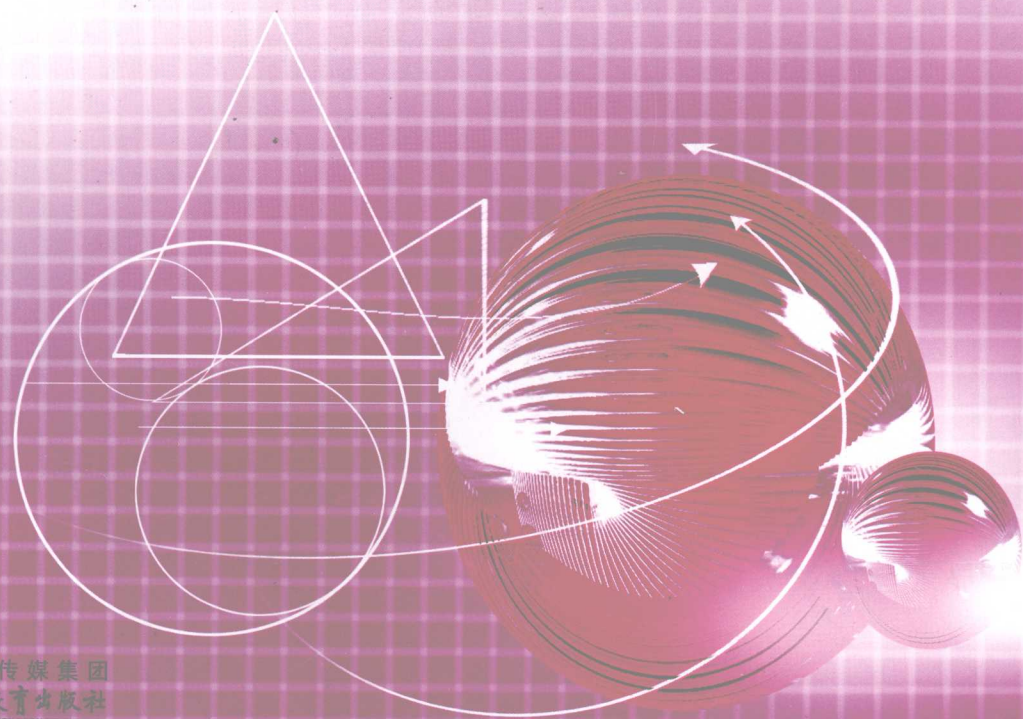


八年级下册

# 李庾南


## 初中数学辅导



凤凰出版传媒集团  
江苏教育出版社  
JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE

# 李庾南初中数学辅导

(八年级下册)

 江苏教育出版社  
凤凰出版传媒集团

## 图书在版编目(CIP)数据

李庾南初中数学辅导.八年级.下/李庾南主编.—南京:江苏教育出版社,2008.2

ISBN 978-7-5343-8555-1

I. 李… II. 李… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 019194 号

(微不送书八)

书 名 李庾南初中数学辅导(八年级下册)  
责任编辑 陈康特  
出版发行 凤凰出版传媒集团  
江苏教育出版社(南京市马家街 31 号 邮编:210009)  
网 址 <http://www.1088.com.cn>  
集团网址 凤凰出版传媒网 <http://www.ppm.cn>  
经 销 江苏省新华发行集团有限公司  
照 排 南京理工出版信息技术有限公司  
印 刷 南通翰墨林印务有限公司  
厂 址 南通市跃龙南路 164 号(邮编 226006)  
电 话 0513-85526626  
开 本 787×1092 毫米 1/16  
印 张 12.75  
字 数 298 000  
版 次 2008 年 2 月第 1 版  
2008 年 2 月第 1 次印刷  
书 号 ISBN 978-7-5343-8555-1  
定 价 15.30 元  
盗版举报 025-83204538

