新课标

鼎尖教案

教材教案、教辅教案、习题教案

数学

九年级 上

人教版

新课标·初中同步·鼎尖学案（个性化学案）

新课标·初中同步·鼎尖教案（通用型教案）

丛书主编：严治理　黄俊葵
马捡虎　刘芳芳

延边教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

鼎尖教案：人教版．九年级数学．上/唐益才，祝福胜主编．—延吉：延边教育出版社，2008.5

ISBN 978-7-5437-7145-1

Ⅰ．鼎… Ⅱ．①唐… ②祝… Ⅲ．数学课—教案（教育）—初中 Ⅳ．G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 070705 号

□ **本册主编**：唐益才　祝福胜
□ **副 主 编**：文曙光
□ **编　　著**：鲍光辉　王玉金　郑祖伟　杜宝春　季光霞　胡　健
尹成虎　曹广瑞　田大海　王洪杰　张　宁　许如恒
□ **责任编辑**：李洪弼
□ **法律顾问**：北京陈鹰律师事务所（010-64970501）

与 *人教版* 义务教育课程标准实验教科书同步

《鼎尖教案》　九年级数学上

出版发行：延边教育出版社
地　　址：吉林省延吉市友谊路 363 号（133000）
北京市海淀区苏州街 18 号院长远天地 4 号楼 A1 座 1003（100080）
网　　址：http://www.topedu.org
电　　话：0433-2913975　010-82608550
传　　真：0433-2913971　010-82608856
排　　版：北京鼎尖雷射图文设计有限公司
印　　刷：大厂书文印刷有限公司
开　　本：890×1240　16 开本
印　　张：27.25
字　　数：1 030 千字
版　　次：2008 年 5 月第 1 版
印　　次：2008 年 5 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5437-7145-1
定　　价：55.00 元

前言

国家新课程改革的教学观，强调教学目标的全面性和具体化，强调学习方式、教学活动方式的多样化，强调学习的选择性。要适应新课程教学改革的要求，提倡自主、探索与合作的学习方式，使学生在教师指导下主动地、富有个性和创造性地学习，就必须坚持教学模式的多样化。

教学模式的多样化是新课程实施的重要途径，也为教学模式的多样化研究提供了有利的理论和实践环境。教学模式的多样化，要求教师必须在准确把握教学目标、教学内容、师生情况、运用条件和评价体系特点的前提下，利用和发挥自身特长、体现自身特色，采用相应的教学模式。

《鼎尖教案》系列丛书，是依托延边教育出版社多年教案出版经验和资源优势，由近百名教辅研究专家精心策划的一套教案丛书。书中的教学案例，大都是在全国范围内广泛征集的优秀作品，是全国一线特高级教师经验智慧的结晶，代表着当前教学改革方向和最高水平，堪称精品。

丛书以“教学模式多样化”为基本原则，通过科学合理的设计，克服了以往教案类产品无法解决的教学模式单一的问题，对于推进新课程改革具有很强的指导意义，是广大教师教学的参考和帮手，其主要特点如下：

○ **工具性** 突出实用性、系统性、工具性、资料性，汇集教学教案、重难点知识讲解、类题（题型）讲解、规律方法总结、知识体系构建、训练题库等内容，为教师提供融课堂教学、钻研教材、课后辅导、习题编选于一体的全息资源库。

○ **选择性** 体现教学模式多样化原则，对同一知识体系的教授和解读方式，提供两种教学形式和教学思路，展示两种解决问题的方法，搭建动态开放的资源平台。教师可根据学生特点和教学习惯自由选择组合，形成多种教学模式。

○ **系统性** 创新教案编写模式，内容包括教材教案、教辅教案、习题教案三个板块，为教师提供教学模式多样化的全方位系统解决之道，教师得到的不仅是新授课的教案，更有复习课、训练讲评等内容的教案。同时注重教师用书与学生用书的配套互补功能，同步推出配套学案，方便教师教学。

教学模式开发和应用的过程，是一个随着教育理论和教学实践不断发展的双向的动态的过程，在探索教学模式多样化的过程中，按照“学习—实践—评价—创新—构建”的思路，我们将不断探索和创新更多的教学模式。同时感谢在本书编写和教案征集中，为我们提供帮助和支持的广大教师，也希望有更多的人能够参与进来，与我们共同探索实现教学模式多样化的思路和办法。

北京世纪鼎尖教育研究中心

教材教案

- **教学目标**
  - 知识与技能
  - 过程与方法
  - 情感、态度与价值观
- **重点难点**
  - 重点
  - 难点
- **案例一、二(以课时为单位)**
  - 教学过程
  - 板书设计
  - 教学反思(随机设置)

教辅教案

- **案例一　课时详解(以课时为单位)**
  - 课堂导入
  - 课前自主学习
  - 课堂合作探究
    - 情景激疑
    - 知识点归纳
    - 典例剖析
  - 概括整合
- **案例二　精析精练(以节为单位)**
  - 课堂合作探究
    - 重点难点突破
    - 典型例题分析
  - 规律方法总结
- **定时巩固检测**
  - 基础训练
  - 能力提升

