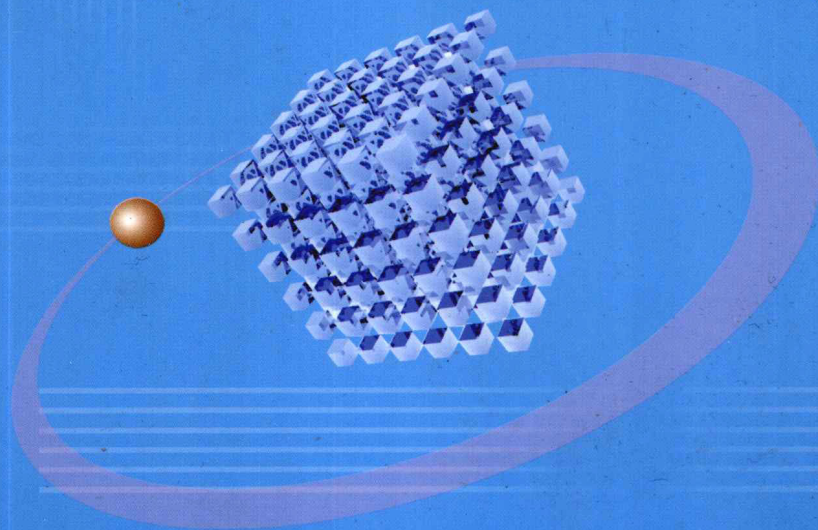


应用型本科理工类基础课程规划教材

大学物理实验

王殿元 主编

(第2版)



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

应用型本科理工类基础课程规划教材

大学物理实验

(第2版)

主 编	王殿元		
副主编	谢卫军	魏健宁	罗江龙
	余剑敏	聂映中	
编 者	钟健松	江长双	李 杰
	刘志强	陈振华	

北京邮电大学出版社

·北京·

内 容 提 要

本书是在九江学院大学物理实验教学实践及本书第一版的基础上编写而成的。本书体系按基础性实验、综合提高实验组织教学内容。内容主要包括误差和数据处理的基本知识以及涉及力学、热学、电磁学、光学、近代物理等方面共 37 个实验。本书在介绍实验基本原理与实验方法、实验内容与步骤时,力求繁简适当、通俗易懂,在部分实验的附录中还介绍了许多物理学家,以及与实验相关的技术发展、最新成果和展望,希望激发学生的学习兴趣,并能适应不同层次学校教学的需求,具有较强的可读性和实用性。

本书可作为高等学校理工科本科生的大学物理实验课程的教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/王殿元主编. —2 版. —北京:北京邮电大学出版社,2008.4

ISBN 978-7-5635-1676-6

I. 大… II. ①王… III. 物理学—实验—高等学校—教材 IV. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 027367 号

书 名: 大学物理实验(第 2 版)

作 者: 王殿元

责任编辑: 王晓丹

出版发行: 北京邮电大学出版社

社 址: 北京市海淀区西土城路 10 号(邮编:100876)

发 行 部: 电话: 010-62282185 传真: 010-62283578

E-mail: publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京忠信诚胶印厂

开 本: 787 mm×960 mm 1/16

印 张: 22.25

字 数: 482 千字

版 次: 2008 年 7 月第 2 版 2008 年 7 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-1676-6

定 价: 34.00 元

• 如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系 •

前言

物理实验在物理学的建立和发展中一直起着十分重要的作用,而且它又有自身的特点和一套实验知识、实验方法、实验仪器的使用等独特的内容,所以在高等学校开设大学物理理论课的同时,往往还开设一定量的大学物理实验课。通过“大学物理实验”这门课的学习,可以使学生会一些基本的实验方法、基本仪器的使用方法和基本的数据处理方法,力求使学生得到规范化的实验方法训练,养成良好的实验习惯,独立完成实验,在实验能力和实验素养等方面得到严格的、良好的培养,以期为后续的实验课乃至今后的科学技术工作打下坚实的基础。

