

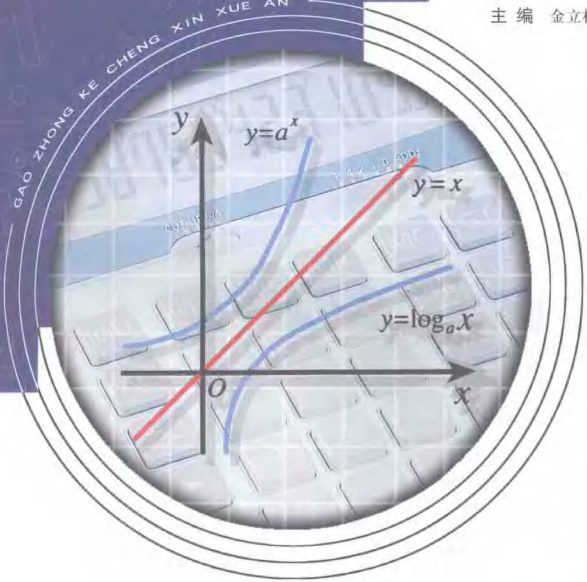
高中课程新学案  
SHUXUE

# 数学

必修1  
必修2

主 编 金立村 郭允远

GAO ZHONG KE CHENG XIN XUE AN



明天出版社  
TOMORROW PUBLISHING HOUSE

G 高中课程新学案  
GAO ZHONG KE CHENG XIN XUE AN

# 数 学

必修 1、2

主 编：金立村 郭允远  
副主编：王子成 李建国  
编 者：李建国 齐文贵 孙玉成 王子成 王立法  
许春恒 刘 杰 孙钦明 刘群山 王中贵  
耿爱军 许永忠 徐帮利 孙玉霞 汤会禄  
程学余 田宝运 李成国 张宪海 李浩业

# G 高中课程新学案

GAO ZHONG KE CHENG XIN XUE AN

## 编委会名单

主任:葛晓光

副主任:金立村 陈为词 陈中杰 宋玉柱

委员:朱成广 庞云龙 郭允远 崔广进 冯连奎 刘成坤

李子恩 傅石灵 张西河 相炜 张伟

高中课程新学案

数学

(必修1、2)

\*

明天出版社出版

(济南经九路胜利大街39号)

<http://www.sdpress.com.cn>

<http://www.tomorrowpub.com>

山东省新华书店发行 山东新华印刷厂临沂厂印刷

\*

889×1194毫米 16开本 13印张 562千字

2007年8月第1版 2008年8月第2版第2次印刷

ISBN 978-7-5332-5484-1

定价:10.40元

如有印装质量问题,请与印刷厂调换。

(电话:0539—2925659)

# G 高中课程新学案

GAO ZHONG KE CHENG XIN XUE AN

## 前言

为适应基础教育课程改革的要求,推进高中教学改革的深入发展,进一步提高教学效率和质量,使教师的教与学生的学、教学内容与教学过程、知识传授与发展能力等,在课堂教学这一时空内的结合更加科学、和谐、完美,我们在充分搞好调查研究,总结高中学校教改经验的基础上,组织优秀骨干教师和教研人员,编写了《高中课程新学案》,供学生使用。

编写和使用《新学案》的直接目的,是为了推进课堂教学真正实现教的方式和学的方式的转变,进一步还学生以学习主人地位,更多地给学生以动手、动脑、动口的时间和空间,帮助学生打牢基础,发展能力,减轻负担,提高效率。

《新学案》高一、二年级本按教材顺序和新授课特点编写,高中三年级本按教材和高考考试大纲要求编写,原则上 1—2 课时一个学案,每个学案分“学海导航”、“学习探究”、“自我测评”和“拓展提高”四个部分(答案另附),旨在帮助学生明确学习目标,优化学习过程,以学案提供的栏目和问题为线索,理解、掌握和巩固教材的基础知识,并在自我测评和拓展提高的实战练习中发展能力。与其他资料相比,《新学案》的突出特点是:汇集群智,体例创新;以生为本,以学立意;着眼基础,适当超越。这既符合素质教育的要求,也符合高中生参加高考选拔的需要。

《新学案》是近几年高中教学改革的一项新成果,是广大教师集体智慧的结晶,它的使用,必将对中学教学模式的转变和教学质量的提高产生积极的影响。但由于它是新事物,限于我们的认知水平,必定还会有不足和缺陷,恳请广大师生提出宝贵意见和建议。

