

Game

董保民
郭桂霞

王运通
著

COOPERATIVE GAME THEORY

Cooperative

解与成本分摊
Solutions and Cost
Sharing

合作
博弈论

Theory



中国市场出版社
China Market Press

天下风华大学精品教材系列

www.glamourpress.com

cooperative game theory

合作博弈论

解与成本分摊

董保民 王运通 郭桂霞 / 著

中国 市场 出版 社

图书在版编目 (CIP) 数据

合作博弈论/董保民, 王运通, 郭桂霞著. —北京: 中国市场出版社, 2008. 1
ISBN 978-7-5092-0279-1

I. 合... II. ①董... ②王... ③郭... III. 对策论—研究生—教材
IV. 0225

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 181916 号

书 名: 合作博弈论

作 者: 董保民 王运通 郭桂霞

责任编辑: 孙 忠

出版发行: 中国市场出版社

地 址: 北京市西城区月坛北小街 2 号院 3 号楼 (100837)

电 话: 编辑部 (010) 68033067 读者服务部 (010) 68022950

发行部 (010) 68021338 68020340 68053489

68024335 68033577 68033539

经 销: 新华书店

印 刷: 高碑店市鑫宏源印刷包装有限责任公司

规 格: 720 × 1000 毫米 1/16 16.5 印张 150 千字

版 本: 2008 年 4 月第 1 版

印 次: 2008 年 4 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5092-0279-1

定 价: 40.00 元

版权所有, 翻印必究。

前言

博弈论从一开始就分为两个分支，一是非合作博弈 (non-cooperative game)，一是合作博弈 (cooperative game)。事实上，博弈论的早期开创者们，包括纳什(John Nash)、夏普利(L. Shapley)、哈萨尼(J. C. Harsanyi)、泽尔腾(P. Selten)和奥曼(R. Aumann)等人对非合作与合作博弈均做出了奠基性贡献。后来的发展使这两个分支在不同时期受到不同程度的重视。由于20世纪后期信息经济学的发展，非合作博弈在研究不对称信息情况下市场机制的效率问题中发挥了重要的作用，从而使得非合作博弈相对于合作博弈在经济学中占据了主流地位。与之相应地，在发达国家的绝大多数大学经济学系的研究生课程中，非合作博弈是一门主要的必修课。而合作博弈的内容大多不在主要授课计划中。

然而，合作博弈并没有随着时间而消失。事实上，起源于John Nash (1950)的谈判博弈(Bargaining Game)和L. Shapley (1953)的夏普利值的公理化方法，在经济学中产生了广泛且深刻的影响。K. Arrow (1963)的不可能性定理对社会选择理论的影响，以及后来A. Gibbard (1973)和M. A. Satterthwaite (1975)对Arrow定理的重要推广，甚至包括T. Groves (1973)等人的工作，均体现了公理化方法在机制设计(Mechanism Design)中的重要应用。我们这里特别强调的公理化方法(axiomatization)是合作博弈的最基本的方法。可以说，合作博弈对经济学的贡献不仅仅是它本身丰富的内容，它的公

理化方法本身对经济学亦十分重要。我们注意到,近一二十年以来,合作博弈理论受到越来越多的重视,许多欧美主要的大学经济学系都开设了合作博弈的研究生课程。

在一开始,合作博弈事实上受到了比非合作博弈更多的重视。在冯·诺依曼(J. von Neumann)与摩根斯坦(O. Morgenstern)的博弈论奠基性著作《博弈论与经济行为》中用了大量的篇幅讨论合作博弈,而在非合作博弈中仅仅讨论了简单的零和博弈(zero-sum game)。但合作博弈在理论上的重要突破及其以后的发展在很大程度上起源于夏普利(Shapley, 1953)提出的夏普利值的解的概念及其公理化刻画。夏普利首先对主观的“公平”或“合理”等概念给予了严格的公理化描述,然后寻求是否有满足人们想要的那些公理的解。当然,如果对一个解的性质或公理要求太多,则这样的解可能不存在;另一方面,如果这些性质或公理要求得少,则又可能有许多解,即解存在但不唯一。夏普利值是一个满足三个显而易见的“公平”性质的唯一解^[1]。不仅如此,夏普利的工作具有方法论上的重要意义,他的公理化方法使我们研究讨论合作博弈中其他各种各样的解。合作博弈不仅仅在理论上具有重要意义,在实践中也十分重要。市场经济中外部性(externalities)往往会导致市场失灵(market failure),因而常常需要由政府参与来解决此类问题。公共产品(pure public good)的生产与分配就是一个例子。其他的例子包括股份制企业的利润分配、合资企业的决策权与利润分配、一个社区的财政支出及分配等等,均可由合作博弈的方法来加以讨论。