本书是在九江学院《大学物理实验》讲义及第一版的基础上,吸取了目前高校物理实验的一些新实验、新思想,结合我校实验教学改革的实际情况改编而成的。原讲义是由担任该课的杨锋涛、项元江、李庆容等教师起草完成后,在使用过程中又经过了梁通、宋艳玲、常章用、张玉霞、刘志强、尹丽琴、江长双、王庆凯、吴杏华、曾玮、李杰、黄亦斌、王殿元等任课教师的补充和完善,因此它是原九江学院物理教研室众多实验任课教师集体劳动的成果。本书在第一版《大学物理实验》的基础上作了如下修订:①增删了一部分实验项目;②对保留的实验项目中少数叙述不明确或不够恰当的地方作了改正。实验教学需要由实验教师和实验技术人员组成一个协作团体共同承担教学任务,它是一项集体事业,是一项需要讲责任、讲精神、讲奉献的事业。本书的编写是众多教师共同努力的成果,是集体智慧的结晶。本次的参编者列述有:余剑敏、钟健松、江长双、李杰、刘志强、陈振华等老师,由王殿元、余剑敏负责统稿和定稿。本书的完成还要特别感谢魏健宁、聂映中、罗江龙、李庆容、宋艳玲、邹俊生、李木花、常章用、黄天成、余傲秋等老师,感谢他们在物理实验教学与物理实验室建设中付出了艰辛的劳动和提出了很多宝贵的建议。

在本书的编写过程中,九江学院实验中心的领导和老师给编者提供了很大的便利,在此,我们谨对所有对本书作过贡献的同志表示衷心的感谢,编者也参阅了兄弟院校的大学物理实验教材,在此一并致谢。同时,由于编者知识水平和教学经验所限,再加上本书是由多人参加编写而成,各人风格不尽相同,在整合上难以统一,书中难免存在不妥之处,望读者加以指正,以便本书的进一步完善与提高。

编 者

2007 年 12 月

目 录

绪论	1
0.1 引 言	1
0.2 测量误差及数据处理基本知识	3
0.2.1 测量误差的基本知识	3
0.2.2 有效数字处理基本知识	13
0.2.3 实验数据的处理方法	15
思考题	19

上篇 基础性实验

实验 1 基本测量	25
实验 2 动量守恒定律的验证	32
实验 3 机械能守恒定律的验证	41
实验 4 拉伸法测金属丝的杨氏模量	44
实验 5 刚体转动惯量的测量	54
实验 6 液体粘滞系数的测定	61
实验 7 液体表面张力系数的测量	67
实验 8 空气比热容比的测定	72
实验 9 液晶电光效应特性研究	78
实验 10 示波器的使用	84
实验 11 偏振光的观测与研究	94

实验 12	用牛顿环测透镜的曲率半径	101
实验 13	光速的测量	109
实验 14	显微镜放大率和孔径数的测定	115
实验 15	用旋光仪测旋光性溶液的浓度	121
实验 16	PN 结的伏安特性与温度特性测量	128
实验 17	霍耳效应研究	136

下篇 综合提高实验

实验 18	光电效应及普朗克常数的测量	147
实验 19	分光计	155
实验 19.1	分光计的调整和三棱镜顶角的测定	158
实验 19.2	测定三棱镜折射率	161
实验 19.3	用分光计和透射光栅测光波波长	164
实验 20	迈克尔逊干涉仪测激光波长	167
实验 21	光敏二极管特性和数字照度计的设计	176
实验 22	温度传感器特性的测量和数字温度计设计	181
实验 23	不良导体导热系数的测定	186
实验 24	用板式电位差计测量电池的电动势	192
实验 25	金属线膨胀系数的测量	198
实验 26	单缝衍射的研究	204
实验 27	声速测量(超声)	211
实验 28	磁化曲线与磁滞回线的研究	216
实验 29	电子和场	222
实验 29.1	电子在横向电场作用下的电偏转	222
实验 29.2	电子在横向磁场作用下的运动(磁偏转)	225
实验 29.3	真空二极管中电子的运动规律	227
实验 30	塞曼效应实验	231
实验 31	超声波探伤与测厚	241
实验 32	硅太阳能电池基本特性研究	251

实验 33 密立根油滴实验	256
实验 34 弗兰克-赫兹实验	264
实验 35 全息照相	271
实验 36 物理仿真实验	278
实验 36.1 测螺线管磁场	279
实验 36.2 G-M 计数管坪特性的研究	285
实验 36.3 用闪烁谱仪测 γ 射线能谱	292
实验 36.4 光学设计实验	302
附录 1 基本物理常数表	310
附录 2 1901-2007 年诺贝尔物理学奖获得者一览表	316
附录 3 中华人民共和国法定计量单位	330
附录 4 常用物理常数表	333
参考文献	346

