



“希望杯”数学竞赛系列丛书 主编 周国镇

“希望杯”全国数学邀请赛组委会 编

第19届 希望杯

全国数学邀请赛

试题·培训题·解答



书中的一个个问题

就是一级级台阶

只要自信、努力、勤奋、坚持……

一步步攀登

就会走出一条自己的成功之路



气象出版社
China Meteorological Press

希望杯
PDG

“希望杯”全国数学邀请赛简介

1. 主办单位

中国科学技术协会普及部
中国优选法统筹法与经济数学研究会
华罗庚实验室
《数理天地》杂志社
《中国青年报》·中青在线
气象出版社

2. 宗 旨

通过邀请赛活动,鼓励中小学生学习好数学课程中最主要的内容,适当地拓宽知识面,引导他们注意数学在其他学科和社会活动中的应用,激发他们钻研和应用数学的兴趣和热情,培养他们科学的思维能力、创新能力和实践能力;同时也为中小学数学教师提供新的信息和资料,以促进我国基础数学教育水平的提高,为培养21世纪有创新精神的青少年而努力。

3. 命题原则

(1) 竞赛试题贴近现行的中小学数学课本

第1试的试题不超过教学大纲和教学进度,第2试的试题中只有1/5左右的内容要用到现行中小学数学课本里所不包括的竞

赛数学的一些重要知识。这样做,是为了引导中小学生学习好现行的数学课本,在这个基础上,适当地扩大知识面。

(2) 竞赛试题活而不难,巧而不偏、不怪,富于启发性;寓科学于趣味之中,寓知识、能力的考查于数学的美育之中

青少年在求学、求知的成长过程中,兴趣是极为重要的,兴趣是青少年成才的重要动力,竞赛试题能激发出旺盛的求知欲,可培养专注于某一事物的研究精神,使他们产生坚持不懈、锲而不舍的毅力。“希望杯”全国数学邀请赛每届的命题都力求能启迪青少年的思维,激发他们学习和钻研的兴趣。

(3) 竞赛试题大众化,富有思考性

要体现鼓励性,力求做到使数学程度不太好的学生也能做出相当数量的题目,由此受到鼓励而树立信心,自觉努力地学好数学;而数学程度很好的学生亦不能轻易得到高分,很难得到满分。

(4) 要体现时代性

题目的编拟,力求与其他学科及现代实际生活建立联系,培养青少年的创造思维能力和解决实际问题的能力。

以上的命题四原则,保证了“希望杯”全国数学邀请赛既紧密结合学校数学教学实际、不是高不可攀,又有很大的思考空间,因而受到参赛学校师生的普遍欢迎。很多市、县的教研室将“希望杯”的第1试作为本地区的一次统考,以检查和促进本地区的数学教学。

4. 评奖原则

(1) 使重点学校里数学优秀的学生能崭露头角

(2) 充分考虑地区之间、学校之间在生源上的较大差异,承认每个学校和每个地区在自己的学生群体中都有相对优秀的学生

根据这两条原则,对于边远地区的学校或非重点学校,在三等奖(铜牌)的评定上,不与重点学校拉平,保证这些学校有相应的获

奖比例。实践证明,这样的做法是合理的、科学的、合乎中国国情的,有利于调动更多学生的学习热情,有利于促进中小学生学习水平的普遍提高,这正是“希望杯”的特色——使更多的学校、更多的学生看到希望,从而激发旺盛的进取精神。这样的做法得到我国数学界、数学教育界许多专家、学者的赞赏;当然,更为各地教研室、学校的领导和广大师生所欢迎。

5. 参赛城市

先后曾参加“希望杯”全国数学邀请赛的城市和超过500个,主要有:

北京、上海、天津、重庆、澳门

河北:石家庄、邯郸、邢台、承德、保定、秦皇岛、衡水、唐山、廊坊、沧州、遵化、冀州、高碑店、涿州、清河、内丘、任丘、大城、故城、河间、隆化、安国、泊头、青县

山西:太原、大同、朔州、长治、晋中、忻州、临汾、吕梁、河津、孝义、神池、离石、榆次、寿阳、和顺、太谷、祁县、平遥、介休

内蒙古:呼和浩特、包头、乌海、赤峰、呼伦贝尔、鄂尔多斯、乌兰察布、巴彦淖尔、通辽、兴安盟、锡林郭勒盟、阿拉善盟、霍林郭勒

辽宁:沈阳、铁岭、抚顺、本溪、辽阳、鞍山、大连、营口、盘锦、锦州、葫芦岛、绥中、海城、大石桥

吉林:长春、白城、松原、吉林、四平、辽源、通化、白山、延边

黑龙江:哈尔滨、齐齐哈尔、黑河、大庆、伊春、鹤岗、佳木斯、双鸭山、鸡西、牡丹江、绥化、嫩江、北安、肇源、林甸、杜蒙、绥芬河、海林、安达

江苏:南京、徐州、常州、连云港、宿迁、淮安、盐城、扬州、泰州、南通、常州、无锡、苏州、邳州、新沂、睢宁、沛县、沐阳、如皋、江阴、吴江、常熟、溧阳、邗江、仪征、江都、灌云、宝应、姜

堰、金坛、泰兴

- 浙江：嘉兴、衢州、湖州、杭州、宁波、绍兴、台州、温州、金华、舟山、余姚、象山
- 安徽：合肥、马鞍山、阜南、宣州、霍邱、太和、庐江、安庆、怀宁
- 福建：福州、南平、三明、莆田、泉州、厦门、龙岩、永安、明溪、清流、宁化、大田、尤溪、沙县、将乐、建宁、泰宁、石狮、晋江、南安、惠安、安溪、永春、德化、闽侯、闽清、平潭、福安、屏南、周宁、建阳、顺昌、浦城、松溪、政和、建瓯、武夷山、邵武
- 江西：九江、景德镇、鹰潭、新余、上饶、吉安、南昌、瑞金、高安、万载、上高、瑞昌、武宁、修水、永修、德安、星子、都昌、湖口、彭泽、乐平、浮梁、贵溪、余江、德兴、广丰、玉山、铅山、横峰、弋阳、余干、鄱阳、万年、婺源
- 山东：济南、泰安、青岛、淄博、东营、威海、济宁、莱芜、兖州、文登、金乡、单县、利津、龙口、邹平、新泰、肥城、宁阳、东平
- 河南：郑州、洛阳、焦作、新乡、安阳、濮阳、开封、平顶山、南阳、信阳、周口、济源
- 湖北：武汉、十堰、荆门、孝感、鄂州、黄石、咸宁、荆州、宜昌、恩施、丹江口、仙桃、汉川、沙洋、潜江、广水
- 湖南：长沙、常德、岳阳、衡阳、郴州、邵阳、怀化、娄底、浏阳、冷水江、望城、桃江、安化、湘乡、双峰、蓝山、洪江、武冈
- 广东：广州、中山、深圳、珠海、东莞、佛山、茂名、湛江、江门、惠州、阳江、肇庆、汕头、梅州、韶关、开平、丰顺、普宁、博罗、郁南、化州、信宜、高州、电白、雷州、徐闻、南雄、三水、阳东、顺德、梅县
- 广西：南宁、桂林、柳州、梧州、贵港、北海、防城港、来宾、合浦、象州
- 海南：海口、琼山、文昌、三亚、儋州、琼海、东方、乐东、临高、澄迈
- 四川：成都、攀枝花、绵阳、德阳、南充、遂宁、内江、自贡、泸州、宜

宾、达州、双流、大邑、都江堰、蒲江、阆中、仪陇、凉山、资中、安岳、南溪、会理、彭州、仁寿

贵州: 贵阳、黔南、黔西南、安顺、铜仁、六盘水、三穗、黎平、清镇、开阳、修文、息烽

云南: 昆明、玉溪、普洱、大理、楚雄、西双版纳、昌宁、水富、墨江、镇沅、澜沧、西盟、凤庆、永德、个旧、蒙自、双柏、牟定、南华、姚安、大姚、永仁、元谋、武定、禄丰、会泽、景东

陕西: 西安、延安、咸阳、宝鸡、户县、平利、丹凤、华阴、大荔、礼泉、岐山、千阳、凤翔、扶风、眉县、陇县、太白县、清涧、西乡

甘肃: 兰州、金昌、酒泉、张掖、庆阳、甘南、民乐、高台、榆中、敦煌

青海: 西宁、大通、乐都

宁夏: 银川、固原、中卫、盐池、灵武、永宁、贺兰、中宁、海原

新疆: 乌鲁木齐、克拉玛依、喀什、阿克苏、吐鲁番、哈密、石河子、五家渠、博乐、精河、阜康、呼图壁、奇台、库尔勒、伊宁、奎屯、额敏、昌吉、乌苏、焉耆

6. 覆盖了中小学系列

“希望杯”全国数学邀请赛到 2002 年止,只是初、高中学生参加,自 2003 年起增加了小学组的“希望杯”赛事。从此,“希望杯”全国数学邀请赛覆盖了小学、初中、高中全系列。这使“希望杯”有了更大的发展空间。