编者

2008 年 7 月

# 目 录

必修 1	
第一章 集合与函数概念 .....	(1)
1.1.1 集合的含义与表示 .....	(1)
1.1.2 集合间的基本关系 .....	(5)
1.1.3 集合的基本运算 .....	(7)
集合小结 .....	(11)
1.2.1 函数的概念 .....	(13)
1.2.2 函数的表示法 .....	(17)
函数及其表示小结 .....	(21)
1.3.1 单调性与最大(小)值 .....	(23)
1.3.2 奇偶性 .....	(29)
1.4 一次函数的图象和性质 .....	(33)
1.5.1 二次函数的图象和性质 .....	(35)
1.5.2 二次函数解析式和最值 .....	(37)
函数基本性质小结 .....	(39)
第一章 集合与函数概念检测题 .....	(41)
第二章 基本初等函数(I) .....	(43)
2.1.1 指数与指数幂的运算 .....	(43)
2.1.2 指数函数及其性质 .....	(49)
指数函数小结 .....	(55)
2.2.1 对数与对数的运算 .....	(57)
2.2.2 对数函数及其性质 .....	(63)
对数函数小结 .....	(69)
2.3 幂函数 .....	(72)
第二章 基本初等函数(I)小结 .....	(76)
第二章 基本初等函数(I)检测题 .....	(78)
第三章 函数的应用 .....	(80)
3.1.1 方程的根与函数的零点 .....	(80)
3.1.2 用二分法求方程的近似解 .....	(82)
3.2.1 几类不同增长的函数模型 .....	(86)
3.2.2 函数模型的应用实例 .....	(90)
第三章 函数的应用小结 .....	(96)
第三章 函数的应用检测题 .....	(98)
必修 1 综合测试题 .....	(100)
必修 2	
第一章 空间几何体 .....	(104)
1.1 空间几何体的结构 .....	(104)
1.2.1 中心投影与平行投影 .....	(107)
1.2.2 空间几何体的三视图 .....	(107)
1.2.3 空间几何体的直观图 .....	(109)
1.3.1 柱体、锥体、台体的表面积与体积 .....	(111)
1.3.2 球的体积和表面积 .....	(115)
第一章 空间几何体小结 .....	(117)
第一章 空间几何体检测题 .....	(119)
第二章 点、直线、平面之间的位置关系 .....	(122)
2.1.1 平面 .....	(122)
2.1.2 空间中直线与直线之间的位置关系 .....	(124)
2.1.3 空间中直线与平面之间的位置关系 .....	(126)
2.1.4 平面与平面之间的位置关系 .....	(128)
2.2.1 直线与平面平行的判定 .....	(130)
2.2.2 平面与平面平行的判定 .....	(132)
2.2.3 直线与平面平行的性质 .....	(132)
2.2.4 平面与平面平行的性质 .....	(134)
2.3.1 直线与平面垂直的判定 .....	(136)
2.3.2 平面与平面垂直的判定 .....	(138)
2.3.3 直线与平面垂直的性质 .....	(140)
2.3.4 平面与平面垂直的性质 .....	(142)
第二章 点、直线、平面之间的位置关系小结 .....	(144)
第二章 点、直线、平面之间的位置关系检测题 .....	(146)
第三章 直线与方程 .....	(146)
3.1.1 倾斜角与斜率 .....	(146)
3.1.2 两条直线平行与垂直的判定 .....	(150)
3.2.1 直线的点斜式方程 .....	(152)
3.2.2 直线的两点式方程 .....	(156)
3.2.3 直线的一般式方程 .....	(158)
3.3.1 两条直线的交点坐标 .....	(160)
3.3.2 两点间的距离 .....	(162)
3.3.3 点到直线的距离 .....	(164)
3.3.4 两条平行直线间的距离 .....	(166)
对称问题 .....	(168)
第三章 直线与方程小结 .....	(170)
第三章 直线与方程检测题 .....	(172)
第四章 圆与方程 .....	(172)
4.1.1 圆的标准方程 .....	(174)
4.1.2 圆的一般方程 .....	(176)
圆的方程小结 .....	(178)
4.2.1 直线与圆的位置关系 .....	(182)
4.2.2 圆与圆的位置关系 .....	(184)
4.2.3 直线与圆的方程的应用 .....	(186)
直线、圆的位置关系小结 .....	(188)
4.3.1 空间直角坐标系 .....	(190)
4.3.2 空间两点间的距离公式 .....	(192)
第四章 圆与方程小结 .....	(194)
第四章 圆与方程检测题 .....	(197)
必修 2 综合测试题 .....	(201)
必修 1.2 综合测试题 .....	(201)

## 必修1

## 第一章 集合与函数概念

## § 1.1.1 集合的含义与表示

(第一课时)



【知识要点】 1. 集合的含义与表示; 2. 元素与集合的“属于”关系。

【学习要求】 1. 通过实例了解集合含义; 2. 体会元素与集合的“属于”关系。



## 【要点分析】

1. 集合是一组确定的对象的全体. 集合常用英文大写字母  $A, B, C, \dots$  表示. 集合中的对象称为元素, 常用英文小写字母表示.