绪 论

0.1 引 言

物理学是研究物质的基本结构、相互作用和物质最基本、最普遍的运动形式及其规律的学科。物理学按研究方法可分为理论物理和实验物理两大分支。理论物理是从一系列基本原理出发,经过数学的推演得出结果,并将结果与观测和实验相比较,从而达到理解现象、预测未知的目的。实验物理是以观测和实验为手段来发现新的物理规律,验证理论结论,同时也为理论物理提供新的研究课题。因此,物理实验是研究自然规律的最基本的手段,是物理理论的源泉。

物理学从本质上说是一门实验科学。在 20 世纪 50 年代以前,世界各国对物理实验课的作用的认识还停留在“物理实验课程是物理课程教学的一个环节”上,直到 20 世纪 60 年代,人们逐渐认识到了科学实验在尖端技术发展中的地位,从而明确地提出了“加强基础理论教学与加强基础实验教学并重”的观点,于是从此物理实验教学开始脱离物理理论教学而单独开设,并从实验课程的特有规律出发强调实验方法、实验素质的训练。历史表明,在物理学的建立和发展过程中,物理实验一直起着重要的作用,并且在今后探索和开拓新的科技领域中,物理实验仍然是强有力的工具。在高等理工院校,物理实验课是学生进入大学后受到系统实验方法和实验技能训练的开端,是理工类专业对学生实验训练的重要基础,是大学生学习或从事科学实验的起步。因此,国家教育部把物理实验列为理工院校培养大学生进行科学实验基本训练的一门独立的、重要的必修课程。所以,学好物理实验对于高等理工院校的学生来说是十分重要的。

1. 物理实验课程的任务

1987 年国家教委颁布的《高等工业学校物理实验课教学的基本要求》,1995 年经修订后,重新颁布了《高等学校工科本科物理实验课程教学基本要求》,明确了本课程的教学任务是:使学生在中学物理实验的基础上,按照循序渐进的原则,学习物理实验知识和方法,得到实验技能的训练,从而初步了解科学实验的主要过程和基本方法,为今后的学习和工作奠定良好的实验基础。其具体任务是:

(1) 通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量,学习物理实验知识,加深对物理学原理的理解。

(2) 培养和提高学生的科学实验能力。包括以下 5 点。

- 能够通过阅读实验教材或资料,做好实验前的准备;
- 能够借助教材或仪器说明书正确使用常用仪器;
- 能够运用物理学理论对实验现象进行初步的分析判断;
- 能够正确记录和处理实验数据,绘制曲线,说明实验结果,撰写合格的实验报告;
- 能够完成简单的具有设计性内容的实验。

(3) 培养和提高学生科学实验的作风和素养。主要是理论联系实际、实事求是的工作作风,一丝不苟、严肃认真的工作态度,积极主动的探索精神,遵守纪律、团结协作、爱护公共财物的优良品德。比如,伦琴在研究阴极射线的时候,偶然观察到阴极射线管附近的荧光板发光,正是他实事求是、一丝不苟、严肃认真的品格才使他认识到了 X 射线的存在;开普勒(Kapler)在其老师第谷大量的天文观测资料(700 多颗星体)的基础上,经过近二十多年的不懈研究、分析计算才总结出了行星三大定律。在近现代物理学研究中,如果一个物理学工作者没有高度的合作精神,他是很难取得成就的。

2. 如何上好大学物理实验课

要上好一次物理实验课,同学们应注意做好以下三方面的工作。

(1) 做好预习。这是能否顺利进行实验的关键,因此实验前必须做好预习。要求做到:

- 详细阅读有关实验内容,明确实验目的,看懂实验原理,掌握实验方法;
- 对实验仪器的性能和使用方法有初步认识,避免盲目操作,损坏仪器;
- 根据实验要求,拟定实验方案和步骤,设计好记录数据的表格,要求学生能写出一份实验预习报告。

(2) 做好实验。进入实验室,通过实验操作,对物理现象进行观察和研究,掌握实际知识,加强对理论的理解能力,提高实验技能。要求做到:

- 遵守实验室规则和秩序;
- 操作前要检查和认识实验仪器,了解仪器的性能和使用方法,做到正确使用;
- 按照实验步骤进行操作,要有条不紊;
- 测试、记录实验数据时,要认真、仔细、实事求是,不编造实验数据。将测量数据认真地填写在预习时已准备好的记录表格上,计算出必要的结果。实验完成后,将实验数据交由任课教师检查确认并签字,在得知数据合格有效后,方可拆开线路或整理仪器;
- 实验完毕,整理仪器,保持清洁。

(3) 写好实验报告。实验报告是对实验的全面总结。要认真细致地对实验数据做出整理和计算,在对结果加以分析总结的基础上,写出清楚而简明的实验报告。实验报告除了姓名、指导教师姓名和实验时间外,一般要求有如下几方面的内容。

- 实验名称:所做实验的名称;

- 实验目的:完成本实验应达到的基本要求;
- 实验仪器:所用仪器的名称和型号;
- 实验原理:简述原理,包括简单的公式推导,原理图或电路图;
- 实验内容和步骤;
- 数据记录及处理:数据要填入表格内,记录实验时的环境条件,如室温、气压等,有必要的计算过程、实验曲线(必须用坐标纸做图),写出结果的标准形式和误差或不确定度;
- 问题讨论:结果的分析、讨论、总结,完成课后讨论题。

这份实验报告应使别人看了以后能了解你的工作成果和达到的水平。另外还需要强调的一点是,数据处理是分析实验结果的必要手段,而且是判断你的实验是否成功所必须做的一项工作。有许多同学总认为把实验数据测出来就完了,这是不对的。同时处理数据时一定要注意实验误差和有效数字的问题。

3. 实验室规则

(1) 学生实验前必须认真预习实验内容,明确实验目的、原理、方法和步骤,进入实验室需带上预习实验报告,准备接受指导教师提问,经教师检查同意方可进行实验。没有预习或提问不合格者,须重新预习,方可进行实验。

(2) 学生必须按规定的时间参加实验课,进入实验室必须遵守课堂纪律,保持安静的实验环境,遵守实验室各项规章制度,严禁高声喧哗、吸烟、随地吐痰或吃零食,不得随意动用与本实验无关的仪器。

(3) 实验准备就绪后,须经指导教师检查同意,方可进行实验。实验中应严格遵守仪器设备操作规程,认真观察和分析现象,如实记录实验数据,独立分析实验结果,认真完成实验报告,不得抄袭他人实验结果。

(4) 实验中要爱护实验仪器设备,注意安全,节约水、电、药品、试剂、元件等消耗材料,凡违反操作规程或不听从指挥而造成事故、损坏仪器设备者,必须写出书面检查,并按有关规定赔偿损失。

(5) 做完实验后学生应将仪器整理还原,将桌面和凳子收拾整齐。经教师审查测量数据和仪器还原情况并签字后,方可以离开实验室。

(6) 应按实验要求及时、认真完成实验报告。凡实验报告不符合要求者,须重做,实验成绩考核不及格者,不能参加本门课程考核或考试。

0.2 测量误差及数据处理基本知识

0.2.1 测量误差的基本知识

物理实验是以测量为基础的。由于测量仪器、测量方法、测量条件、测量人员等因素

的影响,对一物理量的测量不可能无限准确,测量结果与客观的真值之间总有一定差异。没有掌握测量误差的基本知识,就不能获得规范的测量值;不会计算结果的不确定度就不能正确表达和评价测量结果;不会处理数据或处理数据不当,就难以找到实验数据隐含的规律。

本章从实验教学的角度介绍了误差和不确定度的基本概念、测量结果不确定度的计算、实验数据处理和结果表达等知识。由于这些内容涉及面较广,深入讨论需要丰富的实践经验和一些高等数学知识,所以不可能通过一两次学习就完全掌握。要求实验者首先掌握基本的概念,然后结合每一个具体实验仔细阅读有关内容,处理获得的实验数据,养成良好的习惯。