苏教版图书若有印装错误可向承印厂调换  
提供盗版线索者给予重奖

丛书总策划：成达如

丛书主编：李庚南

丛书副主编：袁亚良 陈育彬

本册主编：秦继东 顾亚男

编写人员：秦继东 顾亚男 吴 锋 缪延林

# 目 录

- **第 16 章 分式** / 001
  - 16.1.1 从分数到分式 / 001
  - 16.1.2 分式的基本性质 / 004
  - 16.2.1 分式的乘除(第 1 课时) / 007
  - 16.2.1 分式的乘除(第 2 课时) / 010
  - 16.2.2 分式的加减(第 1 课时) / 013
  - 16.2.2 分式的加减(第 2 课时) / 017
  - 16.2.3 整数指数幂(第 1 课时) / 020
  - 16.2.3 整数指数幂(第 2 课时) / 023
  - 16.3 分式方程(第 1 课时) / 024
  - 16.3 分式方程(第 2 课时) / 028
  - 16.3 分式方程(第 3 课时) / 031
  - 本章复习 / 034
  - 第 16 章自我检测 / 038
- **第 17 章 反比例函数** / 041
  - 17.1.1 反比例函数的意义 / 041
  - 17.1.2 反比例函数的图象和性质(第 1 课时) / 045
  - 17.1.2 反比例函数的图象和性质(第 2 课时) / 049
  - 17.2 实际问题与反比例函数(第 1 课时) / 054
  - 17.2 实际问题与反比例函数(第 2 课时) / 057
  - 17.2 实际问题与反比例函数(第 3 课时) / 060
  - 17.2 实际问题与反比例函数(第 4 课时) / 064
  - 本章复习 / 067
  - 第 17 章自我检测 / 070
- **期中复习** / 074
- **期中自我检测** / 077
- **第 18 章 勾股定理** / 081
  - 18.1.1 勾股定理 / 081
  - 18.1.2 勾股定理的应用(第 1 课时) / 084





- 18.1.2 勾股定理的应用(第2课时)/088
- 18.2 勾股定理的逆定理(第1课时)/091
- 18.2 勾股定理的逆定理(第2课时)/093
- 本章复习/096
- 第18章自我检测/098

● **第19章 四边形**/101

- 19.1.1 平行四边形的性质(第1课时)/101
- 19.1.1 平行四边形的性质(第2课时)/104
- 19.1.2 平行四边形的判定(第1课时)/107
- 19.1.2 平行四边形的判定(第2课时)/110
- 19.1.3 三角形中位线的性质/113
- 19.2.1 矩形的性质与判定(第1课时)/117
- 19.2.1 矩形的性质与判定(第2课时)/120
- 19.2.2 菱形的性质与判定(第1课时)/123
- 19.2.2 菱形的性质与判定(第2课时)/126
- 19.2.3 正方形/129
- 19.3.1 梯形及等腰梯形的性质/133
- 19.3.2 等腰梯形的判定/137
- 19.4 课题学习 重心/140
- 本章复习/143
- 第19章自我检测/146

● **第20章 数据的分析**/149

- 20.1.1 平均数(第1课时)/149
- 20.1.1 平均数(第2课时)/152
- 20.1.1 平均数(第3课时)/155
- 20.1.2 中位数和众数/158
- 20.2.1 极差/162
- 20.2.2 方差(第1课时)/165
- 20.2.2 方差(第2课时)/169
- 20.3 课题学习 体质健康测试中的数据分析/173
- 本章复习/176
- 第20章自我检测/178

● **参考答案**/182

# 第16章

## 分式

### 16.1.1 从分数到分式

#### ◆ 自主领悟

1. 长方形的面积为  $S$ , 它的一边长为  $a$ , 则长方形的另一边长为 \_\_\_\_\_.
2. 小王每小时能做  $x$  个零件, 则他 4 小时做零件 \_\_\_\_\_ 个, 做 40 个零件需 \_\_\_\_\_ 小时.
3. 甲种水果每千克价格  $a$  元, 乙种水果每千克价格  $b$  元, 取甲种水果  $m$  千克, 乙种水果  $n$  千克, 混合后平均每千克价格是 \_\_\_\_\_ 元.
4. 判断下列各式中, 哪些是整式, 哪些是分式?  
 $3x+5$ ,  $\frac{7}{x}$ ,  $\frac{5+x}{12}$ ,  $\frac{m-5}{4}$ ,  $\frac{4x^2-3}{x}$ ,  $\frac{1}{y-8}$ .
5. 当  $x$  取何值时, 分式  $\frac{2x^2+4}{2x-1}$  无意义?
6. 当  $x$  为何值时, 分式  $\frac{x^2-1}{-x+1}$  的值为 0?

#### ◆ 自主探究

问题 1 指出下列各式中, 哪些是分式?

$$\frac{x^2}{2x-1}, \frac{4}{5b+c}, \frac{3}{7}, 2x^2-1, \frac{2a}{3a}, \frac{2a}{3} + \frac{1}{2}b.$$

名师指导

判断一个式子是否为分式, 可从以下方面考虑: (1) 式子的形式应当是  $\frac{A}{B}$  的形式; (2) 分母  $B$  中要含有表示变量的字母, 分子则不一定含字母; (3) 式子的分子、分母必须都是整式. 只有同时具备了以上三点的式子才可称作是分式.

$\frac{3}{7}$  是一个常数, 不是分式;  $2x^2-1$  是整式, 不满足  $\frac{A}{B}$  的形式, 不是分式;  $\frac{2a}{3} + \frac{1}{2}b$  分母中不含字母, 不是分式, 其余各式均为分式.