2. “ $a \in A$ ”读作“ $a$  属于  $A$ ”, 表示元素  $a$  是集合  $A$  中的元素; “ $a \notin A$ ”读作“ $a$  不属于  $A$ ”, 表示元素  $a$  不是集合  $A$  中的元素.

3. 集合中的元素具有确定性、互异性、无序性.

## 【例题分析】

例1 考察下列每组对象能否构成一个集合.

①美丽的小鸟; ②不超过20的非负数; ③立方接近零的正数; ④直角坐标系中, 第一象限内的点; ⑤3,  $x, x^2$  三个实数.

例2 下列关系是否正确?

①  $0 \in \mathbf{N}^+$ ,      ②  $-\frac{3}{2} \in \mathbf{Q}$ ,

③  $\pi \in \mathbf{Q}$ ,      ④  $0 \in \mathbf{N}$ ,

⑤  $\sqrt{2} \in \mathbf{R}$ ,      ⑥  $-3 \in \mathbf{Z}$ ,

⑦  $0 \in \mathbf{Z}$ ,      ⑧  $0.9 \in \mathbf{R}$ .

例3 已知  $A = \{m, m^2 + 1, 1\}$ , 求  $m$  的取值范围.



## A组

1. 下列各条件中能构成集合的是( ).

- (A) 世界著名科学家  
(B) 在数轴上与原点非常近的点  
(C) 所有等腰三角形  
(D) 全班成绩好的同学

2. 已知集合  $S$  中三个元素  $a, b, c$  是  $\triangle ABC$  的三边长, 那么  $\triangle ABC$  一定不是( ).

- (A) 锐角三角形 (B) 直角三角形  
(C) 钝角三角形 (D) 等腰三角形

3. 给出下列三个关系:  $\sqrt{3} \in \mathbf{R}, 0.5 \notin \mathbf{Q}, 0 \in \mathbf{N}$ , 其中正确的个数是( )个.

- (A) 0 (B) 1  
(C) 2 (D) 3

4. 下列三个结论:

- ①集合  $\mathbf{N}$  中最小的数是 1; ②  $-a \in \mathbf{N}$  则  $a \in \mathbf{N}$ ;  
③  $a \in \mathbf{N}, b \in \mathbf{N}$ , 则  $a+b$  最小值是 2.

其中正确结论的个数是( ).

- (A) 0 (B) 1  
(C) 2 (D) 3

5. 用符号  $\in$  或  $\notin$  填空.

0  $\underline{\hspace{1cm}}$   $\mathbf{N}$ ; 1  $\underline{\hspace{1cm}}$   $\mathbf{N}$ ;  $-2 \underline{\hspace{1cm}}$   $\mathbf{Q}$ ;

$\sqrt{2} \underline{\hspace{1cm}}$   $\mathbf{Q}$ ; 3  $\underline{\hspace{1cm}}$   $\mathbf{R}$ ; 2  $\underline{\hspace{1cm}}$   $\mathbf{N}$ .

6. 若  $x^2 \in \{0, 1, x\}$ , 则实数  $x$  的值可以是

7. 判断下列说法是否正确, 并说明理由.

(1) 学校中的年轻教师组成一个集合;

(2) 由数  $1, \frac{3}{2}, \frac{6}{4}, 1 - \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$  组成的集合中有 5 个元素;

(3) 由  $a, b, c$  组成的集合与由  $b, a, c$  组成的集合是同一个集合.

B 组

8. 已知  $A = \{a+2, (a+1)^2, a^2+3a+3\}$ , 且  $1 \in A$ , 求实数  $a$  的值.

9. 集合  $M = \{m \in \mathbf{N} \mid 8-m \in \mathbf{N}\}$  中元素的个数有多少? 请一一列举出来.



### 拓展提高

1. 考查对象能否构成一个集合, 就是要看是否有一个确定的特征 (或标准), 能确定一个个体是否属于这个总体, 如果有, 能构成集合, 如果没有, 就不能构成集合.

2. 确定集合中的元素就是要求出集合中的元素, 很多情况就是通过条件, 找出元素所满足的条件, 求出该元素的“值”, 从而求出集合.

(临沂一中 李建国)



## § 1.1.1 集合的含义与表示

(第二课时)



## 学海导航

**【知识要点】** 1. 集合表示方法; 2. 感受集合语言的意义和作用.

**【学习要求】** 1. 能选择自然语言、图形语言、集合语言来描述不同的具体问题; 2. 感受集合语言的意义和作用.



## 学习探究

**【要点分析】**

1. 表示集合的方法:

①列举法: 优点是可以明确集合中具体元素及元素个数. 常用来表示有限集或有特殊规律的无限集. 列举法来表示无限集时, 必须把元素间的规律表示清楚后才能用省略号.