1. 误差

误差存在于一切测量的始终。测量误差就是测量结果与被测量的真值(或约定真值)之间的误差。测量误差可用于绝对误差表示,也可用相对误差表示。

绝对误差 = 测量结果 - 被测量的真值

$$\text{相对误差} = \frac{\text{测量的绝对误差}}{\text{被测量的真值}} \times 100\%$$

被测量的真值其实是一个理想的概念。对测量者来说,真值一般是不知道的。因此实际测量中常用被测量的实际值或已修正过的算术平均值来代替真值,称为约定真值。

测量误差主要分为系统误差和随机误差两类。由于系统误差与随机误差的性质和来源不同,因此处理它们的方法也不相同。

(1) 系统误差及其来源

在同一条件下(指同一方法、仪器、环境、观察者)多次测量同一量时,绝对值和符号保持不变,或在条件改变时按一定规律变化的误差,其来源有:

① 仪器误差

仪器误差,即由仪器、实验装置引起的误差,如零点不对,仪器未经校准、安装不正确、元件老化等。如秒表测单摆周期,表自身就走得慢,测得的时间 t 肯定偏小,多次重复测量也无济于事。又如测定冰的溶解热,若从冰水中取冰,即使用毛巾擦去冰表面的水,所测结果也一定偏小。因为此时冰块的内部已含有大量的水泡,冰溶解热的数值是水比热容数值的几十倍。

② 方法(理论)误差

方法(理论)误差,即测量所依据公式自身的近似性,或实验条件达不到公式所规定的要求,或测量方法所引起误差。如单摆周期公式 $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ 成立条件是摆角应趋于零。实验时当摆角超过 5° ,或周期测量的计时不选在小球过平衡位置,而选在振幅处(空气阻

尼,摆振幅在不断减少)等。

③ 环境误差

环境误差,即由于环境影响而产生的误差。如室温的逐渐升高,外界电磁场的干扰,外界的振动等。

综上所述,对系统误差我们必须采取一定方法尽力消除它的影响,或对结果进行修正。发现系统误差的存在,弄清其产生的原因,消除或减小其影响,这反映的是物理实验者的基本素质。

(2) 随机误差(偶然误差)及其分布规律

① 随机误差

相同条件下重复测量同一量,由于各种偶然因素的影响,使得测量值随机变化,这种因随机变化而引起的误差称为随机误差(偶然误差)。如读数的上下涨落、环境温度的起伏、气流的扰动等因素影响,使得测量结果的量值无规则地弥散在一定地范围内。随机误差的存在,使每次测量值可能偏大或偏小,不能确定。随机误差是不能消除的。然而数理统计学与计量学的研究表明,随机误差的分布却服从一定的统计规律。

② 随机误差的正态分布规律

当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时,随机误差服从正态分布(高斯分布)规律。标准化正态分布曲线如图 0-1 所示。图中 x 代表某一物理量的实测值, $p(x)$ 为测量值的概率密度,其中

$$p(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \quad (0-1)$$

$$\bar{x} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum x}{n} \quad (0-2)$$

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} \quad (0-3)$$

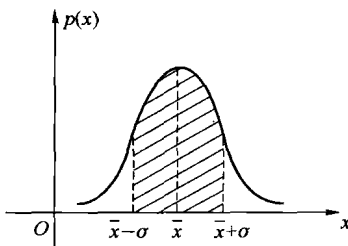


图 0-1 正态分布曲线

若取图 0-1 中曲线与 x 轴所围面积为 1,则介于横坐标任意两点间的部分面积的大小可用来表示随机误差在相应区间出现的概率。如图 0-1 中阴影部分 $(\bar{x}-\sigma)$ 到 $(\bar{x}+\sigma)$ 之间

的面积由给定的定积分可算出其值是 0.683, 即测量值落在 $(\bar{x}-\sigma)$ 到 $(\bar{x}+\sigma)$ 区间的概率为 68.3%。如果将区间扩大到 $(\bar{x}-2\sigma, \bar{x}+2\sigma)$, 则 x 值落在该区间概率可提高到 95.4%。 x 落在 $(\bar{x}-3\sigma, \bar{x}+3\sigma)$ 区间概率为 99.7%。

σ 为曲线拐点处的横坐标与 $\bar{x}$ 之差, 它是表征测量值分散性的重要参数, 称为正态分布的标准偏差。从正态分布曲线可看出: 测量值在 $\bar{x}$ 处出现的概率密度最大; 误差较小的数据比误差较大的数据出现的概率大; 绝对误差很大的数据出现的概率几乎等于零。

