非线性分布参数控制系统理论

赵怡
黄煜

FEI XIANXIANG FENBU CANSHU KONGZHI XITONG LILUN

非线性分布参数
控制系统理论

赵　怡　黄　廷

广东科技出版社

内 容 提 要

本书在介绍单调算子、散逸算子及非线性半群等非线性泛函分析的必要知识的基础上，论述了由非线性变分不等式及多值抽象微分方程所描述的非线性分布参数系统的能控性问题、最优控制问题及算法。可供从事分布参数控制系统理论研究的人员参考，也可作为高等院校有关专业的研究生、高年级学生的教材或教学参考书。

feixianxing fenbu canshu kongzhi xitong lilun

非线性分布参数控制系统理论

赵 怡　黄 煜

*

广 东 科 技 出 版 社 出 版

广 东 省 新 华 书 店 经 销

广 东 番 禺 印 刷 厂 印 刷

787×1092毫米 32开本 15.5印张 310,000字

1990年11月第1版 1990年11月第1次印刷

印数 1 — 4,000册

ISBN 7—5359—0558—7

O·29　定价：6.50元

告读者

现代世界的特点是：科学技术已成为综合国力的基础，许多国家都把增强科技实力，夺取科技优势，作为自己国家的重要国策和发展战略的核心。人们预测，在未来二十、三十年里，将是人类社会发展史上的一个巨大变革时期，这是因为，现代科学运动正在引发出生产力的巨大发展。谁掌握了科技进步的制高点，谁就掌握发展国民经济的制高点，谁就可以在以科技为基础的综合国力的国际竞争中处于领先地位。

那么，怎样传播科技进步的信息使之引发生产力的进步呢？应该说，在众多信息传递工具中，图书出版仍然是最有力的载体。可惜，由于种种原因，一个时期以来，图书出版难，科学专著出版更加困难！

问题已经到了非解决不可的时候了！

广东地处我国改革、开放的前沿阵地，又是我国改革、开放先行一步的地区，历史的责任是不容推托的。有鉴于此，1989年，广东科技出版社发起成立广东优秀科技专著出版基金会，为解决科技学术著作出版难的问题，开辟一个新途径。这一倡议，得到科技界、新闻出版界和大专院校的专家、

学者以及关心科技事业的人士的热烈响应和支持；并且得到广东省领导部门、社会各界以及海外、港、澳的企业、社会团体、个人的慷慨赞助。在大家的支持下，基金会于1989年10月正式成立，以钱伟长教授为首的一批知名的专家、教授热心地承担了基金会的顾问、评审委员工作，共同商定基金会扶持优秀科技专著出版的原则：依靠专家、公平竞争、择优支持，每年推荐一批符合要求的优秀科技与经济管理专著稿在广东科技出版社出版。基金会希望，通过解决科技专著出版难，推动广东乃至我国科技事业的发展。

基金会成立以来，从本省以至首都，从海滨以至西北高原，为科学而献身的可敬的作者，纷纷送来珍贵的手稿，其中，许多是他们大半生心血凝聚成的精华；只是由于时间仓促，现在奉献给读者的首批著作，还未能完全做到遴选和出版来稿中最优秀的部分，不过，我们决心不停顿地努力下去，让更多优秀的科技著作陆续问世。

我们希望海内外各界人士继续大力支持广东优秀科技专著出版基金会的工作：向基金会推荐优秀科技专著；为基金会提供资金、条件；使基金会能在更广阔范围内，资助优秀科技专著的出版，在发展我国科技事业和迎接世界新技术革命挑战中，作出自己的贡献。

广东优秀科技专著出版基金会

1990年10月

序

由于50年代空间科学与技术发展的需要，现代控制理论随着逐步地发展起来．自动调节原理是用传递函数或脉冲响应函数来描述控制系统的输入—输出关系的．这表明这种描述是通过输入—输出关系来了解系统的内部运动规律．现代控制理论则是在引入状态空间与状态变量的概念的基础上，直接用微分方程来描述控制系统的内部运动规律．现代控制理论在引入系统的可控性、可观测性的概念和对线性常系数控制系统的结构进行的研究表明：自动调节原理中用传递函数或脉冲响应函数描述的控制系统是既可控又可观测的那一部分系统，而用状态空间和状态变量描述的系统除包括既可控又可观测的系统外，还包括可观测不可控、可控不可观测和既不可控又不可观测的那些控制系统．当人们用现代控制理论来研究、设计控制系统时，必须根据工程物理特性的要求，用实验或理论的方法建立其描述运动规律的数学模型．在此数学模型的基础上，研究这个模型中各个量的变化规律和它们之间的关系，以及对某些量要求某些特性，这便要用数学的工具了．