②描述法: 用描述法表示集合时, 大括号内竖线前面的部分为集合的代表元, 竖线后面的部分表示代表元满足的条件.

③图设法: 即 Venn 图, 可将集合中的元素形象直观地表示出来.

2. 对某一个具体的集合而言, 其表示方法不一定是唯一的, 如  $|x| \leq 1$  是自然数中三个最小的完全平方数, 还可以表示为  $\{0, 1, 4\}$ . 方法的选择要因题而异: 自然语言描述法便于理解, 但有时叙述麻烦; 列举法清楚直观, 但元素较多或无限时, 往往又不易表达; 用符号语言描述形式简单, 但有时不易找到表达式. 因此, 在学习中要灵活掌握.

3. 对于集合问题, 首先要弄明白的一点就是集合中的元素究竟是什么, 这一点非常重要却又很容易被忽略, 如  $\{y|y=x^2\}$  与  $\{x|y=x^2\}$  是两个集合, 前者是函数  $y=x^2$  的值域, 后者是函数的定义域.

**【例题分析】**

例1 用列举法表示下列集合:

(1) 方程组  $\begin{cases} 2x+y=0, \\ x-y+3=0 \end{cases}$  的解的集合;

(2)  $\{(x, y) | x+y=5, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$ ;

(3) 已知  $M = \{0, 2, 3, 7\}$ ,  $P = \{x | x = ab, a, b \in M, a \neq b\}$ , 写出集合  $P$ .

分析: 弄清本题是什么类型的集合, 如何表示该集合, 里面的元素是什么.

例2 用描述法表示下列集合:

(1) 所有正奇数组成的集合;

(2) 由2与3的所有公倍数组成的集合.

分析: 弄清集合中的元素及怎样用数学或文字语言描述出它们的共性.

例3 用适当的方法表示下列集合:

(1) 由大于5小于9的所有自然数组成的集合;

(2) 由方程  $x^2 - 1 = 0$  的解组成的集合;

(3) 被3除余1的正整数集合;

(4) 不等式  $x - 3 > 2$  的解的集合.

分析: 根据表示集合的元素的特点选择适当方法. 集合表示方法一般要符合最简原则.



## 自我测评

## A组

1. 下列集合表示法正确的是( ).

(A)  $\{1, 2, 2\}$  (B)  $\{全体实数\}$

(C)  $\{有理数\}$  (D)  $\{2x - 5 > 0\}$



2. 集合  $\{x \in \mathbf{N} | x < 5\}$  的另一种表示法是( ).

- (A)  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$       (B)  $\{1, 2, 3, 4\}$   
 (C)  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$       (D)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

3. 由大于  $-3$  且小于  $11$  的偶数组成的集合是( ).

- (A)  $\{x | -3 < x < 11, x \in \mathbf{Q}\}$   
 (B)  $\{x | -3 < x < 11\}$   
 (C)  $\{x | -3 < x < 11, x = 2k, k \in \mathbf{N}\}$   
 (D)  $\{x | -3 < x < 11, x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$

4. 集合  $M = \{(x, y) | xy > 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$  是指( ).

- (A) 第一象限内的点集  
 (B) 第三象限内的点集  
 (C) 第一、三象限内的点集  
 (D) 第二、四象限内的点集

5. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

- (1)  $2\sqrt{3}$  \_\_\_\_\_  $\{x | x < \sqrt{11}\}$ ;  
 (2)  $3$  \_\_\_\_\_  $\{x | x = n^2 + 1, n \in \mathbf{N}\}$ ;  
 (3)  $(-1, 1)$  \_\_\_\_\_  $\{y | y = x^2\}$ ;  
 (4)  $(1, 2)$  \_\_\_\_\_  $\{(x, y) | y = x + 1\}$ .

6. 用列举法表示下列集合:

- (1)  $A = \{x | x^2 = 4\}$ ;  
 (2)  $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 1 \text{ 且 } x \leq 3\}$ ;  
 (3) 不大于  $6$  的非负整数所组成的集合;

(4) 方程组  $\begin{cases} x + y = 0, \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$  的解的集合.

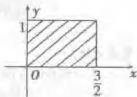
7. 用描述法表示下列集合:

- (1) 所有正偶数组成的集合;  
 (2) 由  $3$  与  $4$  的所有公倍数组成的集合.

B 组

8. 已知集合  $A = \{x | \frac{15}{5-x} \in \mathbf{N}, x \in \mathbf{Z}\}$ , 用列举法表示集合  $A$ .