问题 2

- (1) 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时, 分式  $\frac{2x+1}{3x+2}$  有意义; 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时, 分式  $\frac{3+x^2}{2x-3}$  有意义.





(2) 下列各式中,无论  $x$  取何值,分式都有意义的是 ( )

A.  $\frac{1}{2x+1}$

B.  $\frac{x}{2x+1}$

C.  $\frac{3x+1}{x^2}$

D.  $\frac{x^2}{2x^2+1}$

### 名师指导

(1) 第一个分式要满足分母  $3x+2 \neq 0$ , 即  $x \neq -\frac{2}{3}$ ; 第二个分式要满足分母  $2x-3 \neq 0$ , 即  $x \neq \frac{3}{2}$ .

(2) 对于任意  $x$  的值,分式都要有意义,就是要求分母始终不为 0. A、B 选项中,当  $x = -\frac{1}{2}$  时,分母为 0; C 选项中,当  $x = 0$  时,分母为 0; 而 D 选项中,不论  $x$  取什么值,其分母都一定大于 0, 所以 D 项中的式子一定是分式.

### 归纳提炼

在分式中,决定一个分式有无意义的关键点在于分式分母是否为 0. 与分数一样,如果分母不为 0, 则分式有意义; 否则,分式无意义.

**问题 3** 当  $m$  为何值时,分式的值为 0?

(1)  $\frac{m}{m-1}$ ; (2)  $\frac{m-2}{m+3}$ ; (3)  $\frac{m^2-1}{m+1}$ .

### 名师指导

分式的值为 0 时,必须同时满足两个条件:分子为 0 且分母不为 0, 依据这两个条件求出的  $m$  的值,就是这类题目的解.

### 解题示范

解:(1)  $\because \begin{cases} m = 0, \\ m - 1 \neq 0, \end{cases} \therefore m = 0.$

(2)  $\because \begin{cases} m - 2 = 0, \\ m + 3 \neq 0, \end{cases} \therefore m = 2.$

(3)  $\because \begin{cases} m^2 - 1 = 0, \\ m + 1 \neq 0, \end{cases} \therefore m = 1.$

### 归纳提炼

对于分式  $\frac{A}{B} = 0$ , 请注意解混合组  $\begin{cases} A = 0, \\ B \neq 0. \end{cases}$  由此求出分式中相关字母必须满足的条件.

### 自主检测

- 梯形的面积为  $S$ , 上底长为  $m$ , 下底长为  $n$ , 则梯形的高写成分式为\_\_\_\_\_.
- 下列各式  $\frac{1}{x+1}$ ,  $\frac{1}{5}(x+y)$ ,  $\frac{a^2-b^2}{a-b}$ ,  $-3x^2$ ,  $0$  中, 是分式的有\_\_\_\_\_; 是整式的有\_\_\_\_\_.



3. 当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时, 分式  $\frac{1+2x}{1-2x}$  无意义; 当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时, 分式  $\frac{2x+1}{3x-4}$  无意义.

4. 当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时, 分式  $\frac{x^2-9}{x-3}$  的值为零; 当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时, 分式  $\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$  的值为零.

5. 当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时, 分式  $\frac{4x+3}{x-6}$  的值为 1; 当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时, 分式  $\frac{-7}{x^2+1}$  的值为负数.

6. 下列各式 ①  $\frac{3}{x}$ , ②  $\frac{x+y}{5}$ , ③  $\frac{1}{2-a}$ , ④  $\frac{x}{\pi-2}$  (此处  $\pi$  为常数) 中, 是分式的有 ( )

A. ①②

B. ③④

C. ①③

D. ①②③④

7. 分式  $\frac{x+a}{2x-1}$  中, 当  $x = -a$  时, 下列结论正确的是 ( )

A. 分式的值为零

B. 分式无意义

C. 若  $a \neq -\frac{1}{2}$  时, 分式的值为零

D. 若  $a = -\frac{1}{2}$  时, 分式的值为零

8. 下列各式中, 可能取值为零的是 ( )

A.  $\frac{m^2+1}{m^2-1}$

B.  $\frac{m^2-1}{m+1}$

C.  $\frac{m+1}{m^2-1}$

D.  $\frac{m^2+1}{m+1}$

9. 使分式  $\frac{a}{a^2-1}$  无意义,  $a$  的取值是 ( )

A. 0

B. 1

C. -1

D.  $\pm 1$

10. 已知  $y = \frac{x-2}{3-4x}$ ,  $x$  取哪些值时:

(1) $y$  的值是正数; (2) $y$  的值是负数; (3) $y$  的值是零; (4)分式无意义.