在60年代初期，由于科学技术的发展和实际工程控制系统设计的需要，以及集中参数系统控制理论的发展的影响，现代控制理论与应用数学的一个交叉领域的新分支——分布参数系统的控制理论开始萌芽发展．集中参数系统是具有

有穷个自由度的物理系统，分布参数系统是指具有无穷个自由度的物理系统.用数学语言讲,集中参数系统是用常微分方程描述的控制系统，分布参数系统是用偏微分方程，或偏微分——积分方程，或偏微分方程与常微分方程耦合的方程描述的系统，在实际问题中，多是偏微分方程描述的系统.例如，用热传导偏微分方程描述的温度场的控制系统，用梁的振动方程描述的导弹结构弹性振动的控制系统，用梁振动方程和常微分方程的耦合方程描述的柔形机器人的控制系统等，都是分布参数控制系统．用常微分方程描述的集中参数系统的状态空间是一个有穷维空间，系统在每一瞬时的状态是这有穷维空间中的一个元．分布参数系统的状态空间是一个函数空间——无穷维空间，分布参数系统在每一瞬时的状态是一个函数．因此，研究分布参数系统的数学工具要复杂得多．分布参数系统既是无穷维系统，描述分布参数系统的数学模型既是偏微分方程，因此研究无穷维空间中的分析学——泛函分析和现代偏微分方程理论，便是必需的数学工具.

研究用偏微分方程描述的非受控系统和受控系统的问题是不一样的．研究非受控系统主要是研究系统的状态随时间变化的规律（例如稳定性、不稳定性等），研究受控的分布参数系统则是要研究、设计控制系统，使得系统的状态具有事先要求的特性．控制系统的领域可分为四类：开环控制系统、闭环控制系统、适应性控制系统和学习式控制系统．每后一类型的控制系统都是较前一类型高级的控制系统．最优控制理论中的Pontryagin极大值原值，为设计闭环控制系统的状态反馈控制器提供了一般性的原则.

分布参数系统的控制这一领域的研究工作，我国与国际上相比较几乎同时起步．国内过去在分布参数系统的控制方面的研究工作，大部分是在线性系统方面．线性是非线性的近似．对于实际问题中的很多物理系统，用线性模型就能较好地、近似地描述其规律．另一方面，对线性模型的处理方法上也简便得多．因此先研究了解线性系统，从实际上和理论上都是必需的．然而，很多的实际物理系统的运动规律不能用线性模型来近似描述，而必须用非线性模型才能较好地描述其运动规律．为了研究非线性模型，就必须用处理非线性问题的现代数学工具．

非线性分布参数系统的系统理论研究，国际上发展得要比线性系统更晚些．一方面，非线性系统是与线性系统本质上不同的系统，非线性系统可能出现多值、多解、分义、奇点和孤立子等现象．另一方面，只有处理非线性系统的数学方法（例如非线性偏微分方程理论、单调算子理论、凸分析理论、多值映射理论、非线性算子半群理论等非线性泛函分析的理论）有了一定的理论、方法的积累后，才能进一步研究非线性分布参数控制系统的理论．

中山大学赵怡教授及时地整理了国内外学者（包括赵怡本人）在分布参数控制系统这一领域的研究成果，写成了《非线性分布参数控制系统理论》一书，系统地讲述了非线性椭圆型、抛物型和双曲型偏微分方程描述的系统在各种性能指标下的最优控制问题和可控性问题，这是控制系统理论中的两个基本重要的问题．为了讲述这些问题，该书介绍了单调算子理论、散逸算子理论、非线性算子半群和非线性发展方程的理论和凸分析理论．这些理论对研究非线性分布参数系统理论是必需的，同时也是现代非线性泛函分析理论的重要

组成部分．因此从控制理论观点看，这些泛函分析理论对非线性分布参数系统的控制理论来讲是重要的现代数学工具．从数学观点看，非线性分布参数系统的控制理论又是非线性泛函分析理论的重要应用领域．因此，该书既适用于从事分布参数控制系统的研究工作者、教学人员参考和有关专业的研究生和高年级学生的教材，又适用于从事非线性泛函分析的研究工作者、教学人员参考和有关专业的研究生、高年级学生的选用教材．在该书即将出版之际，我能为本书写冗言，介绍分布参数控制系统理论的一些基本观念和该书的简要情况，以便于使该书在促进我国在这一领域的研究工作和人材培养工作，起到她应有的作用，便是我的欣慰．

