补数，它不能出现在X、Y轴同侧，又是

幻圆基本要素不能变，换位、变向近似数与互补差 1、2、3 不变。

图 1-7　m=2　n=11　R=122　S=671　∽：123、124>R>120、121 取数：1-121、$1\odot$：61 幻和组：1、$5R+1\odot_1=S$ 2、四象限：$2\odot_2+5\odot_8+1\odot_1=S$　$3\odot_1+4\odot_6+1\odot_1=S$　$6\odot_{10}+1\odot_1=S$

编制步法：1、始步 $6\odot$ 小数 1-8 二轮循环，互补数同步，近似数 X 轴上 120、下 124。9、10 相续 8、7 邻格，变步变逆时针向一轮循环，互补数同步，再变数不变步、不变向二轮循环，互补数同步。X 轴下变奇数、X 轴上变偶数。二轮循环近似数奇数序相续 121、偶数序相续 123。辅轴两侧近似数 124、120。两侧另 8 数四对近似数 120、123，124、121 各居上下，与 61 构成规范的幻和。

2、$5\odot$ 始步与 $6\odot$ 相同，互补数同步，二轮循环，近似数 120、124。后小数相续在辅轴内外，互补数同步。一轮循环后变数，下奇上偶序相续一轮循环，互补数同步。近似数奇序 121、偶序 123。

3、$4\odot$ 始步近似数 120、124 一轮顺循环，互补数同步。后小数相续变步变向变近似数 120、124 一轮循环再变奇、偶数相续，近似数 123、121 一轮循环。$3\odot$ 小数顺向相续在辅轴两侧、变数各一轮循环。近似数辅轴内 120、124，辅轴外 123、121。（ ）近似数 1、2 象限必须 123，3、4 象限必须 121。奇、偶相续一轮循环，互补数同步。这样四象限 $2\odot_2+5\odot_4+1\odot_1=S$　$3\odot_1+4\odot_6+1\odot_1=S$ 构成规范的幻和。

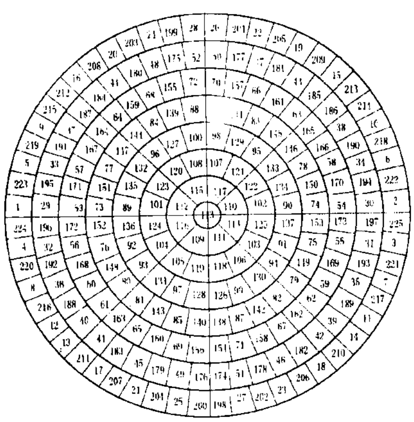


图1-8

图 1-8　m=3　n=15　R 226　S=1695　∽：224、225<R<227、228 取数：1-225　$1\odot$：113 幻和组：1、$7R+1\odot_1=S$　2、四象限：$2\odot_2+7\odot_{12}+1\odot_1=S$　$3\odot_1+6\odot_{10}+1\odot_1=S$　$4\odot_6+5\odot_5+1\odot_1=S$　$8\odot_{11}+1\odot_1=S$ 。

15 阶幻圆与 11 阶编制相同。由外圆向内圆，从小数 1 起，大数互补同步，先顺时针向循环，后逆时针向循环。当四象限位数是单偶时，小数相续在辅轴内侧，变步变向变近似数二轮、一轮循环后，变奇

续奇、偶续偶，互补数同步二轮一轮循环。四象限位数是双偶数时，小数相续在辅轴两侧，仍是二轮、一轮循环后，变奇续奇、偶续偶，互补数同步。1、2象限幻和组近似数依次是 3 对 224、2 对 228、2 对 227，3、4 象限则是 3 对 228、2 对 224、2 对 225。225 是奇数相续与偶数合成，227 是偶数相续与奇数合成。

n=4m+3 阶幻圆编制（7 阶特例），因幻和位在四象限单偶位数，两对近似数与 $1\odot_1$ 是无法组合幻和的。在大于、小于互补数 2 的两对近似数后，必须用大于小于互补数 1 的近似数的组才能成立。这就是先变奇数序相续、后变偶数序相续不变向循环。奇偶分序相续，近似数><互补数 1 概念，用 4 对近似数是近似数><互补数 1 而得出的。

奇数阶 4m+1、4m+3 幻圆特征：1、由外圆向内圆、小数始步、大数互补，大小数互补两段与各圆位呼应，没有越位数。2、小数始步循环大数同步互补，小数顺向、大数逆向。反之亦然。3、小数、大数相续，四象限位数是单偶时在辅轴内、双偶时在辅轴两侧。4、由连续数序变先奇后偶循环，一轮循环而生变数概念。