9. 用描述法表示下图中阴影部分(含边界)的点的坐标构成的集合.



### 拓展提高

1. 在认识集合时,应从两方面着手:①元素是什么?②确定集合的条件是什么?表示集合与采用的字母无关.

2. 数学语言的交流是数学素质的一个重要方面.数学语言的三种形式(文字语言、符号语言、图形语言)各有特点,各有适用场合,我们在平时的学习中应重视这种语言形态间的互译.

(临沂一中 李建国)



## §1.1.2 集合间的基本关系



**【知识要点】** 1. 集合间“包含”与“相等”关系的含义; 2. 识别给定集合子集; 3. 全集与空集的含义.

**【学习要求】** 1. 理解集合间“包含”与“相等”的含义; 2. 能识别给定集合子集; 3. 在具体情境中, 了解全集与空集的含义.

**【要点分析】**

1. 子集的概念: (1) “ $A$  是  $B$  的子集”的含义是:  $A$  的任意一个元素都是  $B$  的元素, 即由任意  $x \in A$ , 能推出  $x \in B$ . (2) 当  $A$  不是  $B$  的子集时, 我们记作“ $A \not\subseteq B$ ” (或  $B \not\supseteq A$ ), 读作“ $A$  不包含于  $B$ ” (或  $B$  不包含  $A$ ). (3) 任何一个集合都是它的自身的子集, 记作  $A \subseteq A$ . (4) 空集是任何集合的子集, 即对任何一个集合  $A$ , 都有  $\emptyset \subseteq A$ ; 空集是任何非空集的真子集, 即对任何一个非空集合  $B$ , 有  $\emptyset \subsetneq B$ . (5) 子集和真子集定义都具有传递性, 即  $A \subseteq B$  且  $B \subseteq C$  则  $A \subseteq C$ .

2. 真子集: (1)  $A \subseteq B$  且  $A \neq B$  则  $A \subsetneq B$ . (2)  $\emptyset$  是任意非空集合的真子集.

3. 集合相等:  $A = B \Leftrightarrow A \subseteq B$  且  $A \supseteq B$ .

4. 空集: 不含任何元素的集合.  $\{0\}$  中只有一个元素 0, 即  $0 \in \{0\}$ ,  $\{\emptyset\}$  是含有一个元素  $\emptyset$  的集合.

5. 两集合间关系: 用“ $\subseteq$ ,  $\supseteq$ ,  $\subset$ ,  $\supset$ ,  $\subsetneq$ ,  $\supsetneq$ ”等符号连结.

**【例题分析】**

**例1** 写出集合  $\{a, b, c\}$  的所有子集, 并指出哪些是真子集.

**分析:** 根据子集、真子集的定义求解.

**例2** 已知  $\{1, 2\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$ , 写出所有的集合  $A$ .

**分析:** 集合  $A$  是含有 1, 2 在内的二元集合或三元集合, 且满足  $A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$ .

**例3** 已知集合  $A = \{2, x, y\}$ ,  $B = \{2x, 2, y^2\}$ , 且  $A = B$ , 求  $x, y$  的值.

**分析:** 由  $A = B$  可得  $\begin{cases} y = 2x, \\ y = y^2 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x = y^2, \\ y = 2x \end{cases}$ . 解后要验证  $x \neq y \neq 2, 2x \neq y^2 \neq 2$ .

**A 组**

1. 若  $A \subseteq B$ ,  $A \subseteq C$ , 且  $B = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  $C = \{0, 2, 4, 5\}$ , 则满足上述条件的集合  $A$  可以是 ( ).

- (A)  $\{0, 1\}$  (B)  $\{0, 3\}$   
(C)  $\{2, 4\}$  (D)  $\{0, 2\}$

2. 若集合  $M = \{x | x \leq 6\}$ ,  $a = \sqrt{5}$ , 则下列结论中正确的是 ( ).

- (A)  $\{a\} \subsetneq M$  (B)  $a \subsetneq M$   
(C)  $\{a\} \in M$  (D)  $a \in M$

3. 设  $A = \{x | -1 < x < 0\}$ ,  $B = \{x | x < 2 \text{ 或 } x > 3\}$ , 则 ( ).

- (A)  $A \in B$  (B)  $B \in A$   
(C)  $A \subseteq B$  (D)  $B \subseteq A$

4. 集合 $\{a, b\}$ 的子集有( ).

- (A) 1个 (B) 2个  
(C) 3个 (D) 4个

5. 已知 $A = \{\text{菱形}\}$ ,  $B = \{\text{正方形}\}$ ,  $C = \{\text{平行四边形}\}$ , 则 $A, B, C$ 之间的关系是\_\_\_\_\_.