习题教案

- **案例一　同步练习(以课时为单位)**
- **案例二　一课3练(以节为单位)**
  - 轻松入门
  - 快乐晋阶
  - 拓展探究

单元末

- **单元概括整合**
  - 单元复习课
  - 单元测试卷

体例表解

<table>
<tr><th colspan="4">主要栏目名称</th><th>栏目设计功能</th><th>栏目使用建议</th></tr>
<tr><td rowspan="8">教材教案</td><td rowspan="3">[教学目标]</td><td colspan="2">[知识与技能]</td><td rowspan="3">依据教材和课程标准，让学生了解本课时的“三维目标”</td><td rowspan="8">两套案例体现了不同的教学思路和技巧，教师可根据自己的授课模式，自主选择一种教学案例，师生互动，完成教学</td></tr>
<tr><td colspan="2">[过程与方法]</td></tr>
<tr><td colspan="2">[情感、态度与价值观]</td></tr>
<tr><td rowspan="2">[重点难点]</td><td colspan="2">[重点]</td><td rowspan="2">帮助教师、学生准确把握教材的深广度，明确本课时学习的重点、难点</td></tr>
<tr><td colspan="2">[难点]</td></tr>
<tr><td rowspan="3">案例一
案例二
（以课时为单位）</td><td colspan="2">[教学过程]</td><td>体现情景设置、师生互动等课堂教学思路，既给教师以启发，又不束缚教师的创造性</td></tr>
<tr><td colspan="2">[板书设计]</td><td>直观、清晰地呈现本课时的主要内容</td></tr>
<tr><td colspan="2">[教学反思]（机动）</td><td>对教学方法和教学过程的反思，提出改进设想</td></tr>
<tr><td rowspan="10">教辅教案</td><td rowspan="6">案例一
课时详解
（以课时为单位）</td><td colspan="2">[课堂导入]</td><td>激发学生学习兴趣，导入本课内容</td><td rowspan="2">学生课前自主完成</td></tr>
<tr><td colspan="2">[课前自主学习]</td><td>引导学生自学课本内容，培养自主学习能力</td></tr>
<tr><td rowspan="3">[课堂合作探究]</td><td>[情景激疑]</td><td>提供课堂讨论材料，学生思考归纳出知识点</td><td rowspan="7">可供教师授课，学生自主学习时使用</td></tr>
<tr><td>[知识点归纳]</td><td>通过情景激疑的讨论引出知识点内容，按知识分块讲解，各个击破</td></tr>
<tr><td>[典例剖析]</td><td>通过例题讲解、变式练习，理解、巩固知识点</td></tr>
<tr><td colspan="2">[概括整合]</td><td>将本课时主要内容总结归纳，帮助学生形成知识网络</td></tr>
<tr><td rowspan="3">案例二
精析精练
（以节为单位）</td><td rowspan="2">[课堂合作探究]</td><td>[重点难点突破]</td><td>对本节重点和难点知识进行详细全面讲解，按知识层次整体突破</td></tr>
<tr><td>[典型例题分析]</td><td>通过例题讲解、变式练习，理解、巩固知识点内容</td></tr>
<tr><td colspan="2">[规律方法总结]</td><td>将本节主要规律、方法总结归纳，帮助学生形成知识网络</td></tr>
<tr><td colspan="3">[定时巩固检测]</td><td>通过强化训练，巩固所学知识</td><td>教师可安排学生课堂集中检测和学生课后自主完成相结合</td></tr>
<tr><td rowspan="2">习题教案</td><td colspan="3">案例一　同步练习（以课时为单位）</td><td>用习题让学生对本课时所学知识进行检测</td><td rowspan="2">教师可安排学生课堂集中检测和学生课后自主完成相结合</td></tr>
<tr><td colspan="3">案例二　一课3练（以节为单位）</td><td>将习题划分为“轻松入门——快乐晋阶——拓展探究”，让学生对本节所学知识分层次进行检测</td></tr>
<tr><td rowspan="2">单元末</td><td rowspan="2">[单元概括整合]</td><td colspan="2">[单元复习课]</td><td>通过例题分析导入，归纳总结知识规律或解题方法，提高解题能力</td><td>教师指导学生对本章内容进行回顾</td></tr>
<tr><td colspan="2">[单元测试卷]</td><td>以测试卷的形式对本章学习效果进行检测</td><td>教师安排学生课堂集中检测，或者学生课后自主完成</td></tr>
</table>

CONTENTS 目录

目录 CONTENTS

CONTENTS 目录

目录 CONTENTS

CONTENTS 目录

附录　个性化学案模式说明

第21章 二次根式

21.1 二次根式(1课时)

第一教案 **教材教案**

教学目标

☞知识与技能

(1)理解二次根式的概念.

(2)理解二次根式的基本性质.

☞过程与方法

(1)经历观察、比较、总结二次根式的基本性质的过程,发展学生的归纳概括能力.

(2)通过对二次根式的概念和性质的探究,提高数学探究能力和归纳表达能力.

☞情感、态度与价值观

经历观察、比较、总结和应用等数学活动,感受数学活动充满了探索性和创造性,体验发现的快乐,并提高应用的意识.

重点 难点

☞重点

二次根式的概念和性质.