### ◆ 自主评价

#### 一、自主检测提示

5. 分式  $\frac{4x+3}{x-6}$  的值为 1, 即分子、分母相等, 得到一个一元一次方程, 解方程即可;  $\frac{-7}{x^2+1}$  的值为负, 分子、分母异号, 因为分子为负, 所以分母必须为正, 而  $x^2$  是非负数, 故  $x^2+1 > 0$ , 所以  $x$  可取任意实数. 7. 分子已是零, 还要注意分母不能为零. 8. 必须确保分母不为零. 10. (1)、(2)根据题意对分子、分母的符号进行讨论.

#### 二、拓展延伸

【例题】请指出下列各式中, 是分式的式子有哪些?

(1)  $\frac{1}{3}$ ; (2)  $-\frac{a}{2}$ ; (3)  $\frac{4x}{x}$ ; (4)  $\frac{n}{m} \times \frac{m}{n}$ ; (5)  $\frac{1}{x} + y$ ; (6)  $2 - \frac{b}{3a}$ .





**【点拨】**所谓分式,是从它的表示形式上去认识的.“一般地,用  $A, B$  表示两个整式,  $A \div B$  就可以表示成  $\frac{A}{B}$  的形式.如果  $B$  中含有字母,式子就叫做分式.”实际上,由整式与这样的式子之间的运算(其中,乘方运算看作乘法运算的特殊情况,并规定两式相除时除式不为 0)所组成的式,也属于分式的范围.因此,判断分式时,从形式上看,主要有两种:一是符合  $\frac{A}{B}$  的形式;二是含有  $\frac{A}{B}$  的形式的式子的四则运算.

所以本题中,(1)是分数,但不是分式,是整式;(2)也是整式,其余皆为分式.

## 16.1.2 分式的基本性质

### 自主领悟

1. 填空:(1)  $\frac{3a}{5xy} = \frac{(\quad)}{10axy}$ ; (2)  $\frac{6a^3b^2}{8b^3} = \frac{3a^3}{(\quad)}$ ; (3)  $\frac{a+2}{a^2-4} = \frac{1}{(\quad)}$ .

2. 约分:(1)  $\frac{8m^2n}{2mn^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ ; (2)  $\frac{5ab}{20a^2b} = \underline{\hspace{2cm}}$ ; (3)  $\frac{2(x-y)^3}{y-x} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

3. 对于分式  $\frac{1}{x+1}$  的变形一定成立的是

A.  $\frac{1}{x+1} = \frac{2}{x+2}$

B.  $\frac{1}{x+1} = \frac{x-1}{x^2-1}$

C.  $\frac{1}{x+1} = \frac{x+1}{(x+1)^2}$

D.  $\frac{1}{x+1} = \frac{-1}{x-1}$

4. 将分式  $\frac{3a}{a-b}$  中的  $a, b$  都扩大到原来的 3 倍,则分式的值

A. 不变

B. 扩大 3 倍

C. 扩大 9 倍

D. 扩大 6 倍

5. 通分:(1)  $\frac{a}{2xy}$  和  $\frac{b}{3x^2}$ ; (2)  $\frac{1}{2a^3b^2}$  和  $\frac{2}{3a^2b^2c}$ ; (3)  $\frac{1}{y-1}$  和  $\frac{1}{y+1}$ .

### 自主探究

问题 1 填空:

(1)  $\frac{b+1}{a+c} = \frac{(\quad)}{an+cn}$ ; (2)  $\frac{8a^2c}{12a^2b} = \frac{2c}{(\quad)}$ ; (3)  $\frac{2x}{x+3} = \frac{(\quad)}{x^2+3x}$ ; (4)  $\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2} =$

$\frac{x-y}{(\quad)}$ .

名师指导

完成这类填空题时,在解题前,应先观察分式的分子或分母发生了什么样的变化,进行了何种运算.(1)式中的分母乘以了  $n$ ,所以根据分式基本性质,其分子也应该乘以  $n$ ,即  $bn+n$ ; (2)式中的分子由  $8a^2c$  变成  $2c$ ,除以了  $4a^2$ ,所以分母也应除以  $4a^2$  得  $3b$ ; (3)式的分母乘以了  $x$ ,其分子也要乘以  $x$ ,即  $2x^2$ ; (4)式中,将其分子因式分解得  $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$ ,容易看出分子除以了  $(x+y)$ ,从而确定分母也除以  $(x+y)$  得  $x+y$ .

### 归纳提炼

根据分式的基本性质,只有当分子与分母同乘(或除以)一个不等于0的整式,分式的值才能保持不变.所以解决这类问题的关键在于正确分析出分式的分子或分母进行了何种运算,然后也将其对应的分母或分子进行同样的运算.