7. 正在走向国际化

“希望杯”全国数学邀请赛在国内是规模最大、影响最广的中小学生数学课外活动,在国外也越来越引起关注,日本算数奥林匹克委员会从 1996 年起就与“希望杯”全国数学邀请赛组委会建立了友好的合作关系,俄罗斯、法国、德国、加拿大等国家的相关机构也与“希望杯”全国数学邀请赛组委会建立了合作关系。

希望杯数学邀请赛有
利于学生有利于教师
将促进中国数学教育
的发展

王寿仁
一九九〇年
五月

王寿仁：中国著名老数学家、中国数学奥委会首任主席

寄希望于教育，
寄希望于青少年。

祝首届“希望杯”数学邀请赛
胜利举行

杨乐
1990年5月

杨乐：中国科学院院士、中国科学院数学与
系统科学研究院首任院长、国际著名数学家

肩负着祖國的希望，
迎接廿一世紀的到來！

龚昇

95年7月

龚昇：中国科学技术大学原副校长、著名数学家、
华罗庚数学奖获得者

青出于蓝而
胜于蓝，希望
寄托在年轻
一代身上。

梅向明

90.11.30.

梅向明：北京师范学院原院长、民进中央原副主席、著名数学家

第19届“希望杯”全国数学邀请赛

组织委员会

顾 问

- 龚 昇** 著名数学家
华罗庚数学奖获得者
中国科学技术大学原副校长
- 梅向明** 著名数学家
原北京师范大学院长
- 徐利治** 著名数学家
大连理工大学数学研究所原所长

常务委员

- 陈德泉** 应用数学家
曾任中国优选法统筹法与经济数学研究会理事长, 副理事长
华罗庚实验室主任
曾任第一、二届“希望杯”组委会主任, 其他各届副主任
- 计 雷** 应用数学家
曾任中国优选法统筹法与经济数学研究会理事长,
现任副理事长
华罗庚实验室副主任
曾任三届“希望杯”组委会主任, 其他各届副主任
- 徐伟宣** 应用数学家

中国科学院科技政策与管理科学研究所原所长
中国优选法统筹法与经济数学研究会理事长
华罗庚实验室副主任
曾任六届“希望杯”组委会主任,其他各届副主任

周国镇 数学教育专家

《数理天地》杂志社社长、总编
历届“希望杯”组委会秘书长、命题委员会主任

刘学红 《中国青年报》名记者、中青在线网总裁

周春荔 数学教育专家

首都师范大学数学系教授

吕伟泉 广东省教研室副主任

黄建弘 数学教育专家

上海师资培训中心实验基地主任

欧益生 浙江嘉兴市教研室主任

龙开奋 数学教育专家

广西师范大学数学系副教授

委 员

北 京	牛玉石						
天 津	王成维	闫 毅					
上 海	田培庆	王 镇	杨家政	吴 洪	周祖康	张 波	
	李国威	毛育才	李 为	王明珠	赵伟然	黎 东	
重 庆	吴挽荣	彭安平	肖天祥				
河 北	石瑞贞	刘建中	胡天顺	张丽晨	张 焱	孙丽静	
	葛秀成	耿昌敏					
山 西	王 光	白 枫	刘彬文	王芝梅	刘秀荷		
内 蒙 古	张志仁	王 荣	包 虎	刘彦彰	莫日根	赛兴嘎	
	特木尔	陈常荣	宝 音	宋锁良	高秀恩	杨 莉	
	步海英	杜玉新	张根宝				
辽 宁	岳慧思	孙家逊	魏丽敏	陈玉华	马云昌	刘 蓉	
	王阔东						
吉 林	张胜利	祝承亮	王铁红				
黑 龙 江	于 辉	李修福	孔晓菲	金绍先	冯少军	张海岩	
	张 瑜	熊晓青	王照双	邹 辉			
江 苏	崔恒兵	戴凤明	曹大方	刘 健	徐 伟	曹 慧	
	陆 韧						
浙 江	吴明华	李世杰	应建军	徐 莹	倪国权	范稼良	
福 建	傅晋玖	苏德杰	温晓丹	苏杰民	陈少平	叶熟金	
	林茂生	江昌康	陈元本				
江 西	熊以情	李锦成	杜小许	胡联芳	曾永洪		