☞难点

二次根式的基本性质的灵活应用.

案例(一)

教学过程

教学环节	教学内容	教师活动	学生活动	设计意图
情境引入	(学生活动)请同学们独立完成下列2个问题: 问题1:已知反比例函数 $y=\frac{3}{x}$,那么在第一象限内,它的图象上横、纵坐标相等的点的坐标是________. 问题2:在直角三角形 ABC 中,$AC=3$,$BC=1$,$\angle C=90^\circ$,那么 AB 边的长是________.	出示问题,可提示所用知识点(第一象限的点横、纵坐标相等,勾股定理). 引导学生发现和总结式子的特点.	学生观察、分析. 思考、计算,体会结果特点.	创设问题情景,引导学生回忆,并巩固所学知识.
自主探究	探究1 二次根式的概念 形如 $\sqrt{a}(a\geq0)$ 的式子叫做二次根式. 说明:二次根式必须具备以下特点: (1)有二次根号;(2)被开方数不能小于0.	让学生举出二次根式的几个例子,并判断 $\sqrt{-5}$,$\sqrt{a}$ $(a<0)$,$\sqrt[3]{a}$,$\sqrt{-a}(a<0)$ 是不是二次根式.	学生充分思考,互相交流.学生代表回答问题,尝试归纳.	让学生亲自动手,进行实验、探究、得出结论,激发学生的求知欲望.
	探究2 二次根式的基本性质 问题1 $(\sqrt{a})^2(a\geq0)$ 等于什么?说说你的理由并举例验证. 问题2 当 $a\geq0$ 时,$\sqrt{a^2}$ 等于什么?说说你的理由并举例验证. 提问: (1)$0=(\sqrt{0})^2$ 对不对? (2)$-5=(\sqrt{-5})^2$ 对不对?如果不对,错在哪里? (3)$\sqrt{7^2}=7$ 吗? (4)$\sqrt{(-6)^2}=-6$ 对不对?如果不对,错在哪里?	让学生回答并适当加以鼓励. 以上两个问题的结论就是基本性质,特别是 $(\sqrt{a})^2=a$ $(a\geq0)$ 可以当公式使用,直接应用于计算.反过来,把 $(\sqrt{a})^2=a(a\geq0)$ 写成 $a=(\sqrt{a})^2(a\geq0)$ 的形式,这说明:任何一个非负数 a 都可以写成一个数的平方的形式. 让学生明白在 $\sqrt{a^2}=a$ 中 $a\geq0$ 的重要作用.	学生充分思考,互相交流.学生代表回答问题,尝试归纳. 概括为:$\sqrt{a}(a\geq0)$ 表示非负数 a 的算术平方根,也就是说 $\sqrt{a}$ $(a\geq0)$ 是一个非负数,即 $\sqrt{a}\geq0(a\geq0)$. 让学生小组讨论或自主探索得出结论: ① $(\sqrt{a})^2=a(a\geq0)$. ② $\sqrt{a^2}=a(a\geq0)$.	学生在教师引导下主动学习并积极思考相关问题.

续表

教学环节	教学内容	教师活动	学生活动	设计意图
自主探究	探究3　例题分析 教材第5页例1 教材第6页例2 教材第7页例3	教师巡视全班,对有困难的学生加以点拨指导,对学生交流及反馈情况加以总结并引导学生得出结论.	学生思考,探索交流,并尝试解题,养成良好的分析问题、解决问题的习惯.	学生在教师引导下主动学习并积极思考相关问题,并作出概括. 进行变式训练,发散学生思维.
	探究4　代数式的意义 回顾所学式子,如:$m+n$, ab,$\sqrt{2}$,πr^2,$\sqrt{a}$($a\geqslant0$),$2x-5y$,…它们有什么共同的特点?与式子$a+b=b+a$,$x-5\geqslant1$有什么不同? 下列各式中,指出哪些不是代数式? ① $3>2$,②$\frac{1}{2}-\frac{a}{b}$,③$3x+9\neq0$,④m,⑤x^3-y^2,⑥$2x+4y=8$.	教师提问,点拨,帮助学生分析,总结. 理解代数式是由运算符号连接而成的,注意单独的一个数或字母也是代数式.	学生观察,思考,讨论,交流.正确判断是否是代数式.	通过实例对知识加以应用,培养学生解决问题的能力.
优化训练	课堂练习 教材第7页练习1,2	组织学生练习,教师巡回辅导,对于重点问题进行强化、点拨方法、总结规律,对于共性问题,做好补救. 对于好的方法要加以鼓励表扬.	学生独立完成练习后,集体交流评价. 写出解答过程,体会方法,形成规律. 获得成功体验.	培养学生的应用意识和能力.
总结提高	本节课应掌握:1.式子$\sqrt{a}$($a\geqslant0$)叫做二次根式,被开方数(式)必须大于等于零. 2.$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant0)$和$\sqrt{a^2}=a(a\geqslant0)$及其运用.	教师在学生总结后,进行补充,帮助学生形成知识网络.	学生归纳、总结发言,体会、反思.	加强教学反思,帮助学生养成系统整理知识的习惯.
	作业:教材第8页习题21.1第1,2,3题.	教师布置,分层要求.	学生按要求课外完成.	加深认识、深化提高、形成体系.