**问题 2** 不改变分式的值,使分式  $\frac{\frac{1}{5}x - \frac{1}{10}y}{\frac{1}{3}x + \frac{1}{9}y}$  的各项系数化为整数,则分子、分母应同

时乘以

A. 10

B. 9

C. 45

D. 90

### 名师指导

不改变分式的值,又要使分式中的各项系数全部化为整数,考虑到分式的分子、分母中各项系数均为分数,可分两步进行思考.分式分子的项系数化为整数要乘以 10,分式分母的项系数化为整数要乘以 9,所以分式的各项系数全部化为整数则要乘以 10 和 9 的最小公倍数 90.

### 归纳提炼

在分式中,无论进行何种运算,如果要不改变分式的值,则所做变化必须遵循分式基本性质的要求.

### 问题 3 约分:

(1)  $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 9}$ ; (2)  $\frac{m^2 - 3m + 2}{m^2 - m}$ .

### 名师指导

因为所给分式的分子、分母均为多项式,可以先把分子、分母各自进行因式分解,然后再进行约分运算.

### 解题示范

解:(1)  $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 9} = \frac{(x+3)^2}{(x+3)(x-3)} = \frac{x+3}{x-3}$ ;

(2)  $\frac{m^2 - 3m + 2}{m^2 - m} = \frac{(m-1)(m-2)}{m(m-1)} = \frac{m-2}{m}$ .

### 归纳提炼

分式约分时,如果分子、分母是单项式,则直接根据分式基本性质进行约分;如果分子、分母中含有多项式,为使约分更加直接,一般应先将能分解的多项式分解因式,再根据分式基本性质进行约分运算.约分的结果,必须是最简分式.

### 问题 4 通分:

(1)  $\frac{x}{6ab^2}, \frac{y}{9a^2bc}$ ;

(2)  $\frac{a-1}{a^2+2a+1}, \frac{6}{a^2-1}$ .





## 名师指导

通分的关键是确定各分式的公分母,也就是最简公分母.通常取各分母系数的最小公倍数,以及所有因式的最高次幂的积,作为最简公分母.同时还应注意如果分母是可分解的多项式,一般还先将分母分解因式,再确定最简公分母.

## 解题示范

解:(1) 最简公分母是  $18a^2b^2c$ .

$$\frac{x}{6ab^2} = \frac{x \cdot 3ac}{6ab^2 \cdot 3ac} = \frac{3acx}{18a^2b^2c},$$

$$\frac{y}{9a^2bc} = \frac{y \cdot 2b}{9a^2bc \cdot 2b} = \frac{2by}{18a^2b^2c}.$$

(2) 最简公分母是  $(a+1)^2(a-1)$ .

$$\frac{a-1}{a^2+2a+1} = \frac{(a-1) \cdot (a-1)}{(a+1)^2 \cdot (a-1)} = \frac{a^2-2ab+1}{(a+1)^2(a-1)},$$

$$\frac{6}{a^2-1} = \frac{6 \cdot (a+1)}{(a+1)(a-1) \cdot (a+1)} = \frac{6a+6}{(a+1)^2(a-1)}.$$

## 自主检测

1. 不改变分式的值,把分式  $\frac{0.4x+2}{0.5x-1}$  中分子、分母各项系数化成整数为\_\_\_\_\_.

2. 分式  $\frac{a}{a^2-4a+4}$ ,  $\frac{b}{4a^2-8a+4}$ ,  $\frac{c}{3a-6}$  的最简公分母是\_\_\_\_\_.

3. 下列各式中,正确的是

A.  $\frac{-x+y}{-x-y} = \frac{x-y}{x+y}$

B.  $\frac{-x+y}{x-y} = \frac{-x-y}{x-y}$

C.  $\frac{-x+y}{-x-y} = \frac{x+y}{x-y}$

D.  $\frac{-x+y}{x-y} = \frac{x-y}{x+y}$

4. 下列各式中,正确的是

A.  $\frac{a+m}{b+m} = \frac{a}{b}$

B.  $\frac{a+b}{a+b} = 0$

C.  $\frac{ab-1}{ac-1} = \frac{b-1}{c-1}$

D.  $\frac{x-y}{x^2-y^2} = \frac{1}{x+y}$

5. 约分:

(1)  $\frac{6m^2n}{3mn^2}$ ;

(2)  $\frac{8x^2yz^3}{-32xyz^5}$ ;

(3)  $\frac{8(y-x)^5}{x-y}$ ;

(4)  $\frac{x^2-4}{x^2+5x+14}$ .