学习和研究合作博弈还具有重要的现实意义。当前中国提出构建和谐社会的设想,一个和谐社会不仅要具有建立在完善法制基础上的公平竞争机制,同时也要建立各种各样的公平合理的分配机制。而“公平”作为和谐在分配中的具体体现,需要进一步从理论上加以阐明。关于什么是“公平”,社会科学有许多论述,在中国的悠久文化中也有许多阐述。例如,早在春秋时期

^[1]见本书的第一章。

的孔子就思考过公平问题，并说“有国有家者，不患寡而患不均，不患贫而患不安”（见《论语·季氏》）。而且由此可见，儒家传统把公平放在比效率更为重要的一个层面。但是“公平”的概念与含义是随时代的发展而发展变化的。比如当生产力十分低下时（例如体力劳动为主），每个人的投入与产出都较少而相互之间差别不大，此时平均分配产出就是公平的。但是运用不当可能是非常危险的。中国历史上数不胜数的农民起义都是打着“均贫富”的口号（自北宋末年钟相、杨么起义开始）。唐末农民起义军领袖王仙芝则自称是“天补平均”大将军。到了太平天国时期，绝对平均的思想发展到了极致。太平天国的《天朝田亩制度》中进一步提出了“有田同耕，有饭同食，有衣同穿，有钱同使，无处不均匀，无人不饱满”的绝对平均的主张。史学家普遍认为这一思想对中国社会的发展产生相当大消极和负面影响，使人们只注重事后的分配结果的平均化，而不看重事前的激励以及机会、权利平等的现代公平观。古希腊哲学家亚里士多德(Aristotle)就意识到公平不是绝对平均意义上的分配，他曾经提出“equal treatment of equals, unequal treatment to unequals”，即相同的贡献（或投入）应得到相同的回报（或产出），但不同的贡献应得到不同的回报。不过，如何不同亚里士多德本人却并没有明确回答（也不可能给予回答），后人对于不同的贡献应得到如何不同的回报有许多不同的回答，仁者见仁，智者见智。例如，卢梭就认为在财产私有产权前提下，就无法实现公平（平等）。当然，这是一个极端的例子。而关于公平这个概念的复杂性，学者们是有共识的，例如萨托利就认为公平问题的复杂性简直可以称为迷宫，而且其程度要比自由的复杂性更大(Sartori,1987)。读者将会发现，事实上本书的大部分内容就是试图对于什么是“公平”、“合理”的分配加以理论分析。合作博弈的理论特别是其公理化方法提供了讨论“公平”或“合理”的分配机制的一个理论框架。

当今世界各国经济发展的不均衡在一定程度上是由于国家间的激烈竞争导致的。不仅各国内部，而且国与国之间贫富差距日益加大。产生这些差距

的一个不可忽视的原因就是不平等的贸易，特别是由不平等贸易导致的对原材料、能源等资源的不平等分配。而这些不平等分配都是由表面上看似公平的市场竞争导致的。例如，基于市场配置的有效性原理（“看不见的手”或称福利经济学第一定理），资源应该更多地被配置到它能更多地发挥其作用的地方。发达国家对于同等数量的资源投入大多具有较高的生产率（严格地说是边际生产率），那么根据在最优配置下（也是有效配置）所有国家所应拥有资源的边际生产率应相等的原理，发达国家应当占有较多的资源，即市场竞争导致了资源被发达国家更多地占有，进而进一步导致发达国家占有更多的财富。那么合作博弈理论能对上述看似平等实则不平等的问题提供哪些答案呢？我们不能保证合作博弈是解决这些问题的灵丹妙药，但我们相信合作博弈是一个截至目前为止帮助我们刻画和思考这些问题的一个最好的理论框架。比如我们应如何考虑一些经济合作组织的形成及对成员国与非成员国的利益的影响，这样的国际经济组织有许多，其中包括世界贸易组织(WTO)、欧盟(EU)、北美自由贸易区(NAFTA)及亚太经济合作组织(APEC)等。这些组织内部及其相互间的贸易竞争涉及许多利益问题，我们相信合作博弈特别是其中关于联盟形成(coalition formation)的研究可为上述问题提供有用的理论参考。