板书设计

二次根式

一、情境引入
二、自主探究
探究1　二次根式的概念
探究2　二次根式的基本性质
探究3　例题分析
例1
例2
例3
探究4　代数式的意义
三、优化训练
四、总结提高

案例（二）

教学过程

教学内容	师生行为	设计意图
活动一 题目见教材第4页“思考”栏目 (1)所填的结果有什么特点？ (2)平方根的性质是什么？ (3)什么叫做二次根式？ 教科书第5页例1 教材第5页“思考”栏目	老师适时点拨提示. 学生思考讨论、解决思考题及例题.	由实际问题入手，激发学生的兴趣.注重新旧知识的连贯性.
活动二 问题：请比较$\sqrt{a}$与0的大小.	学生可能马上反映到$\sqrt{a}>0$，部分学生能得出$\sqrt{a}\geqslant 0$这一正确结论. 教师应关注： 学生是否想到二次根式有意义的条件，即$a\geqslant 0$； 学生能否分$a>0$和$a=0$两种情况讨论. 引导学生得出结论$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$是非负数.	通过这一活动的设计，提高学生对所学知识的迁移能力和应用意识；培养学生的分类讨论的思想和归纳概括的能力.
活动三 (1)教材第6页探究一及例2，你发现了什么结论？ (2)教材第6页探究二及例3，你发现了什么结论？ (3)$\sqrt{a^2}$与$(\sqrt{a})^2$有什么关系？	学生完成(1)(2)，总结两组题目的特点，找出结论并完成例题.师适时提示点拨. 师引导完成(3)，总结一般性的结论. 学生通过练习，加深对结论的理解.	由具体的正数和0入手来研究二次根式的性质，引导学生由具体到抽象，得出一般性的结论，并发现开平方运算和平方运算的关系和内在联系. 培养学生由特殊到一般的认识过程，观察对比的能力，提高归纳、总结的能力.
活动四 举例说明什么叫做代数式？ 代数式的书写格式需要注意什么？	教师引导.通过举例指出书写格式(特别是乘除法的书写格式). 学生对注意事项要引起重视，以后书写要正确.	通过引导学生自主、合作、探究，培养学生严谨的态度.通过练习，帮助学生熟练掌握书写格式，使学生养成良好的学习习惯.
活动五：师生小结 1.本节课你学到了什么知识？你有什么认识？ 2.$\sqrt{a^2}$与$(\sqrt{a})^2$有什么联系和区别？ 布置作业： 教材第8页习题21.1第1、2、3、4题.	学生总结发言，相互补充. 教师点评，总结方法. 学生按要求课外完成.	学生共同总结，调动他们的主动参与意识，互相取长补短，再一次突出本节课的学习重点，掌握解题方法. 学生完成作业，教师能及时发现问题并反馈学生的学习情况，以便于查漏补缺，优化课堂教学.

板书设计

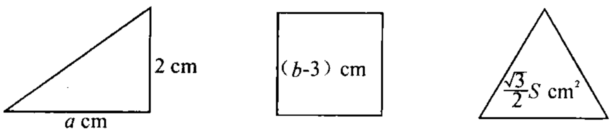
二次根式		
一、讨论教材第4页“思考”栏目 二、比较$\sqrt{a}$与0的大小	三、讨论教材第6页“探究”内容及例题 四、研究代数式	五、师生小结

第二教案 **教辅教案**

案例(一)——课时详解

课堂导入

根据下图所示的直角三角形、正方形和等边三角形的条件，完成以下填空：



直角三角形的斜边长是__________；

正方形的边长是__________；

等边三角形的边长是__________.

写出上面在实际情境中表示算术平方根的式子.

问:你认为所得的各代数式的共同特点是什么?

课前自主学习

1. 一般地,我们把形如__________的式子叫做二次根式.
2. $(\sqrt{a})^2=$________$(a\geqslant 0)$.
3. $\sqrt{a^2}=$________$(a\geqslant 0)$.
4. 用基本运算符号(包括______、______、______、______、______、______)把______和______连接起来的式子,叫做代数式.

答案 1.$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$ 2.a 3.a 4.加 减 乘 除 乘方 开方 数 表示数的字母

课堂合作探究

知识点一 二次根式的定义

情景激疑

$\sqrt{a}$不一定是二次根式,想一想,为什么?

知识点归纳

一般地,式子$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$叫做二次根式.

注意 判断一个式子是不是二次根式,一定要紧扣定义,看所给的式子是否同时具备二次根式的两个特征:

①带二次根号“$\sqrt{\ }$”;

②被开方数不小于零.

只有同时满足这两个特征,它就是二次根式;否则,不满足其中任何一个特征,它就不是二次根式.

典例剖析

【例1】 找出下列各式:$\sqrt[3]{8}$,$\sqrt[3]{-27}$,$\sqrt{(-4)}$,$\sqrt[4]{a^2}$,$\sqrt{4}$,$\sqrt{a^2+2a+1}$,$\sqrt{2a-1}\left(a<\frac{1}{2}\right)$,$\sqrt{a^2+2}$中的二次根式

解析 本题考查二次根式的定义,解题思路是根据二次根式的定义去判断.