第二章　偶数阶幻圆

偶数阶幻圆图辅轴位填有实数。辅轴为制图方便而设的虚轴。偶数阶幻圆编制仍分双轴组合法与近似互补法。

一、偶数阶双轴组合幻圆

偶数阶双轴组合与奇数阶有两点区别：1、$1\odot$先不定数。2、外圆四象限（n-1）个数与 Y 轴左右一数组合幻和组。双轴四象限位组合方式相同。

图 2-1　8 阶双轴组合 R=65　S=260，幻和组：1、4R=S 2、半圆：X 轴上下 $2\odot_6+1\odot2$ =S

四象限：　$2\odot_3+3\odot_5$=S　$4\odot_7$+Y 轴左右 1 数=S

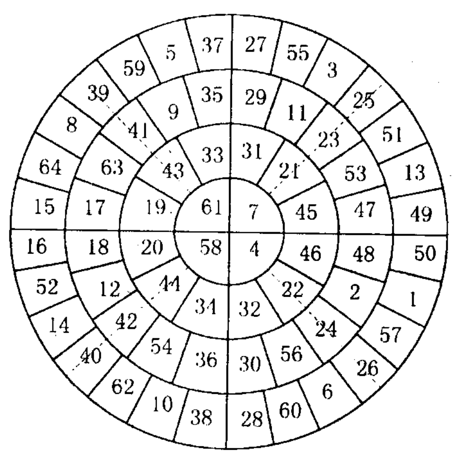


图2-1

编制方法：1、双轴位取 15-50 数段 18 对互补数。始步从 X 轴外圆左段上

奇（15）下偶（16）序数向内圆，到2⊙转Y轴右辅轴2⊙，奇偶数相续到4⊙；再转到Y轴右4⊙，仍奇、偶相续到2⊙。然后填各数互补数。双轴位奇、偶数分别在上下半圆。

2、四象限依据每象限2⊙$_{3}$+3⊙$_{5}$+S 4⊙$_{7}$+Y轴左右一数与双轴位数的差，以1-14与64-51互补数，列表依位配对定数。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
64	63	62	61	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51

1象限取2对64、1对58填3⊙、4⊙，2象限取2对72、1对64填3⊙、4⊙后，各幻和规范。7、61一对填1⊙X轴上，3、4象限各填互补数，这样四象限半圆各幻和组幻和规范。全数图没有重复、没有遗漏，同圆对顶位互补数准确，是规范的偶阶双轴式幻圆。

12阶双轴组合段位相应式幻图

图2-2　12阶双轴组合不定心式幻圆编制步法与8阶相同。（列表配对略）不同点是四象限位数的布局，6⊙几个数的换位。四象限从3⊙到6⊙，各数段在各圆，没有越位，段位相应。

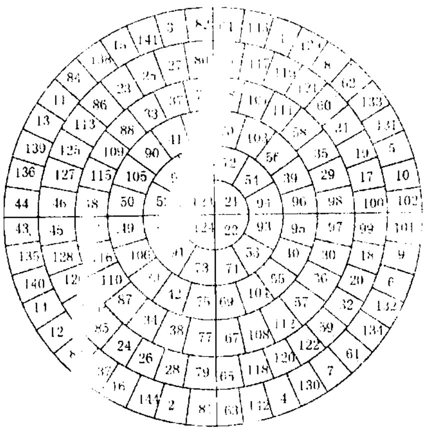


图2-2

值得一提的是幻圆数图的奇妙美，奇：Y轴对称位两奇数和144、两偶数和146，与互补数145成序数列，一奇；X轴对称位两数都是序数（1、4、141、144因换位）二奇；X轴上下双轴夹角内，偶夹奇、奇夹偶，1⊙上奇下偶，仍能组成规范的圆内幻和，三奇。大小数分别置于一夹角内谓之美。6⊙、135、136、1、3换位（互补数同步）135、136与9、10奇偶对称两数和144、146不变；1、143、3、141原来对称位和144，换位后两数和144成两组对称谓之妙，（不换位幻和不准确）换位后，6⊙上半圆都是两偶数夹三奇数下半圆两奇数夹三偶数，也可谓之美。纵观整幻圆数图，有规有序的互补、序续、三角扇形可谓和谐的对称美。此幻圆的特征尽显在奇妙美中。

二、偶数阶近似数幻圆

用近似数编制偶数阶幻圆数图分 4m、4m+2（m≥1）两类。4m 用两对近似数、4m+2 用 4 对近似数（6 阶特例用 6 对近似数）可编制成幻和规范的偶数阶幻圆。

4m 阶近似数幻圆

图 2-3　m=1　n=4　R=17　S=34　∽：15、19 取数 1-16 幻和组：1、2R=S　2、全圆 $1\odot_1$=S 四象限：$1\odot_1+2\odot_3$=S