服从正态分布的随机误差有如下特征。

- 单峰性: 绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大。
- 对称性: 绝对值相等的正误差和负误差出现的概率相等。
- 有界性: 绝对值很大的误差出现的概率近于零。
- 抵偿性: 随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而趋近于零。

(3) 过失误差

过失误差, 即由于粗枝大叶、过度疲劳或操作不正确, 使测量值明显歪曲测量结果的误差。正确的测量结果是不应当含有过失误差, 这些坏值应当剔除。

从以上分析误差的来源表明: 测量中应当避免或不允许过失误差的出现; 限制或消除系统误差; 正确地计算随机误差, 并估算其范围; 对测量结果给出正确、合适的评价。

(4) 以算术平均值代替测量结果

在测量仪器、方法、人员、环境相同情况下对同一物理量进行重复测量, 所得测量值应具有相同精度, 即它们都具有相同的可信赖程度, 这种测量称等精度测量。

设对一物理量进行了 n 次等精度测量, 在无明显系统误差情况, 这一系列测量值的最佳估计值依最小二乘法原理应是能使各次测量值与该值之差的平方和最小。

设测量真值的最佳估计为 x , 故差值的平方和为

$$F(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - x)^2 \quad (0-4)$$

使它最小, 则它对 x 的导数应为零, 即

$$\frac{dF(x)}{dx} = -2 \sum_{i=1}^n (x_i - x) = 0$$

得

$$x = \frac{1}{n} \sum x_i = \bar{x} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (0-5)$$

表明: 当系统误差已被消除时, 测量值的平均值可作为被测量真值的最佳估计, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 平均值趋近于真值。

【例 1】 某一长度测量 10 次, 结果如下:

$x_i = 63.57 \text{ cm}, 63.58 \text{ cm}, 63.55 \text{ cm}, 63.56 \text{ cm}, 63.56 \text{ cm}, 63.59 \text{ cm}, 63.55 \text{ cm},$

63.54 cm, 63.57 cm, 63.57 cm, 求测量结果。

解:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i \\ &= \frac{1}{10} \times (63.57 + 63.58 + 63.55 + 63.56 + 63.56 + 63.59 + 63.55 + 63.54 + 63.57 + 63.57) \\ &= 63.56 \text{ cm}\end{aligned}$$

(5) 随机误差的处理

对直接测量或间接测量通常用标准偏差表示其测量误差。

① 单次测量的标准偏差估计

有些实验处在被动测量中,不允许进行重复测量,或者在间接测量中一些直接测量对最后结果影响很小,可能只对被测物测一次。对于只测一次的物理量,其误差应根据仪器的质量、等级、实验方法等实际情况进行合理估计。通常取仪器最小分度值 $\Delta_{\text{仪}}/\sqrt{3}$ 作为其标准偏差估计,为简单计也可取算术平均差 $\Delta_{\text{仪}}/2$ 作误差估计。如米尺测单摆长度,米尺的最小刻度1 mm,现测量摆上、下端读数误差各取0.5 mm,则摆长的测量误差估算为1 mm。又如停表测时间启动和停止人的反应速度最大为0.2 s,现可估算启动与制动各有0.1 s误差,则一次测时的误差是0.2 s(如用数字表测量误差估计参见附录)。

② 多次测量的标准偏差估计

有限的 n 次测量,每次测量值 x_i 与平均值 $\bar{x}$ 之差又称残差,即

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x} \quad (i=1, 2, 3, \dots, n) \quad (0-6)$$

由于残差可正、可负,所以常用“方、和、根”对多次的直接测量误差进行估计,其中单次测量标准偏差是

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (0-7)$$

上式称贝塞尔公式,而 n 次测量的平均值的标准偏差为

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (0-8)$$

即一系列测量量的标准偏差 $s_{\bar{x}}$ 是单次测量标准偏差 s 的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$,多次测量可减少随机误差的估算。

③ 间接测量的标准偏差估计

间接测量结果由直接测量数据经运算得到,显然直接测量误差必然影响间接测量的结果和误差。这一过程又称误差的传递与合成。

设间接测量式为

$$N = F(x, y, z, \dots) \quad (0-9)$$

N 为间接测量结果, $x, y, z, \dots$ 为直接测量量, 相互间独立。对上式取全微分, 有

$$dN = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy + \frac{\partial F}{\partial z} dz + \dots \quad (0-10)$$