基于上述关于合作博弈在理论与实践中的需要，本书的目的是试图较深入地介绍合作博弈的基本内容及其应用，特别是费用分摊理论。本书还介绍了合作博弈其他方面的应用以及一些新的进展，其中有合作博弈在网络经济学方面的应用与发展，这些网络包括交通运输网络、通信网络、社会关系网络等。为了揭示合作博弈与非合作博弈之间深刻的内在联系，本书的最后一章介绍了合作博弈的非合作博弈基础。

第一章是合作博弈基本内容介绍，主要包括合作博弈的定义、合作博弈的若干解的概念，其中有核(Core)、稳定集(Stable Set)及最重要的夏普利值(Shapley value)等。

第二章讨论夏普利值的推广, 其中涉及加权夏普利值、分解原则(Decomposition Principle)和联盟形成问题(Coalition Formation)等内容。

第三章讨论一些特殊但有重要应用价值的合作博弈, 它们是排列博弈(Sequencing Game)与匹配博弈(Matching Game)。

第四章是关于合作博弈在网络成本分摊问题中的应用, 包括著名的最小成本生成树博弈(Minimal Cost Spanning Tree Game), 同时还介绍了其夏普利值。

第五章包括离散型成本分摊博弈(discrete cost sharing model)和连续型成本分摊博弈(continuous cost sharing model)。离散型成本分摊博弈可以看做是合作博弈的由0-1变量的情形到任意非负整数变量的推广(参考人的参与程度由一个整数来描述), 因而离散型成本分摊博弈比普通的合作博弈内容更丰富。类似地, 连续型成本分摊博弈可以被看作是合作博弈中的非原子博弈(non-atomic game) (Aumann and Shapley, 1974)。当然, 由于成本函数的特性以及参与人的需求可以是异质的(heterogeneous), 连续型成本分摊问题通常独立于非原子博弈而有自己的理论。

本书的最后一章介绍了合作博弈的非合作博弈基础, 这一章的目的是试图回答一个合作博弈首先为什么会形成(联盟形成问题), 同时也考虑参与人为什么会接受一个特定的解, 比如说夏普利值。近年来值得注意的是Jorgensen and Yeung (1999)关于微分对策的策略性让步博弈以及它在国与国间的贸易谈判中的应用。我们在书中的最后部分也加以分绍。

写作此书的念头产生于作者之一王运通于2006年在对外经贸大学国际经济贸易学院的访问。当时王运通根据他本人在加拿大温莎大学(University of Windsor)给经济学系研究生开设的一门高级微观经济学专题的课程讲义, 在对外经济贸易大学讲授了其中的部分章节。在同一时期, 董保民在对外经贸大学讲授的54学时的研究生水平博弈论课程中包含大量的合作博弈论内容。考虑到国内有关合作博弈方面的介绍有待加强, 我们决定在上述两份讲

义的基础上写作一本书，我们一致认为这是一件有意义的工作。此后，董保民和当时在对外经济贸易大学攻读硕士的研究生郭桂霞（本书作者之一，现为北京大学中国经济研究中心博士研究生）进行了讲义的系统化和规范化工作，并且增加了作者近期的有关河流网络污染成本分摊问题的研究。经过大家近一年的共同努力，使本书终于与读者见面。

本书可以作为研究生水平的博弈论教材之一，根据学时安排，可以讲授第一、二、六章或该书全部内容。本书也可以作为对合作博弈论感兴趣的读者的入门介绍，亦可作为研究者的案头参考书。

写好一本书不是一件容易的事，特别是在多个作者的情况下。我们虽然尽了力所能及的努力避免错误，但仍不能保证这本书没有错误。我们希望读者在阅读中如发现任何不当之处，及时地通知作者，我们将十分感谢，并在以后加以改正。