6. 下列六种关系中正确的是\_\_\_\_\_.

- ① $a \subseteq |a|$ ,      ② $\emptyset \subseteq |a|$ ,  
③ $|a| \in |a, b|$ ,    ④ $|a| \subseteq |a|$ ,  
⑤ $\emptyset \in |a, b|$ ,    ⑥ $a \in |a, b|$ .

7. 满足条件 $|1| \subseteq B \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 $B$ 有\_\_\_\_\_个.

8. 已知 $P = \{x, y, 1\}$ ,  $Q = \{x^2, xy, x\}$ , 且 $P = Q$ , 求 $x, y$ 的值.

(A) 4 (B) 5

(C) 7 (D) 31

11. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 4 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ ,  
 $B = \{x | (x+1)(x^2 + 3x - 4) = 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 又 $A \not\subseteq P \subseteq B$ , 求满足条件的集合 $P$ .

### B组

9. 数集 $X = \{2n+1 | n \in \mathbf{Z}\}$ 与数集 $Y = \{4k \pm 1 | k \in \mathbf{Z}\}$ 之间的关系是( ).

- (A)  $X \subseteq Y$  (B)  $X \not\subseteq Y$   
(C)  $X = Y$  (D)  $X \in Y$

10. 已知非空集合 $P$ 满足: ① $P \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,

②若 $a \in P$ , 则 $(6-a) \in P$ , 符合上述条件的 $P$ 的个数是( ).



### 拓展提高

1. 子集(包含真子集)是描述两个集合关系的概念. 集合 $A$ 是集合 $B$ 的子集的本质是: 集合 $A$ 的任何一个元素都是 $B$ 的元素, 无论是有限集还是无限集, 只要是 $A$ 的元素一定是 $B$ 的元素.

2. 特别注意:  $\emptyset$ 是任何集合的子集, 是任何非空集合的真子集.

3. 对于集合的有关术语、符号要记准确, 善识别, 应用时要注意使用条件. 如集合 $\{y | y = x^2\}$ ,  $\{x | y = x^2\}$ ,  $\{(x, y) | y = x^2\}$ ,  $\{(x, y) | y = x^2, x \in \mathbf{Z}\}$ , 它们是互不相同的.

(临沂一中 李建国)

## § 1.1.3 集合的基本运算

(第一课时)



**【知识要点】** 1. 交集、并集的概念及含义; 2. 集合间的交集、并集的求法.

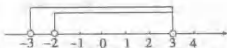
**【学习要求】** 1. 理解两个集合交集与并集的含义; 2. 会求两个简单集合的交集与并集; 3. 能使用 Venn 图表达集合的交与并的关系及运算, 体会直观图示对理解抽象概念的作用.

**【要点分析】**

1. 理解交集与并集的意义时, 可以把“ $\cap$ ”、“ $\cup$ ”看作是集合与集合间的运算符号, 交集和并集就是分别由两个集合和这两种运算符号结合而产生的第三个集合. 两种运算的相同点是: 由两个集合确定一个新的集合; 不同点是: 生成新集合的法则不同. 会运用 Venn 图表示两集合(或三个集合)的交集与并集, 并能利用图形进行计算或证明, 如:

符号	$A \cap B$	$A \cap B \cap C$	$A \cup B$	$A \cup B \cup C$
图形				

2. 会借助于数轴求出交集与并集. 如: 已知集合  $A = \{x \mid -2 < x < 3\}$ ,  $B = \{x \mid -3 < x < 3\}$ , 求  $A \cap B$  与  $A \cup B$ .



$\therefore A \cap B = \{x \mid -2 < x < 3\}$ ,  $A \cup B = \{x \mid -3 < x < 3\}$ .

**【例题分析】**

**例1** 设集合  $A = \{(x, y) \mid y = -4x + 6\}$ ,  $B = \{(x, y) \mid y = 5x - 3\}$ , 求  $A \cap B$ .

**分析:** 两个集合中的元素是数对(或说是点的坐

标), 求交集就是求方程组的解集.

**例2** 已知  $A = \{2, 4, a^2 - 2a + 3\}$ ,  $B = \{a + 1, a^2 - 4a + 2, a^2 - 3a + 4, a^2 - 5a + 3\}$ , 若  $A \cap B = \{2, 3\}$ , 求  $A \cup B$ .

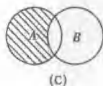
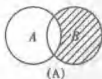
**分析:** 由  $A \cap B = \{2, 3\}$  知  $3 \in A$ ,  $\therefore a^2 - 2a + 3 = 3$ , 解得  $a$  值代入检验即可.

**A 组**

1. (2008 全国 II) 设集合  $M = \{m \in \mathbb{Z} \mid -3 < m < 2\}$ ,  $N = \{n \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq n \leq 3\}$ , 则  $M \cap N =$  ( ).