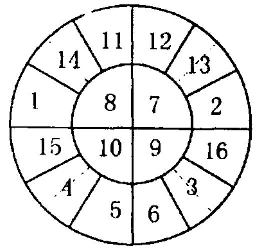


图2-3

编制步法：1、从 $2\odot$ 始步与 4m+1 相同从 1 起 4 个小数（互补数同步）顺时针向一循环。近似数 X 轴上 15、下 19。2、5 相续 4 邻格变步连同 $1\odot$5-8（互补数同步）逆时针向一循环。近似数 Y 轴左右上 19、下 15。二轮循环 16 个数填满幻圆。各幻和组是规范幻和。

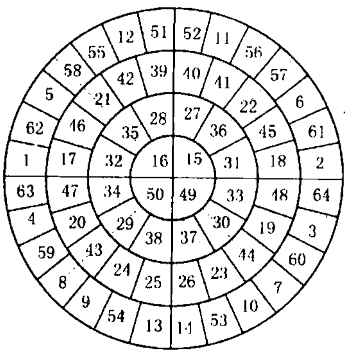


图2-4

图 2-4　m=2　n=8　R=65　S=260　∽：63、67 幻和组：（1）4R=S　（2）半圆 Y 轴左右 $2\odot_6+1\odot_2$=S 四象限：$1\odot_1+4\odot_7$=S　$2\odot_3+3\odot_5$=S

编制步法：1、从外圆 X 轴上始步，1-4、5-8（互补数同步）顺时针向二轮循环。近似数 X 轴上下 63、67。2、9-16（互补数同步）9 相续 8 邻格，变步变逆时针向，二轮向循环并跨步至 $1\odot$。近似数 X 轴上下 67、63（Y 轴左右）$1\odot$与 $4\odot$两数合成近似数。2、17-32 从 $3\odot$x 轴上始步（互补数同步），顺时针向二轮循环，25、26 续填 24、23 邻格，变逆时针向并跨步到 $2\odot$二轮循环。近似数顺向 x 轴上 63 下 67 逆向 x 轴上 67 下 63。小数始步大数互补。填满全幻圆圆内幻和，圆上幻和是规范幻和。

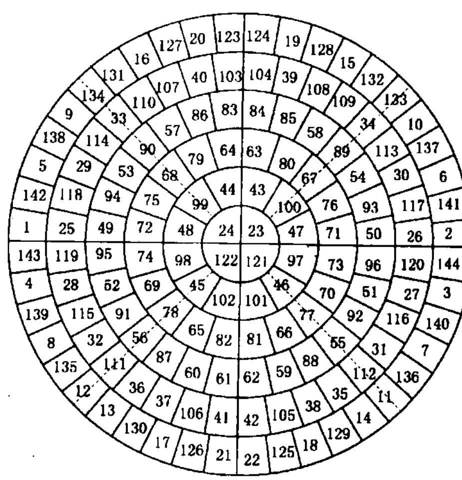


图2-5

9 相续 8 邻格，Y 轴右又变数为 11。跨步到 1⊙是两偶数 10、12（各互补数同步），幻和组 $1\odot_1+3\odot_5=S$ 却成立。（2）13-16 与始步相同，同上下序（互补数同步），17、18 又变步为 Y 轴左右，19、20 互补数同步。6 个近似数尽现在 2⊙，但 X 轴上下 2⊙6 数却等于幻和。

小小 6 阶幻、频频变花样，6 组幻和数，6 对近似数，又生奇（9、11）偶（10、12）序续。漫道豫章之小，已具梁栋之观。

（前面的奇、偶分别相序续是从 6 阶而来的）。

图 2-7　m=2　n=10　R=101　S=505

∽：103、102>R>100、99 幻和组：（1）5R=S（2）半圆 X 轴上下 $3\odot_{10}=S$ 四象限 $1\odot_1+5\odot_9=S$　$2\odot_3+4\odot_7=S$.