最后，作者王运通特别提出要感谢对外经贸大学国际经济贸易学院的同事，特别是院长赵忠秀的大力支持和协助。感谢国际经济贸易学院所提供的良好的工作环境与学术氛围，这本书的完成是一个成功的合作博弈的例子。王运通也在此感谢他在加拿大的妻子Julie、儿子Andrew和女儿Emily，他们的理解与支持也是对写作本书的一个贡献。三位作者向中国市场出版社的孙忠先生表示诚挚的感谢，没有孙忠先生的努力和耐心，这本书是无法和读者见面的。

董保民 对外经济贸易大学经济学系

王运通 加拿大温莎大学经济学系

郭桂霞 北京大学中国经济研究中心

目录

前言	i
第一章 合作博弈论简介	1
1.1 引言	1
1.1.1 博弈论与经济学	2
1.1.2 合作博弈与非合作博弈	5
1.1.3 合作博弈与福利经济学	10
1.2 合作博弈的基本概念	12
1.2.1 几个例子	12
1.2.2 合作博弈的刻画	15
1.2.3 核与韦伯集	19
1.2.4 稳定集	35
1.2.5 夏普利值	36
1.2.6 内核与核仁	46
第二章 对于夏普利值的拓展	59
2.1 夏普利值的其他公理化方法	59
2.2 与夏普利值相关的其他解	63
2.2.1 加权夏普利值	63
2.2.2 Owen值	68

2.2.3	分解原则	73
2.2.4	联盟形成	75
2.2.5	一致许可值	77
2.2.6	作为谈判极限的夏普利值	81
第三章	排列博弈与匹配博弈	83
3.1	排列博弈	83
3.2	静态匹配博弈	85
3.2.1	一对一匹配博弈	86
3.2.2	多对一匹配博弈	100
3.3	动态匹配博弈	107
3.4	排列博弈与匹配博弈的关系	111
第四章	最小生成树博弈	113
4.1	一个例子	113
4.2	最小成本生成树的解	115
4.2.1	Bird树配置	115
4.2.2	不可约简的核	121
4.2.3	最小成本生成树博弈的夏普利值	127
第五章	成本分摊博弈	131
5.1	成本分摊博弈简介	131
5.1.1	离散型成本分摊博弈	132
5.1.2	连续型成本分摊博弈	132
5.2	成本分摊博弈的解	134
5.2.1	离散型成本分摊博弈的解	134
5.2.2	连续型成本分摊博弈的解	146
5.3	成本分摊博弈的应用	160
5.3.1	配给问题	160

5.3.2 成本分摊博弈在河流成本分摊中的应用 169

第六章 合作博弈的非合作方法 185

6.1 无限次重复博弈 185

6.2 谈判博弈 190

6.2.1 谈判博弈简介 190

6.2.2 纳什谈判及其解 192

6.2.3 序贯谈判及其解 193

6.2.4 谈判集及其应用 197

6.2.5 策略性让步博弈 203

参考文献 213

索引 245

第一章

合作博弈论简介

1.1 引言

博弈论(Game Theory)是研究决策主体的行为发生直接相互作用时的决策以及这种决策的均衡问题,因此也被称为“对策论”(Theory of Interactive Decision)。这一理论最重要的特点是强调了经济主体之间的直接相互联系和影响。

与传统的一般均衡理论不同的是,博弈论刻画的是决策主体之间的直接互动,而非间接互动。例如,传统的微观经济学中的一般均衡理论讨论在完全竞争的市场上,消费者和厂商分别做出消费和生产决策后,通过市场机制(更确切地说,是价格机制)作为纽带来达成均衡的问题。这是消费者和厂商之间的间接互动,属于一般均衡理论而不是博弈论的研究范畴。但是,如果某个厂商在进行价格或产量决策时,直接受到其他厂商价格或产量决策的影响,则属于博弈论而不是一般均衡理论的研究范畴。当然,博弈论与一般均衡理论的产生与发展密切相关,二者几乎同时产生于20世纪50年代(Nash,