6. 通分:

(1)  $\frac{1}{2ab^3}$  和  $\frac{2}{5a^2b^2c}$ ;

(2)  $\frac{a}{2xy}$  和  $\frac{b}{3x^2}$ ;

(3)  $\frac{3c}{2ab^2}$  和  $-\frac{a}{8bc^2}$ ;

(4)  $\frac{1}{y-1}$  和  $\frac{1}{y+1}$ .

7. 已知  $a = \frac{2}{3}$ , 则  $\frac{a^2-2a-3}{a^2-7a+12}$  的值等于多少?

8. 已知  $x + \frac{1}{x} = 3$ , 求  $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$  的值.

◆ 自主评价

一、自主检测提示

7. 化简  $\frac{a^2 - 2a - 3}{a^2 - 7a + 12} = \frac{(a-3)(a+1)}{(a-3)(a-4)} = \frac{a+1}{a-4}$ , 再把  $a = \frac{2}{3}$  代入即可. 8. 把  $x + \frac{1}{x} = 3$  两边同时平方可得  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ , 再化简  $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}}$ , 然后把  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$  代入.

二、拓展延伸

【例 1】不改变分式的值, 使下列分式的分子和分母都不含“-”号.

(1)  $-\frac{-x^3y}{3ab^2}$ ;      (2)  $\frac{-5a}{-13x^2}$ ;      (3)  $-\frac{-a^3}{-17b^2}$ .

【例 2】不改变分式的值, 使分式分子的首项与分式本身都不含“-”号.

(1)  $-\frac{a-b}{2a-b} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;      (2)  $-\frac{-(a-2b)}{2a-b} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【点拨】弄清分式基本性质是为了运用它. 运用这一性质除了解决“约分”和“通分”问题外, 它的另一个作用就是解决“确定分式的符号”. 根据性质可得出以下结论: 分式的分子、分母与分式本身的符号, 改变其中的任意两个, 分式的值不变.

## 16.2.1 分式的乘除(第 1 课时)

◆ 自主领悟

- 计算:  $\frac{c^3}{ab} \cdot \frac{a^2b^2}{c^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 计算:  $\frac{y}{7x} \div \left(-\frac{4}{x}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 下列分式中, 是最简分式的是 ( )
 

A.  $\frac{12b}{27a^2}$       B.  $\frac{2(a-b)^2}{b-a}$       C.  $\frac{x^2+y^2}{x+y}$       D.  $\frac{x^2-y^2}{x-y}$
- 下列各式中, 计算结果是分式的是 ( )
 

A.  $\frac{n}{m} \div \frac{a}{b}$       B.  $\frac{n}{m} \cdot \frac{3m}{2n}$       C.  $\frac{3}{x} \div \frac{5}{x}$       D.  $\frac{x^3}{3y^2} \div \frac{7x^2}{4y^3}$
- 计算:
 

(1)  $-\frac{4m^2}{3n^2} \cdot \frac{n}{2m}$ ;      (2)  $-6xy \div \frac{2x}{3y}$ ;  
 (3)  $\frac{5y}{6x} \div \frac{10y}{21x^2}$ ;      (4)  $\frac{2x-6}{x-2} \div \frac{x-3}{x^2-4x+4}$ .





## 6. 计算:

(1)  $\frac{m^2-4}{m^2-2m+1} \cdot \frac{m^2-1}{m^2+4m+4}$ ;

(2)  $\frac{x^2-6x+9}{x+2} \div (3-x)$ .

## ◆ 自主探究

问题 1 计算: (1)  $\frac{3xy^2}{4z^2} \cdot \left(-\frac{8z^2}{y}\right)$ ;

(2)  $\frac{x+2}{x-3} \cdot \frac{x^2-6x+9}{x^2-4}$ .

## 名师指导

(1) 本题是直接应用分式的乘法法则进行运算. 值得注意的是运算结果应约分到不好约分为止, 同时还应注意在计算时跟整式运算一样, 先确定符号, 再进行相关计算, 求出结果.

(2) 本题中分式的分子、分母是多项式, 应先把分子、分母中的多项式分解因式, 再进行约分.

## 解题示范

解: (1)  $\frac{3xy^2}{4z^2} \cdot \left(-\frac{8z^2}{y}\right) = -\frac{24xy^2z^2}{4yz^2} = -6xy$ ;

(2)  $\frac{x+2}{x-3} \cdot \frac{x^2-6x+9}{x^2-4} = \frac{x+2}{x-3} \cdot \frac{(x-3)^2}{(x+2)(x-2)} = \frac{(x+2)(x-3)^2}{(x-3)(x+2)(x-2)} = \frac{x-3}{x-2}$ .