- (A)  $\{0, 1\}$  (B)  $\{-1, 0, 1\}$   
(C)  $\{0, 1, 2\}$  (D)  $\{-1, 0, 1, 2\}$

2.  $A, B$  是两个集合, 则集合  $\{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$  用阴影表示为( ).



3. 设集合  $A = \{x|x > -1\}$ ,  $B = \{x|-2 < x < 2\}$ , 则  $A \cup B =$  ( ).

- (A)  $\{x|x > -2\}$  (B)  $\{x|x > -1\}$   
(C)  $\{x|-2 < x < -1\}$  (D)  $\{x|-1 < x < 2\}$

4. 下面四个结论: ①若  $a \in (A \cup B)$ , 则  $a \in A$ ; ②若  $a \in (A \cap B)$ , 则  $a \in (A \cup B)$ ; ③若  $a \in A$ , 且  $a \in B$ , 则  $a \in (A \cap B)$ ; ④若  $A \cup B = A$ , 则  $A \cap B = B$ . 其中正确的个数为( ).

- (A)1 (B)2  
(C)3 (D)4

5. 已知  $A = \{x|x \text{ 是锐角三角形}\}$ ,  $B = \{x|x \text{ 是钝角三角形}\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_,  $A \cup B =$  \_\_\_\_\_.

6. 设  $A = \{x|1 \leq x \leq 3\}$ ,  $B = \{x|x < 0 \text{ 或 } x \geq 2\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_,  $A \cup B =$  \_\_\_\_\_.

7. 设  $A = \{x|x < -3 \text{ 或 } x > 3\}$ ,  $B = \{x|x < 1 \text{ 或 } x > 4\}$ , 求  $A \cup B$ .

8. 设  $A = \{(x, y) | 2x - y = 1\}$ ,  $B = \{(x, y) | 5x + y = 6\}$ , 求  $A \cap B$ .

## B组

9. 设  $A = \{x|-2 \leq x \leq 4\}$ ,  $B = \{x|x < a\}$ , 且  $A \cap B \neq \emptyset$ , 求  $a$  的取值范围.

10.  $A = \{x|-2 < x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$ ,  $B = \{x|a \leq x \leq b\}$ , 且  $A \cup B = \{x|x > -2\}$ ,  $A \cap B = \{x|1 < x \leq 3\}$ , 求  $a, b$  的值.



## 拓展提高

1. 用列举法写集合的并集时, 注意相同元素只能出现一次.

2. 求两个集合的交集或并集时, 要先看清两个集合中的元素是什么.

3. 形成借助 Venn 图、数轴解决集合问题的意识, 采用“数形结合”的思想方法去解题, 特别是一些字母的范围问题.

(临沂一中 李建国)

## § 1.1.3 集合的基本运算

(第二课时)



## 学海导航

【知识要点】 1. 给定集合中子集的补集的含义; 2. 求子集的补集; 3. 用 Venn 图表示集合关系及运算.

【学习要求】 1. 理解在给定集合中一个子集的补集的含义; 2. 会求子集的补集; 3. 能用 Venn 图表示集合关系; 4. 体会直观图对理解抽象概念的作用.

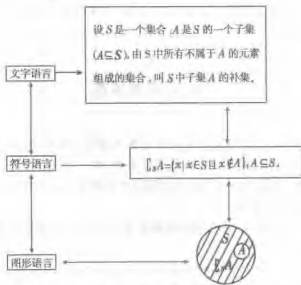


## 学习探究

## 【要点分析】

1. 理解全集概念时应注意: 全集是对于研究问题而言的一个相对概念, 它含有与所研究问题有关的所有集合的全部元素, 因此全集因研究问题而异. 例如: 在研究数集时, 常常把实数集看作全集. 在立体几何中, 三维空间是全集, 这时平面是全集的一个子集. 而在平面中, 整个平面又可看作是一个全集.

2. 会用数学的三种语言表示全集与补集.



3. 掌握关于补集的几个特殊性质.

$$\complement_S S = \emptyset, \complement_S \emptyset = S, \complement_S (\complement_S A) = A.$$

## 【例题分析】

例1 已知全集  $U = \{x | x \geq -3\}$ , 集合  $A = \{x | x > 1\}$ , 求  $A$  的补集  $\complement_U A$ .

分析: 可由数轴, 借助直观图形写出结果.

例2 已知全集  $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$ , 若  $A = \{b, 2\}$ ,  $\complement_U A = \{5\}$ , 求实数  $a$  和  $b$  的值.

分析: 由补集定义知:  $5 \notin A$ , 且  $5 \in U$ ,  $\therefore a^2 + 2a - 3 = 5$ , 且  $b = 3$ .