1950, 1951; Arrow, Debreu, 1952)^[1], 并相互促进。经过半个多世纪的研究和拓展, 博弈论已经成为整个社会科学特别是经济学的核心。正如1998年诺贝尔经济学奖得主、印度籍经济学家Amartya Sen所说, 博弈论和社会选择理论是20世纪社会科学最主要的成就。如果传统的微观经济学认为“你可以使鸚鵡成为训练有素的经济学家, 所有它必须要学的只是两个词, 供给和需求”的话, 那么现在这两个词或许应该换成“博弈”和“均衡”。尽管二者有着千丝万缕的联系, 但对于二者之间关系的详细讨论已经超出了本书的范围, 我们将重点放在博弈论上。

1.1.1 博弈论与经济学

博弈论是一门与实践结合非常紧密的子学科, 在本书中的很多例子以及具体应用中会很明显地发现这一点。很多人更喜欢把博弈论看作是数学的一个分支。纳什1950年发表的奠基性文章就是发表在数学杂志上, 而非经济学杂志上。合作博弈论的鼻祖夏普利1953年的文章本身也是一篇数学手稿, 而非经济学手稿。但是现在学术界往往把它直接归类为经济学的子学科, 尽管其应用范围涉及经济学、政治学、军事、外交、国际关系、公共选择、犯罪学等各个领域。毋庸置疑的是, 博弈论在经济学中的应用最为广泛和系统, 经济学反过来也对博弈论的发展有卓越的贡献。最根本的是, 经济学和博弈论的理论基础是相同的, 都是强调个体理性^[2], 即有约束的优化行为。博弈论最引人入胜的地方在于, 它是经济学思想与数学技法的精巧结合。因此, 学习博弈论, 尤其是合作博弈论, 不仅需要经济学尤其是微观经济学基础,

^[1]最早的博弈论著作是1944年冯·诺依曼(von Neumann)和摩根斯坦(Morgenstern)合著的《博弈论与经济行为》(The Theory of Games and Economic Behavior)。这本书最早将博弈论这一源自数学的概念引入经济学, 并进行了生动的演绎。

^[2]尽管近年来行为经济学以及博弈论中的一些学者(Rabin, 1993)开始将非理性因素引入经济学和博弈论的研究。

还需要一定的数学分析基础。

著名经济学家梯若尔(Jean Tirole)说过：“正如理性预期使宏观经济学发生革命一样，博弈论广泛而深远地改变了经济学家的思维方式。”事实的确如此。博弈论的产生对于经济学的发展就是一场革命，因为它动摇了长久以来微观经济学的基础。

经济学所要研究的就是如何有效地配置稀缺的经济资源，而传统的经济学尤其是微观经济学建立在亚当·斯密的“看不见的手”的原理基础上。1776年3月9日，亚当·密在他的《国富论》(*The Wealth of Nations*)中写道：“他盘算的是他自己的利益，在这种场合像在其他许多场合一样，他受到一支看不见的手的指导，去尽力达到一个并非他本意想要达到的目的……他追求自己的利益，往往使他能比在真正出于本意的情况下更有效地促进社会效益。”也就是说，自由竞争的市场经济能够在每个“经济人”追求自身利益最大化的同时（不自觉地）实现社会整体利益的最大化。但是，博弈论的产生打破了这一神话。我们来看一个博弈论的经典例子。

		囚徒 B	
		坦白	不坦白
囚徒 A	坦白	(-8, -8)	(0, -10)
	不坦白	(-10, 0)	(-1, -1)

例1.囚徒困境(Prisoners' Dilemma)。两个嫌疑犯作案后被警察抓住后被关在不同的房间里审讯。判决的根据是“坦白从宽、抗拒从严”原则。如果两人都坦白，那么证据确凿，每人各判刑8年；如果两人都不坦白，则因妨碍公务罪而各判刑1年；如果其中一人坦白，而另一个人不坦白，则坦白的人无罪释放，而不坦白的人判刑10年。画出该博弈的一般型得益矩阵(payoff matrix)，见上图。图中每一个数对中的第一个数字代表囚徒A的得益(payoff)，第二个数字代表囚徒B的得益。当然，两人都试图使自己被判刑的年数最少。显然，