答案 ∵$\sqrt[3]{8}$,$\sqrt[3]{-27}$,$\sqrt[4]{a^2}$的根指数不是2,

∴它们不是二次根式.

∵在$\sqrt{(-4)}$中,被开方数$-4<0$,

∴$\sqrt{(-4)}$不是二次根式.

∵在$\sqrt{2a-1}$中的被开方数$2a-1$小于0,

∴$\sqrt{2a-1}$不是二次根式.

∵在$\sqrt{4}$中,被开方数$4>0$,

∴$\sqrt{4}$是二次根式.

∵在$\sqrt{a^2+2a+1}=\sqrt{(a+1)^2}$中被开方数$(a+1)^2\geqslant 0$,

∴$\sqrt{a^2+2a+1}$是二次根式.

∵在$\sqrt{a^2+2}$中被开方数$a^2+2>0$,

∴$\sqrt{a^2+2}$是二次根式.

点拨 本题的易错点是忽视二次根式中被开方数是非负数的隐含条件,注意这个隐含条件是本题的解题关键.

【变式训练1】 x为何值时,下列各式在实数范围内有意义.

(1)$\sqrt{2x+3}$;(2)$\sqrt{\frac{3}{2x-1}}$;(3)$\frac{2}{1-\sqrt{x}}$.

解析 由定义:式子$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$叫做二次根式,可知:被开方数a的取值必须是非负数;对于分数形式的代数式,要注意字母所取的值不能使分母为零.

答案 (1)$2x+3\geqslant 0$,即$x\geqslant -\frac{3}{2}$.

∴当$x\geqslant -\frac{3}{2}$时,$\sqrt{2x+3}$有意义.

(2)由$\frac{3}{2x-1}\geqslant 0$,需要$2x-1>0$,得$x>\frac{1}{2}$.

∴当$x>\frac{1}{2}$时,式子$\sqrt{\frac{3}{2x-1}}$有意义.

(3)由$\begin{cases}x\geqslant 0,\\1-\sqrt{x}\neq 0\end{cases}$得$x\geqslant 0$且$x\neq 1$.

∴当$x\geqslant 0$且$x\neq 1$时,式子$\frac{2}{1-\sqrt{x}}$有意义.

点拨 求解二次根式中字母的范围一定要注意的是根号下整体大于等于零,不要忘记等于零,还需要注意其他因素的影响.

知识点二 二次根式的性质

情景激疑

(1)$(\sqrt{a})^2$一定等于a吗?

(2)$\sqrt{a^2}$一定等于a吗?

知识点归纳

我们知道,正数a有两个平方根,分别记作$\sqrt{a}$和$-\sqrt{a}$,零的平方根是零.其中$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$就是一个非负数a的算术平方根.将符号“$\sqrt{\ }$”看作开平方求算术平方根的运算,将$(\ \ )^2$看作一个数进行平方的运算,而开平方运算和平方运算是互逆运算,因而有:

(1)$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$

这里需要注意的是公式成立的条件是$a\geqslant 0$.

(2) $\sqrt{a^2}=a(a\geqslant0)$

二次根式$\sqrt{a^2}$的实质是一个非负数的平方幂的算术平方根，所以，当$a\geqslant0$时，$\sqrt{a^2}=a$.

典例剖析

【例2】 计算：

(1)$\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$；(2)$\left(\frac{2}{3}\sqrt{5}\right)^2$；(3)$\sqrt{25}$；(4)$\sqrt{(-3)^2}$.

解析 利用性质$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant0)$，$\sqrt{a^2}=a(a\geqslant0)$来化简，注意被开方数的底数符号.

答案 (1)$\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2=\frac{1}{2}$；

(2)$\left(\frac{2}{3}\sqrt{5}\right)^2=\left(\frac{2}{3}\right)^2\times(\sqrt{5})^2=\frac{20}{9}$；

(3)$\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$；

(4)$\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{3^2}=3$.

点拨 (1)本题的易错点是第(2)小题的前面的系数不平方，错成$\left(\frac{2}{3}\sqrt{5}\right)^2=\frac{2}{3}\times(\sqrt{5})^2=\frac{10}{9}$；

(2)使用性质$\sqrt{a^2}=a(a\geqslant0)$化简二次根式时，一定要注意$a$的符号，否则很容易出错，如$\sqrt{(-3)^2}=-3$.

【变式训练2】 下列各式中计算正确的是 ( )

A. $-\sqrt{(-6)^2}=-6$　　B. $\sqrt{(-3)^2}=-3$

C. $\sqrt{(-16)^2}=\pm16$　　D. $-\left(-\sqrt{\frac{16}{25}}\right)^2=\frac{16}{25}$

答案 A

【变式训练3】 计算：

(1)$\sqrt{(0.5)^2}$；(2)$\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2$；(3)$\left(-\frac{3}{2}\sqrt{2}\right)^2$.