王康宁

1988年12月30日于成都

西南交通大学应用数学研究所

前言

分布参数控制系统理论形成和发展的20多年来，取得不少的成果.这些成果在工程系统(如热工程、化工工程、航天工程及机器人工程等)、生物与环境系统、经济系统和社会系统(如人口系统)等方面都具有重大的影响，从而成为系统科学中的一个十分重要的研究领域.在研究中，广泛地应用近代数学理论，特别是泛函分析、算子半群理论及变分不等式的近代成果.到目前为止，利用线性半群理论及变分不等式对线性分布参数控制系统已作了比较系统的研究，得到了关于能控性、能观性、能稳性及最优控制等方面较完整的理论结果，在国内外已有一些专著对此作了较系统的介绍[1]-[3].与此同时，在近十几年来，对非线性分布参数控制系统也逐步开展了研究. 其中以散逸算子理论、半群理论、单调算子与非线性变分不等式理论来进行研究最为活跃，特别由此而取得的成果可以统一地处理在实际应用中广泛遇到的各类自由边界及运动边界问题，因而影响较大. 但国内还未有专著对这方面加以介绍，本书的编写正是主要为介绍这方面的成果贡献一点力量.

全书共八章. 第一章要求读者在掌握线性泛函分析及线性半群理论的基本知识的前提下，介绍非线性泛函分析中的单调算子、散逸算子、次微分及非线性半群理论方面的基本知识，这是本书的基础部分. 第二章及第三章分别在不同的

空间结构下，介绍与散逸算子和单调算子相关的非线性微分方程的基本理论，这是讨论非线性分布参数控制系统的必要的前提. 第四至第六章应用第一至第三章的结果，分别讨论各类非线性分布参数控制系统的最优控制问题. 第七章讨论非线性分布参数系统的能控性问题. 第八章则给出一些算法及应用例子.

由于编者水平有限，在编写中难免出现各种错误，敬请同行专家及读者提出宝贵意见.

借本书出版之际，编者对中山大学高等学术研究中心多年来对编者在这方面的研究工作及本书的出版给予的大力支持及资助表示衷心的感谢. 同时，也作为对已故的吴占生教授的纪念，他生前为本书的出版作了很大的努力.

王康宁教授在百忙中为本书写了序言，并仔细地审阅了书稿，指出了书稿的误漏之处，编者对此深表谢意.

编　者

目　录

第一章　非线性泛函分析预备知识

这一章将介绍本书所必需的泛函分析方面的基本知识．由于篇幅所限，只能着重介绍非线性泛函分析的某些主要结果，并要求读者已具备线性泛函分析及线性半群理论方面的基本知识．尽管如此，也只能对重要的节中的主要定理加以详细证明，而对其它的定理只能给出证明的出处．总的来说力求摆脱冗长的证明而介绍框架、思路和方法．

§1.1　对偶映射

设$\boldsymbol{X}$和$\boldsymbol{Y}$是线性空间，$\boldsymbol{X}\times\boldsymbol{Y}$表示它们的笛卡儿积空间，$2^{\boldsymbol{Y}}$表示以$\boldsymbol{Y}$的子集为元素所组成的空间．那么，多值算子$\boldsymbol{A}:\boldsymbol{X}\to 2^{\boldsymbol{Y}}$可看成是集合

$$\boldsymbol{A}=\{(x,\ y):y=\boldsymbol{A}x\in\boldsymbol{Y},\ x\in\boldsymbol{D}(\boldsymbol{A})\subset\boldsymbol{X}\}\subset\boldsymbol{X}\times\boldsymbol{Y}$$

反之，对集合$\boldsymbol{A}\subset\boldsymbol{X}\times\boldsymbol{Y}$，可定义多值算子$\boldsymbol{A}:\boldsymbol{X}\to 2^{\boldsymbol{Y}}$如下：

$$\boldsymbol{A}x=\{y\in\boldsymbol{Y}:(x,\ y)\in\boldsymbol{A}\},$$

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{A})=\{x\in\boldsymbol{X}:\boldsymbol{A}x\neq\Phi\},\ \boldsymbol{R}(\boldsymbol{A})=\bigcup_{x\in\boldsymbol{D}(\boldsymbol{A})}\boldsymbol{A}x,$$

其中$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{A})$表示$\boldsymbol{A}$的定义域，$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{A})$表示$\boldsymbol{A}$的值域．因此，在下面的讨论中，我们把多值算子$\boldsymbol{A}$与集合$\boldsymbol{A}$看作是等同的，这也是我们用同一个符号$\boldsymbol{A}$的原因．如果不加说明，本章下面涉及的算子都可理解为是多值的．