无论B坦白还是不坦白，A选择坦白总是比不坦白要好，因此A的占优策略是坦白；同理，B的占优策略也是坦白。因此，经过简单的分析，纳什均衡是(坦白，坦白)，结果每个人被各判刑8年。这一结果远远不如两个人都选择不坦白，因为那样每个人就可以只被判1年。但是，当不确定对方的决策结果的时候（这称作同时博弈，simultaneous game），谁都不会冒着被判10年的风险去选择不坦白。

因此，囚徒困境反映了一个很深刻的问题：个体理性与集体理性的冲突。每个囚犯本着自身利益最大化的原则行事，结果却使得两个人的整体利益受损，这就违背了“看不见的手”的原理。出现这一问题的原因在于，每个囚犯在做出自身最优决策的同时，对另一个囚犯带来了负的外部性，而博弈论就是研究在存在外部效应的环境中的多人决策问题。所以，博弈论的出现既挑战了传统的微观经济学，也为经济学的发展开拓了更为广阔的空间。

其次，博弈论还为经济学开辟了新的研究角度，或者说研究层面。传统的微观经济学首先研究个体决策，如消费者在价格和收入水平给定的前提下最大化自己的效用，生产者在生产要素和生产技术给定的前提下最大化自己的利润。在这里，消费者的效用函数是由自己的偏好决定的，并不取决于别人的偏好与选择。也就是说，无论其他人的消费计划如何，都不会影响自己的决策。所以，人与人的互动仅仅是通过市场机制进行的间接互动，而没有微观层次的直接互动，参与人的决策过程被视为一个“黑箱”。而博弈论是研究个体的微观决策是如何作出的，这一决策过程如何受到其他参与人的决策的影响和作用，博弈论中的个人效用函数或者称得益不仅取决于自己的决策和偏好，而且取决于其他参与人的决策和偏好。因此，每个参与人的最优决策函数中也包括其他人的决策，这就是所谓的反应函数。总的来说，博弈论试图打开个体决策这个“黑箱”。

从一般的意义上说，博弈论最早被归为微观经济学的一个分支。随着经济学研究的发展，理性预期和微观基础几乎成了现代宏观经济学的基本要

素。可以说,宏观经济学与微观经济学的界限越来越不明显。或者更确切地说,宏观经济学只不过是微观经济学在宏观领域的应用而已。因此,博弈论作为一种重要的分析工具,在现代微观和宏观经济学中都发挥着不容置疑的重要作用。当然,与其他学科一样,博弈论不是也不能完美地解决现实经济中的所有具体问题,理论永远是现实的高度抽象、模拟和近似,不同的理论的差别在于对现实的近似程度的不同。所谓能够解释一切现实的理论和模型实际上无法用来解释任何问题。博弈论并不是人们发明出来的一个指导人们做出完美决策的万能工具,重要的是它能够提供一种思维方法,能够至少降低人们做出系统性错误决策的概率。

1.1.2 合作博弈与非合作博弈

博弈论可分为合作博弈(cooperative games)和非合作博弈(non-cooperative games)。现代经济学家谈到博弈论,往往指的是非合作博弈论,很少提及合作博弈论,甚至很多博弈论教材只字不提合作博弈。实际上,合作博弈的出现和研究比非合作博弈要早。早在1881年,Edgeworth在他的《数学心理学》一书中就已经有了合作博弈的思想。他研究的是我们现在非常熟悉的埃奇沃思盒形经济中两个行为人之间的交易行为。他认为这种交易的结果是不确定的,因为必须依赖于参与人的效率和个体理性。但是,随着参与人数目的增加,交易结果的不确定性就会降低。而在极限的情况下,就只剩下完全竞争解了。这个完全竞争解又被称为“萎缩的核”(reduced core),实际上是核的几何中心,即核仁。Edgeworth在《数学心理学》中通过一个联盟博弈(coalitional forming game)描述了参与人数目有限的交换经济模型(现在这种模型被称为市场博弈,market game)。每个参与人都对某种商品具有初始禀赋,并受到一个预算约束。在预算约束下通过参与人之间的联盟来配置资源。如果某个配置分配给参与人的商品组合属于可行集且所有商品组合的加总等于联盟各方的禀赋,则该配置就是可行的。他提出用契约曲线(contract