答案 (1)$\sqrt{(0.5)^2}=0.5$；

(2)$\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2=\frac{3}{5}$；

(3)$\left(-\frac{3}{2}\sqrt{2}\right)^2=\left(-\frac{3}{2}\right)^2\times(\sqrt{2})^2=\frac{9}{4}\times2=\frac{9}{2}$.

知识点三　代数式

知识点归纳

代数式是用运算符号连接而成的式子，式子中不能出现“$=$、$\neq$、$\geqslant$、$\leqslant$、$<$、$>$”，这也是判断是否是代数式的依据.

典例剖析

【例3】 判断下列各式是否是代数式，对的打“√”，错的打“×”.

(1)$5\times(-7a)$ ( )

(2)$\frac{x^2}{mn}-\sqrt{2a}$ ( )

(3)$2x+3y=7$ ( )

(4)0 ( )

(5)$7+4>24\div8$ ( )

解析 判断的依据是式子中是否是用“$+$、$-$、$\times$、$\div$、乘方、开方”连接.

答案 (1)√；(2)√；(3)×；(4)√；(5)×.

点拨 (4)单独的一个数或字母也是代数式，(3)中含有等号，(5)中含有大于号，所以它们不是代数式.

【变式训练4】 下列各式中，是代数式的有 ( )

a，$1+2$，$a+b=b+a$，$\frac{6a}{5b}$，$\sqrt{2}-\sqrt{2}$，$3mn\cdot5pq$，$a\geqslant0$

A. 2个　B. 3个　C. 4个　D. 5个

答案 D

概括·整合

(1)二次根式的概念，在$\sqrt{a}(a\geqslant0)$中要加深对$a\geqslant0$的理解，即对二次根式有意义的条件的理解；

(2)二次根式的性质及应用，要熟练掌握公式$\sqrt{a^2}=a(a\geqslant0)$和$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant0)$.

案例(二)——精析精练

课堂合作探究

重点难点突破

知识点一　二次根式的定义

对于二次根式的理解，是指被开方数为非负数，而不是其中的字母为非负数. 为了求出使二次根式有意义的字母的取值范围，只需解一个一元一次不等式(组)即可.

知识点二　二次根式的性质

(1)$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant0)$. 利用这个公式，我们可以计算二次根式$\sqrt{a}$的平方或者说把$(\sqrt{a})^2$化简成$a$.

(2)$a=(\sqrt{a})^2(a\geqslant0)$. 利用这个公式，我们可以把一个非负数$a$写成一个二次根式$\sqrt{a}$的平方，以进行在实数范围内的分解因式.

典型例题分析

题型1　二次根式的意义

【例1】 下列式子，哪些是二次根式，哪些不是二次根式：$\sqrt{2}$、$\sqrt[3]{3}$、$\frac{1}{x}$、$\sqrt{x}(x>0)$、$\sqrt{0}$、$\sqrt[4]{2}$、$-\sqrt{2}$、$\frac{1}{x+y}$、$\sqrt{x+y}(x\geqslant0,y\geqslant0)$.

解析 二次根式应满足两个条件：第一，有二次根号“$\sqrt{\ }$”；第二，被开方数是正数或0.

答案 二次根式有：$\sqrt{2}$、$\sqrt{x}(x>0)$、$\sqrt{0}$、$-\sqrt{2}$、$\sqrt{x+y}(x\geqslant0,y\geqslant0)$；不是二次根式的有：$\sqrt[3]{3}$、$\frac{1}{x}$、$\sqrt[4]{2}$、$\frac{1}{x+y}$.

【例2】 当x是多少时，$\sqrt{3x-1}$在实数范围内有意义？

解析 由二次根式的定义可知，被开方数一定要大于或等于0，所以$3x-1\geqslant0$，$\sqrt{3x-1}$才能有意义.

答案 由$3x-1\geqslant0$，得$x\geqslant\frac{1}{3}$.

当$x\geqslant\frac{1}{3}$时，$\sqrt{3x-1}$在实数范围内有意义.

【例3】 若$a=\sqrt{b-5}+\sqrt{5-b}+2$，求$a+b$的平方根.

解析 由二次根式的意义知$b-5\geqslant0$且$5-b\geqslant0$.

答案 因为$\sqrt{b-5}$和$\sqrt{5-b}$都是二次根式，

所以$b-5\geqslant0$①，且$5-b\geqslant0$②.

由①得$b\geqslant5$，由②得$b\leqslant5$，

所以$b=5$，所以$a=2$.

故$a+b$的平方根是$\pm\sqrt{7}$.

题型2 二次根式的性质及应用

【例4】 计算：

(1)$\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2$；(2)$(3\sqrt{5})^2$；(3)$\left(\sqrt{\frac{5}{6}}\right)^2$；(4)$\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2$.

解析 我们可以直接利用$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant0)$的结论解题.

答案 (1)$\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2=\frac{3}{2}$；

(2)$(3\sqrt{5})^2=3^2\cdot(\sqrt{5})^2=3^2\cdot5=45$；

(3)$\left(\sqrt{\frac{5}{6}}\right)^2=\frac{5}{6}$；

(4)$\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2=\frac{(\sqrt{7})^2}{2^2}=\frac{7}{4}$.