## 归纳提炼

由类比分数的乘法运算不难理解: 分式的乘法运算就是根据分式乘法法则, 将各式分子、分母分别相乘后再进行约分运算. 值得注意的地方有三点: 一是要确定好运算结果的符号; 二是计算结果中分子和分母能约分则要约分; 三是有时计算结果的分母不一定是单一的多项式, 而是多个多项式相乘, 这时也不必把它们展开.

问题 2 计算: (1)  $\frac{a^2b}{3cd} \div \frac{-2ax}{6cd}$ ;

(2)  $\frac{a-2}{a+3} \div \frac{a^2-4}{a^2+6a+9}$ .

## 名师指导

分式除法运算, 根据分式除法法则, 将分式除法变为分式乘法运算, 注意点同分式乘法.

## 解题示范

解: (1)  $\frac{a^2b}{3cd} \div \frac{-2ax}{6cd} = -\frac{a^2b}{3cd} \cdot \frac{6cd}{2ax} = -\frac{6a^2bcd}{6acd} = -\frac{ab}{x}$ ;

(2)  $\frac{a-2}{a+3} \div \frac{a^2-4}{a^2+6a+9} = \frac{a-2}{a+3} \cdot \frac{(a+3)^2}{(a+2)(a-2)} = \frac{(a+2)(a+3)^2}{(a+3)(a+2)(a-2)} = \frac{a+3}{a-2}$ .

问题 3 已知  $a = 2 - \sqrt{2}$ ,  $b = 2 + \sqrt{2}$ , 求代数式  $\frac{a^3b + a^2b^2}{a^2 + 2ab + b^2} \div \frac{a^2 - ab}{a^2 - b^2}$  的值.

## 名师指导

完成这类求值题时, 如果把已知条件直接代入, 计算将会较为繁杂, 容易导致错误产生. 解决这种问题, 一般应先将代数式进行化简运算, 然后再把已知条件代入化简后的式子中进行计算, 这样的处理方式可以使运算量少很多.

**解题示范**

解:化简代数式得,

$$\begin{aligned} & \frac{a^3b+a^2b^2}{a^2+2ab+b^2} \div \frac{a^2-ab}{a^2-b^2} \\ &= \frac{a^2b(a+b)}{(a+b)^2} \cdot \frac{(a+b)(a-b)}{a(a-b)} \\ &= \frac{a^2b(a+b)^2(a-b)}{a(a+b)^2(a-b)} \\ &= ab. \end{aligned}$$

把  $a = 2 - \sqrt{2}$ ,  $b = 2 + \sqrt{2}$  代入  $ab$ , 所以

$$\text{原式} = (2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = 2^2 - (\sqrt{2})^2 = 2.$$

**归纳提炼**

许多化简求值题,有的在题目中会明确要求先化简再求值,这时必须按要求的步骤进行解题.但有的在题目中未必会给出明确的要求,与整式中的求代数式值的问题一样,分式中的求值题一般也是先化简,然后再代入已知条件,这样可以简化运算过程.

**自主检测**

- 计算:  $(xy - x^2) \cdot \frac{xy}{x - y} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 计算:  $-3xy^3 \div \frac{2y^2}{3x} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 计算:  $\left(-\frac{3a}{b}\right) \div 9ab = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 计算:  $\frac{3x^2y}{a} \div \frac{xy}{3a} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 若  $m$  等于它的倒数,则分式  $\frac{m^2-4}{m-2} \div \frac{m-3}{m^2-3m}$  的值为  
 A. -1                      B. 3                      C. -1 或 3                      D.  $-\frac{1}{4}$
- 计算  $(x^2 + xy) \div \frac{x+y}{x}$  的结果是  
 A.  $(x+y)^2$                       B.  $x^2 + y$                       C.  $x^2$                       D.  $x = \left(\frac{y^2}{x}\right)$
- 计算  $\frac{(a-1)(a+2)}{(a+1)(a+2)} \cdot 3(a+1)^2$  的结果是  
 A.  $3a^2 - 1$                       B.  $3a^2 - 3$                       C.  $3a^2 + 6a + 3$                       D.  $a^2 + 2a + 1$
- 已知  $x$  等于它的倒数,则  $\frac{x^2-x-6}{x-3} \div \frac{x-3}{x^2-5x+6}$  的值是  
 A. -3                      B. -2                      C. -1                      D. 0
- 计算  $\frac{a^2-1}{a^2+2a+1} \div \frac{a^2-a}{a+1}$ .
- 观察下列各式:





$$(x^2 - 1) \div (x - 1) = x + 1,$$

$$(x^3 - 1) \div (x - 1) = x^2 + x + 1,$$

$$(x^4 - 1) \div (x - 1) = x^3 + x^2 + x + 1,$$

$$(x^5 - 1) \div (x - 1) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1,$$

...