或取对数后再微分, 有

$$\begin{aligned} \ln N &= \ln F(x, y, z, \dots) \\ \frac{dN}{N} &= \frac{\partial \ln F}{\partial x} dx + \frac{\partial \ln F}{\partial y} dy + \frac{\partial \ln F}{\partial z} dz + \dots \end{aligned} \quad (0-11)$$

当 x, y, z 有微小变化 dx, dy, dz 时, N 改变 dN 。把 dx, dy, dz 看成测量误差, 式(0-10)或(0-11)就是间接测量的误差传递公式。

由于各个独立测量量其结果的随机误差是以一定方式合成的, 如果用标准偏差代表随机误差, 可以证明, 它们的合成是“方和根”合成, 由式(0-10)及(0-11)得标准偏差传递公式

$$s_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 s_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 s_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 s_z^2 + \dots} \quad (0-12)$$

$$\frac{s_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right)^2 s_x^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right)^2 s_y^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right)^2 s_z^2 + \dots} \quad (0-13)$$

对和、差函数用式(0-12)方便; 对积、商用式(0-13)方便。

④ 误差分析应用举例

【例 2】 求圆柱体的体积 V , 现测得直径 $D \approx 0.8 \text{ cm}$, 高 $h \approx 3.2 \text{ cm}$ 。仅考虑随机误差, 如果用米尺测量得标准偏差 $s_{\text{米}} \approx 0.01 \text{ cm}$, 用游标卡尺测量标准偏差 $s_{\text{游}} \approx 0.002 \text{ cm}$, 用螺旋测微器测量得标准偏差 $s_{\text{游}} \approx 0.001 \text{ cm}$, 如果要求 $\frac{s_V}{V} \approx 0.5\%$, 应如何选用仪器?

解: 测量公式 $V = \frac{\pi}{4} D^2 h$ 为积、商函数, 选式(0-13)进行误差分析, 有

$$\frac{s_V}{V} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln V}{\partial D}\right)^2 s_D^2 + \left(\frac{\partial \ln V}{\partial h}\right)^2 s_h^2} = \sqrt{4 \left(\frac{s_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{s_h}{h}\right)^2}$$

如果 D, h 都用米尺测量, 则

$$\sqrt{4 \times \left(\frac{s_D}{D}\right)^2} \approx \sqrt{4 \times \left(\frac{1}{80}\right)^2} = 2.5\% > \frac{s_V}{V} = 0.5\%$$

这一项就超过要求, 不行。

如果 D, h 都用游标卡尺测量

$$\begin{aligned} 4 \times \left(\frac{s_D}{D}\right)^2 &\approx 4 \times \left(\frac{2}{800}\right)^2 \\ \left(\frac{s_h}{h}\right)^2 &\approx \left(\frac{2}{3200}\right)^2 \end{aligned}$$

两项比较, $\left(\frac{s_h}{h}\right)^2$ 可忽略不计, 则

$$\frac{s_v}{V} \approx \frac{2s_D}{D} = 0.5\%$$

可行。

亦可选用螺旋测微器测 D , 游标卡尺测 h , 这样可以更好地达到要求或可减少测量次数。

(6) 测量结果的不确定度评定

不确定度是表征测量结果具有分散性的一个参数, 它是被测物理量的真值在某个量值范围内的一个评定。或者说, 它表示由于测量误差的存在而对被测量值不能确定的程度。不确定度反映了可能存在的误差分布范围, 即随机误差分量和未定系统误差分量的联合分布范围。不确定度是在误差理论的基础上发展起来的。不确定度和误差是两个不同的概念, 它们有着根本的区别, 但又是相互联系的, 都是由测量过程的不完善性引起的。