【例5】 化简：

(1)$\sqrt{9}$；(2)$\sqrt{(-4)^2}$；(3)$\sqrt{25}$；(4)$\sqrt{(-3)^2}$.

解析 因为(1)$9=3^2$，(2)$(-4)^2=4^2$，(3)$25=5^2$，(4)$(-3)^2=3^2$，所以都可运用$\sqrt{a^2}=a(a\geqslant0)$去化简.

答案 (1)$\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$；

(2)$\sqrt{(-4)^2}=\sqrt{4^2}=4$；

(3)$\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$；

(4)$\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{3^2}=3$.

【例6】 在实数范围内分解因式：

(1)x^2-2；(2)$5-4a^2$.

解析 如果在有理数范围内以上两个多项式均不能再进行分解，但是这里要求是在实数范围内分解，所以可根据公式$a=(\sqrt{a})^2(a\geqslant0)$，将2和5分别化成$(\sqrt{2})^2$和$(\sqrt{5})^2$，从而将原多项式化成了平方差的形式，再根据平方差公式进行分解即可.

答案 (1)$x^2-2=x^2-(\sqrt{2})^2=(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$；

(2)$5-4a^2=(\sqrt{5})^2-(2a)^2=(\sqrt{5}-2a)(\sqrt{5}+2a)$.

点拨 解此题的关键是对一个非负数，能将它写成有一个数的算术平方根的平方幂的形式.

【例7】 已知：$\sqrt{x+y-2}+\sqrt{3-x}=0$，求$x$，$y$.

解析 因为$\sqrt{x+y-2}$表示的是一个数的算术平方根，

所以$\sqrt{x+y-2}\geqslant0$.

又因为$\sqrt{3-x}$也表示的是一个数的算术平方根，

所以$\sqrt{3-x}\geqslant0$.

因为$\sqrt{x+y-2}+\sqrt{3-x}=0$，

所以可断定$\sqrt{x+y-2}=0$，$\sqrt{3-x}=0$.

即$x+y-2=0$，$3-x=0$. 由此联立方程组可求解.

答案 ∵$\sqrt{x+y-2}+\sqrt{3-x}=0$，

$\sqrt{x+y-2}\geqslant0$，$\sqrt{3-x}\geqslant0$，

所以$\sqrt{x+y-2}=0$，$\sqrt{3-x}=0$.

即$x+y-2=0$，$3-x=0$.

由此可得：$\begin{cases}x+y-2=0,\\3-x=0,\end{cases}$

所以$\begin{cases}x=3,\\y=-1.\end{cases}$

点拨 一个非负数的算术平方根仍是一个非负数，两个非负数的和为零，必有每个非负数都为零，这是解此类题的基本规律，要牢记.

规律 方法 总结

(1)对于二次根式$\sqrt{a}$，有两个“非负”：第一，根据二次根式的定义：式子$\sqrt{a}(a\geqslant0)$叫做二次根式，可以知道$a\geqslant0$；第二，根据算术平方根的定义，可以知道$\sqrt{a}\geqslant0$. 弄清这两个“非负”，才能顺利地学习二次根式的化简和计算，但是许多同学在学习的时候往往忽视这两点，造成解题错误，因此，我们在学习时必须抓住以下两点：

①二次根式中被开方数(或被开方式的值)必须是非负数，这是二次根式有意义的条件，也是进行二次根式运算的前提，如公式$(\sqrt{a})^2=a$，仅当$a\geqslant0$时成立；

②二次根式$\sqrt{a}$的值为非负数，是一种常见的隐含条件.

(2)二次根式$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant0)$的逆用是分解因式的关键.

定时 巩固 检测

基础训练

1. 如果$\sqrt{2-x}$是二次根式，则x的取值范围是________.

【答案】 $x\leqslant2$

2. 式子$\sqrt{2}$，$\sqrt{-3}$，$\sqrt{x^2+1}$，$\sqrt{\frac{1}{x}}(x>0)$，$\sqrt{a^2}(a<0)$中，是二次根式的是________.

【答案】 $\sqrt{2}$，$\sqrt{x^2+1}$，$\sqrt{\frac{1}{x}}(x>0)$，$\sqrt{a^2}(a<0)$.

3. 当m________时，式子$\frac{\sqrt{3-m}}{m+4}$有意义.

【答案】 $m\leqslant3$且$m\neq-4$.（点拨：被开方数$3-m\geqslant0$，分母$m+4\neq0$，解之即可.）

4. 计算：(1)$\left(\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2=$________；

(2)$(-8\sqrt{6})^2=$________；

(3)$\sqrt{(3-\sqrt{3})^2}=$________；

(4)$\sqrt{(\pi-3.1416)^2}=$________.

【答案】 (1)$\frac{2}{7}$；(2)384；(3)$3-\sqrt{3}$；(4)$3.1416-\pi$.

5. 下列各式一定是二次根式的是　(　　)

A. $\sqrt{x+1}$　　B. $\sqrt[3]{9m}$

C. $\sqrt{x^2+0.1}$　　D. $\sqrt{-a^2-1}$

【答案】 C(点拨:A. $x<-1$ 时 $x+1<0$,$\sqrt{x+1}$不是二次根式;B. $\sqrt[3]{9m}$是三次根式;C. $x^2\geqslant 0$,则 $x^2+0.1$ 是正数,故选 C;D. $-a^2-1$ 一定是负数.)