山	东	赵水祥	侯加明	闫炳杰	王静玲	王太忠	赵路
河	南	马国军	陈宝亭				
湖	北	汪江松	刘统菊	杨德焱			
湖	南	谢细华	肖贞武	肖国瑞	张新春	康锡成	廖如光
		曾晓牛	邓建良				
广	东	卢建川	郑喜中	郑俊盛	陈文生	邓志云	殷切文
		劳兆喜	黄文毓	林国忠	徐山洪	周曙	钟族威
		张文俊	梁小贱	傅冠流	王朝安	王琪	范磷群
		陈和添	李锡				
广	西	龙开奋	邓印章				
海	南	张光浓	钟立清				
四	川	赵颖钧	余加秋	刘海泉	晋勇		
贵	州	胡朝双	王荣方	王兴华	唐文健		
云	南	张文英	汪锐	欧群	段严发	辉朝林	龚灵
		罗红	王作昀	徐云贵	何智仁	冯以寿	
陕	西	张雄	巨申文	李荣泰	罗永平	贾军科	
甘	肃	土克信	徐琳				
宁	夏	杨燕	李红	党维玲			
青	海	闫翊德					
新	疆	杨卫平	黄志清	赵兰泉	摆生兰	王霞	王剑
		台来提	阿				
澳	门	汪甄南	伍助志	郑志民			

第19届“希望杯”全国数学邀请赛 命题委员会

主任

周国镇 《数理天地》杂志社社长兼总编

副主任

周春荔 首都师范大学教授

那吉生 中国科学院数学与系统科学研究院研究员

余其煌 中国科学院数学与系统科学研究院研究员

王 鸣 北京大学数学科学学院教授

初中一年级命题组

组长 周春荔 首都师范大学教授

成员 王世坤 中国科学院数学与系统科学研究院研究员

丁志福 北京师范大学附属中学高级教师

尹克新 首都师范大学副教授

韩於羹 北京航空航天大学教授

张海英 《数理天地》杂志社编辑部副主任

初中二年级命题组

- 组长 吴其明 中国人民大学附属中学高级教师
- 成员 余其煌 中国科学院数学与系统科学研究院研究员
- 王 鸣 北京大学数学科学学院教授
- 郑静宜 中国人民大学附属中学高级教师
- 邱继勇 北京日坛中学特级教师
- 骆 华 《数理天地》杂志社编辑部副主任

前 言

本书编入了 2008 年举行的第 19 届“希望杯”全国数学邀请赛初中一、二年级的第 1 试、第 2 试全部试题及解答以及培训题和解答。书的开始部分公布了本届“希望杯”组织委员会和命题委员会名单。书末列出了获本届组织奖的单位,以及获一等奖的学生名单。

开始于 1990 年、每年举行一届的“希望杯”全国数学邀请赛,到本届为止,参赛的初、高中一、二年级学生累计已达 1600 万人,其中获奖学生超过 40 万人。“希望杯”全国数学邀请赛已成为我国中学生课外学科活动中规模最大、影响最广的一项赛事。

参加“希望杯”全国数学邀请赛的中学生,每人都要和老师一起学习、研究由“希望杯”命题委员会的专家们精心编拟的 100 多个数学问题,这些问题不是难、偏、怪,而是很有启发性,寓科学于趣味之中,寓知识、能力的测试于数学的美育之中,有较大的思维空间,犹如营养丰富又美味诱人的系列套餐。学生在对这些问题进行学习、研究的过程中,不但加深了对课堂、课本知识的理解,开阔了眼界,尤其是激发了研究、探索的兴趣,培养了怀疑和批判的精神,活跃了创新思维。正如一位老师所说:“‘希望杯’如同一把金钥匙,为参赛的学生开启了智慧之门,使他们认识到应当如何去学习,其中的体会不仅对于学数学,对于学好别的课程也有益处。”带领学生参加过“希望杯”全国数学邀请赛的数学老师同自己的弟子一样钟情于“希望杯”。因为他们不仅看到自己的学生经过“希望杯”全国数学邀请赛的锤炼提高了数学水平,还因为从“希望杯”