应当指出, 不确定度概念的引入并不意味着误差一词须放弃使用。实际上, 误差仍可用于定性地描述理论和概念的场合。例如, 我们没有必要将误差理论改为不确定度理论, 或将误差源改为不确定度源。误差仍可按其性质分为随机误差、系统误差等。不确定度则用于给出具体数值或进行定量运算、分析的场合。例如, 在评定测量结果的准确度和计量器具的精度时, 应采用不确定度来表述, 需要给出具体数字指标的各种不确定度分析时不宜用误差分析一词代替等。还需注意, 某些术语, 如误差合成和不确定度合成, 误差分析和不确定度分析等是可以并存的, 但应了解其间的区别。在叙述误差的分析方法、合成方法和误差传递的一般原理和公式时, 可以保留原来的名称, 而在具体计算和表示计算结果时, 应改为不确定度。总之, 凡是涉及到具体数值场合均应使用不确定度来代替误差, 以避免出现将已知值赋予未知量的矛盾。不确定度与误差的关系, 可以简单归纳如下:

- 误差与不确定度是两个不同的概念

如上所述, 误差是一个理想的概念, 根据传统的误差定义, 由于真值一般是未知的, 则测量误差一般也是未知的, 是不能准确得知的。因此, 一般无法表示测量结果的误差。“标准误差”、“极限误差”等词也不是指具体的误差值, 而是用来描述误差分布的数值特征、表征和与一定置信概率相联系的误差分布范围的。不确定度则是表示由于测量误差的存在而对被测量值不能确定的程度, 反映了可能存在的误差分布范围, 表征被测量的真值所处的量值范围的评定, 所以不确定度能更准确地用于测量结果的表示。一定置信概率的不确定度是可以计算出来(或评定)的, 其值永远为正值。而误差可能为正, 可能为负, 也可能十分接近于零, 而且一般是无法计算的。因此, 可以看出误差和不确定度是两个不同的概念。

- 误差和不确定度是互相联系的

误差和不确定度都是由测量过程的不完善引起的,而且不确定度概念和体系是在现代误差理论的基础上建立和发展起来的。在估算不确定度时,用到了描述误差分布的一些特征参量,因此两者不是割裂的,也不是对立的。

依照国际标准化组织等 7 个国际组织联合发表的《测量不确定度表示指南 ISO1993(E)》的精神,对普通物理实验中完整的测量结果应给出被测量的量值 x_0 , 同时还要标出测量的不确定度 u , 将实验结果写成 $x_0 \pm u$ 形式, 这表示被测量量的真值在 $(x_0 - u, x_0 + u)$ 的范围以外的可能性很小。不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量量值所处的量值范围的评定。

① 直接测量的不确定度 u 的计算

直接测量结果的误差可能来自几个方面,其不确定度通常包含几个分量,我们可将这些分量分成 A、B 两类:A 类分量指多次重复测量用统计方法算出的分量 u_A ; B 类分量指的是用其他方法算出的分量 u_B , 它们可用“方和根”法合成,即测量结果的总不确定度为

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad (0-14)$$

1) 有限次测量的不确定度 A 类分量 u_A 的计算

实际测量,只可能是有限次,此时测量误差不完全服从正态分布规律,而是服从所谓的 t 分布。此时 A 类分量不确定度由下式给出:

$$u_A = \frac{t_p(n-1)}{\sqrt{n}} s \quad (0-15)$$

$t_p(n-1)$ 是与测量次数,置信概率 p 有关的量。当概率 p 以及测量次数 n 确定后, $t_p(n-1)$ 也就确定了。当 $p=0.95$, $t_p(n-1)/\sqrt{n}$ 的部分数据可以从表 0-1 查出。

表 0-1 t 分布值与测量次数关系

测量次数	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_p(n-1)/\sqrt{n}$	8.98	2.48	1.59	1.24	1.05	0.93	0.84	0.77	0.72

普物实验中测量次数 n 一般不大于 10, 从表 0-1 看出, 当 $5 < n \leq 10$ 时, $t_p(n-1)/\sqrt{n}$ 近似值可取 1, 这时式(0-15)简化成

$$u_A = s \quad (0-16)$$

相关计算表明, 当 $5 < n \leq 10$ 时, 做 $u_A = s$ 近似已可使被测量量的真值落在 $\bar{x} \pm s$ 范围内的概率近似或大于 0.95。

2) 有限次测量的不确定度 B 类分量的计算

B 类分量的评定, 有的依据仪器说明书, 有的依据仪器的确定度等级, 有的则粗略依据一起分度值。普物实验中通常可取一起分度值 $\Delta_{\text{仪}}$ 的 $1/\sqrt{3}$ 作为 B 类分量, 即

$$u_B = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}} \quad (0-17)$$