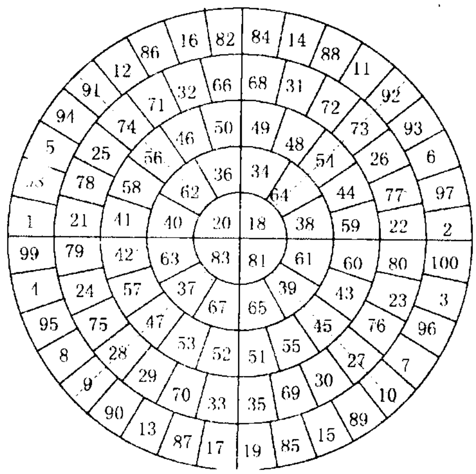


图2-7

编制步法：（1）5⊙始步与前相同 1-8 顺时针向两轮循环（互补数同步）。从 9 相续 8 起变步变顺时针向一轮循环，近似数 99、103 换位。（2）第 4、5 轮循环变数不变步不变向。小数先奇后偶相序续循环。（互补数则偶奇同步），近似数 100、102，两轮循环，到 Y 轴则跨步到 1⊙填 18、20。1、2 象限近似数两对 99、一对 103、两对 102。3、4 象限近似数互补两对 103、一对 99、两对 100。（3）四象限 $4\odot_7+2\odot_3=S$ 填法与（1）、（2）始步、变步、变数、近似数相同，（4）3⊙ X 轴上下 10 数和要等于幻和，就要与 5⊙近似数相同。始步数序向变 X 轴对称，逆时针向一轮循环，近似数 99、103。一轮循环后变步顺时针向，变数 45、47 相序续 43 邻格及 Y 轴对称位，46、48 在 X 轴上，互补数同步。50、49（99）填左右，互补数 51、52 同步，这样 X 轴上近似数两对 99、两对 102、一对 103，与 5⊙1、2 象限近似相同，X 轴上下近似互补，与 3、4 象限相同，x 轴上下 $3\odot_{10}=S$。圆内幻和规范，圆上幻和 5R=S 自然规范。

奇偶数各相序续循环、各合成近似数，这是变数的概念。

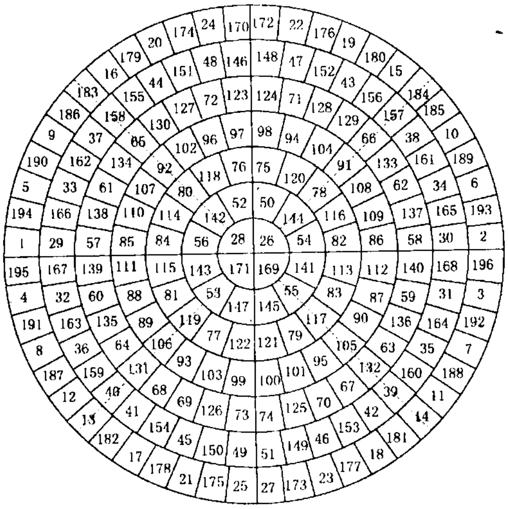


图2-8

图 2-8 m=3 n=14 R=197

S=1379 ∽：199、198>R>196、195

幻和组：1、7R=S 2、半圆 X 轴上下 4$\odot_{14}$ =S 四象限：1$\odot_1$+7$\odot_{13}$ =S 2$\odot_3$+6$\odot_{11}$ =S 3$\odot_5$+5$\odot_9$ =S。

14 阶幻圆与 10 阶幻圆编制法相同，四象限幻和组近似数 195、199 从 X 轴左 7⊙、6⊙、5⊙、1、29、57 同时始步，4 小数一循环，互补数同步，三轮循环。三轮循环后，小数 13 相续 12、41 相续 40、69 相续 68 变步变数序向不变近似数（195、197）换位二轮逆时针向循环。二轮循环后，变数不变步，变近似数，7⊙、6⊙、5⊙填数到 Y 轴跨步到 1⊙、2⊙、3⊙，近似数 196、198 二轮循环，四象限幻和组都成立。4⊙自成体系近似数 195、199 一轮循环，变步变数序向 199、195 一轮循环，变数奇、偶分相续不变步、不变向近似数 196、198 一轮循环。97、98（和 195）填 X 轴上 Y 轴左右，互补数 99、100（和 199）同步。这样 X 轴上近似数 3 对 195、2 对 199、2 对 198，X 轴下则 3 对 199、2 对 195、2 对 196。半圆 x 轴上下 4$\odot_{11}$ =S。同样圆内幻和圆上幻和都是规范幻和。

三、偶数阶准近似数与近似数幻圆

准近似数是幻圆数图中近似数值大于、小于互补数 4 以上的近似数。

准近似数辅轴式幻圆

准近似辅轴式是先用中心数段填辅轴位而称辅轴式。图 2-9、10 8 阶、10 阶幻圆互补数、幻和、幻和组、近似数与同阶幻圆相同不变。准近似数出现在四象限圆内幻和组合成内。

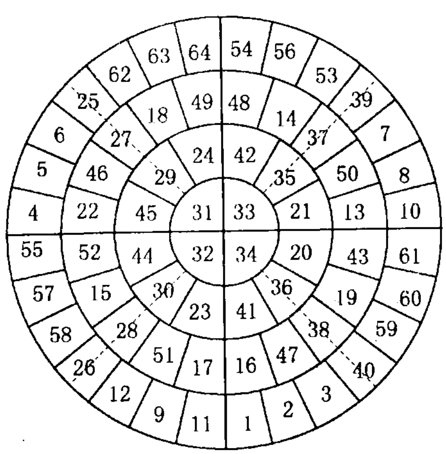


图2-9