6. 在式子 $a-\sqrt{1-2a+a^2}$中,若 $a=5$,则该式子的值为　(　　)

A. -1　　B. 1　　C. 9　　D. 11

【答案】 B(点拨:$a-\sqrt{1-2a+a^2}=a-\sqrt{(1-a)^2}=a-(a-1)=1$;也可以把 $a=5$ 直接代入原式,则原式$=5-\sqrt{16}=5-4=1$.)

能力提升

7. 若$\sqrt{\frac{a}{b}}$是二次根式,则 a,b 应满足的条件是　(　　)

A. a、b 均为非负数　　B. $a\geqslant 0$ 且 $b>0$

C. $\frac{a}{b}>0$　　D. $\frac{a}{b}\geqslant 0$

【答案】 D

8. 化简式子 $\sqrt{(x-y)^2}+\sqrt{(y-x)^2}$ 的结果在九(2)班展开了激烈的争议:

甲的结果是 0,理由是:原式$=x-y+y-x=0$.

乙的结果是 $2y-2x$,理由是:原式$=y-x+y-x=2y-2x$.

丙的结果是 $2x-2y$,理由是:由第一个式子知 $x\geqslant y$,在这个条件下化简 $\sqrt{(y-x)^2}=x-y$,故原式$=x-y+x-y=2x-2y$.

丁的结果是:当 $x\geqslant y$ 时,结果为 $2x-2y$;当 $y\geqslant x$ 时,结果为 $2y-2x$.

你认为正确的答案是　(　　)

A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

【答案】 D

9. 计算:

(1)$\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$;

(2)$-(-2\sqrt{5})^2$;

(3)$\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}$;

(4)$-\sqrt{(x^2+5)^2}$.

【答案】 (1)$\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2=\frac{1}{2}$;

(2)$-(-2\sqrt{5})^2=-(-2)^2\cdot(\sqrt{5})^2=-20$;

(3)$\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{2}{3}$;

(4)$-\sqrt{(x^2+5)^2}=-(x^2+5)=-x^2-5$.

10. 在实数范围内分解因式:

(1)x^4-4;

(2)$x^2-2\sqrt{3}x+3$;

(3)$a^3b^2-5ab^2$.

【答案】 (1)$x^4-4=(x^2+2)(x^2-2)=(x^2+2)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$;

(2)$x^2-2\sqrt{3}x+3=(x-\sqrt{3})^2$;

(3)$a^3b^2-5ab^2=ab^2(a+\sqrt{5})(a-\sqrt{5})$.

11. 已知 $y=\frac{1}{2}+\sqrt{2x-1}+\sqrt{1-2x}$,求 x^2+xy+y^2 的值.

【答案】 ∵ $\sqrt{2x-1}$与$\sqrt{1-2x}$都是二次根式,

∴$2x-1\geqslant 0$,　①

且 $1-2x\geqslant 0$.　②

由①得 $x\geqslant\frac{1}{2}$,由②得 $x\leqslant\frac{1}{2}$.

∴$x=\frac{1}{2}$.∴$y=\frac{1}{2}$.

∴$x^2+xy+y^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$.

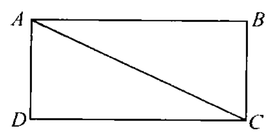
12. 已知:x,y 均为实数,且满足$|1+x|-(1-y)\sqrt{y-1}=0$,求 $x^{2\,008}+y^{2\,008}$的值.

【答案】 由题意,得$|1+x|+(y-1)\sqrt{y-1}=0$.

∴$1+x=0$,$y-1=0$,解得 $x=-1$,$y=1$,

∴$x^{2\,008}+y^{2\,008}=(-1)^{2\,008}+1^{2\,008}=2$.

13. 如下图,一块长方形绿地,如果绿地长 $AB=40$ m,宽 $BC=20$ m,求 AC 两点间的距离是多少?



【答案】 由勾股定理得

$AB^2+BC^2=AC^2$,

∴$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{40^2+20^2}=20\sqrt{5}$(m).

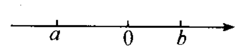
14. (2007·武汉)在函数 $y=\sqrt{x-1}$中,x 的取值范围是　(　　)

A. $x\geqslant -1$　　B. $x\neq 1$

C. $x\geqslant 1$　　D. $x\leqslant 1$

【答案】 C

15. 实数 a、b 在数轴上对应点的位置如图所示,化简$|a-b|-(\sqrt{-a})^2$.



【答案】 由数轴可知:$a<0$,$b>0$.

∴$a-b<0$,$-a>0$,

∴$|a-b|-(\sqrt{-a})^2=b-a-(-a)=b$.

16. 已知$-1<a\leqslant 1$,在实数范围内有意义的式子是　(　　)

A. $\sqrt{\frac{1-a}{a+1}}$　　B. $\sqrt{\frac{a-1}{a+1}}$

C. $\sqrt{-a^2}$　　D. $\sqrt{1-\frac{1}{a}}$

【答案】 A