(1) 你能得到一般情况下  $(x^n - 1) \div (x - 1)$  的结果吗?

(2) 根据这一结果计算:  $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2006} + 2^{2007}$ .

### ◆ 自主评价

#### 一、自主检测提示

8. 因为  $x$  等于它的倒数, 所以  $x = \pm 1$ ,

$$\frac{x^2 - x - 6}{x - 3} \cdot \frac{x - 3}{x^2 - 5x + 6} = \frac{(x - 3)(x + 2)}{x - 3} \cdot \frac{(x - 2)(x - 3)}{x - 3} = (x + 2)(x - 2) = x^2 - 4 = (\pm 1)^2 - 4 = -3.$$

10. 根据所给一组式子可以归纳出:

$$(x^n - 1) \div (x - 1) = x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x^2 + x + 1.$$

$$\text{所以 } 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2006} + 2^{2007} = (2^{2008} - 1) \div (2 - 1) = 2^{2008} - 1.$$

## 16.2.1 分式的乘除(第2课时)

### ◆ 自主领悟

1. 下列各式中, 计算正确的是

A.  $m \div n \cdot m = m$

B.  $m \div n \cdot \frac{1}{n} = m$

C.  $\frac{1}{m} \div m \cdot m \div \frac{1}{m} = 1$

D.  $m^3 \div \frac{1}{m} \div m^2 = 1$

2.  $a^2 \div b^2 \cdot \frac{1}{b^2} =$  \_\_\_\_\_.

3.  $(-\frac{2a^2b}{3c})^3 =$  \_\_\_\_\_.

4. 化简  $(\frac{x^3y}{z})^2 \div (-\frac{xz}{y}) \cdot \frac{y}{x^2z}$ , 结果是

A.  $\frac{y^2z^2}{x^2}$

B.  $-\frac{x^5y^2}{z^3}$

C.  $-\frac{x^3y^4}{z^4}$

D.  $\frac{x^4z^3}{z^2}$

5. 下列计算中, 错误的是

A.  $(\frac{2y}{-x^2})^3 = \frac{-8y^3}{x^6}$

B.  $(\frac{4b^3}{-3c^2})^2 = \frac{16b^6}{9c^4}$

C.  $(\frac{x-y}{x+y})^2 = \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

D.  $(\frac{b^2}{-a^3})^{2n} = \frac{b^{4n}}{a^{6n}}$



6. 计算:

$$(1) \frac{a^2 - 1}{a^2 + 2a + 1} \div \frac{a^2 - a}{a + 1} \cdot \frac{a^2}{a + 1};$$

$$(2) \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \div \left(\frac{-b}{a}\right) \cdot \left(-\frac{3b}{4a}\right)^3.$$

◆ 自主探究

问题 1 计算:  $\frac{x+2}{x^2-6x+9} \div \frac{1}{3-x} \cdot \frac{x-3}{x+2}.$

名师指导

与整式乘除法混合运算一样,分式乘除法混合运算也是统一为乘法运算,然后利用分式乘法法则进行计算,其中要注意先确定运算结果的符号,以及不含小括号等其他附加条件的乘除同级运算顺序是从左往右.

解题示范

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{x+2}{x^2-6x+9} \div \frac{1}{3-x} \cdot \frac{x-3}{x+2} \\ &= \frac{x+2}{(x-3)^2} \cdot (3-x) \cdot \frac{x-3}{x+2} \\ &= \frac{(x+2)(3-x)(x-3)}{(x-3)^2(x+2)} \\ &= -1. \end{aligned}$$

问题 2 计算:  $3xy^2 \div \left(-\frac{6y^2}{x}\right)^3 \cdot \left(\frac{12y}{x}\right)^2.$

名师指导

在进行分式乘方运算时,先确定运算结果的符号,负数的偶数次方为正,而奇数次方为负,同时要注意运算顺序,先乘方,后乘除.

解题示范

$$\begin{aligned} \text{解: } & 3xy^2 \div \left(-\frac{6y^2}{x}\right)^3 \cdot \left(\frac{12y}{x}\right)^2 \\ &= -3xy^2 \div \frac{6^3 y^6}{x^3} \cdot \frac{12^2 y^2}{x^2} \\ &= -3xy^2 \cdot \frac{x^3}{216y^6} \cdot \frac{144y^2}{x^2} \\ &= -\frac{532x^4 y^4}{216x^2 y^6} \\ &= -\frac{2x^2}{y^2}. \end{aligned}$$

归纳提炼

分式的乘除混合运算一般是统一为乘法运算,如果有乘方,还应根据分式乘方法则先乘方,即把分子、分母分别乘方,然后再进行乘除运算.同样要注意的是:一是要确定好结果的符号;二是运算顺序不能颠倒.