注意，多值算子$\boldsymbol{A}$总是有逆算子$\boldsymbol{A}^{-1}$：

$$A^{-1}=\{(y, x):(x, y)\in A\}$$

此外，如果A、$B\subset X\times Y$，λ是实数，则可定义

$$\lambda A=\{(x, \lambda y):(x, y)\in A\},$$

$$A+B=\{(x, y+z):(x, y)\in A, (x, z)\in B\},$$

$$A\cdot B=\{(x, z):(x, y)\in B, (y, z)\in A\}$$

现假定X是实线性赋范空间，X^*是其对偶空间，由Hahn-Banach定理容易推得：对每一$x\in X$，集合

$$F(x)=\{x^*\in X^*:\langle x, x^*\rangle=\|x\|^2=\|x^*\|^2\}\neq\Phi \tag{1.1.1}$$

其中$\langle\cdot, \cdot\rangle$表示$X$的元与$X^*$的元之间的作用对.

定义1 由(1.1.1)所表示的算子$F: X\to 2^{X^*}$称为X上的对偶映射.

为了讨论对偶映射的性质，再给出如下的定义：

定义2 设A是$X\to X^*$的单值算子，$D(A)=X$. 1)A称为在X上是hemi连续的是指：当$t\to 0$时，对任x，$y\in X$，有$A(x+ty)\xrightarrow{弱}Ax$；2)A称为在X上是demi连续的是指：当$x_n\to x$时，$Ax_n\xrightarrow{弱}Ax$.

显然，如果A是demi连续的，则必是hemi连续的. 注意，当谈论算子是hemi或demi连续时，该算子一定是单值的.

定义3 线性赋范空间X称为是严格凸的是指：X的单位球S是严格凸的，也就是说S的边界集∂S不包含任何线段.

定义4 线性赋范空间X称为是一致凸的是指：对每$0<\varepsilon\leqslant 2$，存在$\sigma>0$，使得当$\|x\|\leqslant 1$，$\|y\|\leqslant 1$，$\|x-y\|\geqslant\varepsilon$时，必有$\|x+y\|\leqslant 2(1-\sigma)$.

关于Banach空间（下称B空间）的自反性、严格凸性及

一致凸性之间的关系可由如下的引理表述:

引理1 设$\boldsymbol{X}$是自反B空间，具有范数$\|\cdot\|$，则存在一等价范$\|\cdot\|^{\circ}$，使得$\boldsymbol{X}$在此范下是严格凸的及$\boldsymbol{X}^*$在对偶范$\|\cdot\|^{0*}$下也是严格凸的[4],[5].

引理2 每个一致凸B空间一定是自反的[6].

注1 由上述两个引理可作如下的约定：在本章§1.1—§1.4的讨论中，如无特别申明，则视自反B空间为严格凸B空间. 自然，一致凸B空间必为严格凸B空间.

下面讨论对偶映射的性质. 首先，由定义1可直接得到如下引理:

引理3 对实B空间$\boldsymbol{X}$中的每个元x，集合$\boldsymbol{F}(x)$是$\boldsymbol{X}^*$中的有界闭*凸集，也即是$\boldsymbol{X}^*$中的弱*紧集.

定理1 如果$\boldsymbol{X}$是实自反B空间，则对偶映射$\boldsymbol{F}$是单值的及demi连续的.

证明 由注1及引理3即可推得$\boldsymbol{F}$的单值性. 现设$x_n\to x_0$，由$\{x_n\}$的有界性及定义1可推知序列$\{\boldsymbol{F}(x_n)\}$在$\boldsymbol{X}^*$中有界，因而存在$x_0^*\in\boldsymbol{X}^*$及$\{\boldsymbol{F}(x_n)\}$的子列，仍记为$\{\boldsymbol{F}(x_n)\}$，使得$\boldsymbol{F}(x_n)\xrightarrow{\text{弱}}x_0^*$，由Hahn-Banach定理可推得

$$\|x_0^*\|\leqslant\varliminf_{n\to\infty}\|\boldsymbol{F}(x_n)\|=\|x_0\|$$

而由F的定义有

$$\begin{aligned}\langle x_0,\ x_0^*\rangle&=\lim_{n\to\infty}\langle x_0,\ \boldsymbol{F}(x_n)\rangle=\lim_{n\to\infty}\langle x_n,\ \boldsymbol{F}(x_n)\rangle\\&=\lim_{n\to\infty}\|x_n\|^2=\|x_0\|^2\end{aligned}$$

由以上两式及定义1便知$x_0^*=\boldsymbol{F}(x_0)$，再由定义2便得结论.

注2 任何Hilbert空间$\boldsymbol{X}$是一致凸空间，且当$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}^*$时，