例3 设  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A = \{3, 4, 5\}$ ,  $B = \{4, 7, 8\}$ .

求  $\complement_U A$ ,  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ ,  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ .

分析: 画 Venn 图, 借助图形语言解决问题.

## 自我测评

## A组

1. 若集合  $M = \{0, 1\}$ ,  $I = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ , 则  $\complement_I M$  为( ).

- (A)  $\{0, 1\}$  (B)  $\{2, 3, 4, 5\}$   
(C)  $\{0, 2, 3, 4, 5\}$  (D)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

2. 第二十九届夏季奥林匹克运动会将于2008年8月8日在北京举行, 若集合  $A = \{ \text{参加北京奥运会比赛的运动员} \}$ , 集合  $B = \{ \text{参加北京奥运会比赛的男运动员} \}$ , 集合  $C = \{ \text{参加北京奥运会比赛的女运动员} \}$ , 则下列关系正确的是( ).

- (A)  $A \subseteq B$  (B)  $B \subseteq C$   
(C)  $A \cap B = C$  (D)  $B \cup C = A$

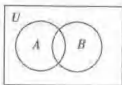
3. 设  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x | x < 2 \text{ 或 } x > 4\}$ , 则  $\complement_U A =$  ( ).

- (A)  $\{x | x < 2 \text{ 或 } x > 4\}$   
(B)  $\{x | 2 < x < 4\}$   
(C)  $\{x | 2 \leq x \leq 4\}$   
(D)  $\{x | x \geq 2 \text{ 或 } x \leq 4\}$

4. 设集合  $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  为全集, 集合  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ , 则  $(\complement_I A) \cup (\complement_I B) =$  ( ).

- (A)  $\{0\}$  (B)  $\{0, 1\}$   
(C)  $\{0, 1, 4\}$  (D)  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

5. 在下面图形中, 用阴影表示出集合  $A \cap (\complement_U B)$ .



6. 设集合  $S = \{ \text{三角形} \}$ ,  $A = \{ \text{直角三角形} \}$ , 则  $\complement_S A =$  \_\_\_\_\_.

7. 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $X = \{x | x \geq 0\}$ ,  $Y = \{y | y \geq 1\}$ , 则  $\complement_U X$  与  $\complement_U Y$  的包含关系是  $\complement_U X$  \_\_\_\_\_  $\complement_U Y$ .

8. 设全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $\complement_U A = \{5, 6\}$ , 则  $A =$  \_\_\_\_\_.

9. 设  $A = \{x | -4 < x < -\frac{1}{2}\}$ ,  $B = \{x | x \leq -4\}$ , 求  $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$ ,  $A \cup (\complement_{\mathbf{R}} B)$ .

10. 设全集  $U = \mathbf{Z}$ ,  $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $B = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$ , 求  $\complement_U A$ ,  $\complement_U B$ .

## B组

1. 设  $U$  为全集,  $M, N$  是  $U$  的两个子集, 用适当的符号填空:

- (1) 若  $M \subseteq N$ , 则  $\complement_U M$  \_\_\_\_\_  $\complement_U N$ ;  
(2) 若  $\complement_U M = N$ , 则  $M$  \_\_\_\_\_  $\complement_U N$ .

12. 设全集  $U = \{a | a < 10, a \in \mathbf{N}\}$ ,  $A, B$  是  $U$  的两个子集,  $A \cap B = \{2\}$ ,  $(\complement_U A) \cap B = \{4, 6, 8\}$ ,  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{1, 9\}$ , 则  $A =$  \_\_\_\_\_,  $B =$  \_\_\_\_\_.

## 拓展提高

1. 本节课的重点在于子集概念的正确理解. 求某一集合的补集的前提是明确全集, 同一集合在不同全集下补集是不同的, 补集和全集是两个相互依存不可分割的概念.

2. Venn 图或数轴是解较复杂的补集问题的有效工具.

3. 关于补集的一些结论:  $\complement_U (A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ ,  $\complement_U (A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ ,  $\complement_U U = \emptyset$ ,  $\complement_U \emptyset = U$ .

(临沂一中 李建国)

## 集合小结



**【知识要点】** 1. 基本概念:集合、空集、子集、交集、并集、全集、补集的概念;2. 基本关系:元素与集合间的关系,集合与集合间的关系;3. 应用:用一些术语及符号表示一些简单的集合等.

**【学习要求】** 1. 理解基本概念;2. 掌握基本关系;3. 掌握集合符号及有关术语,并能正确应用它们解决问题.

**【要点分析】**

1. 本单元在理解集合的基本概念与基本关系的基础上,要进一步掌握好集合间的运算(交、并、补),一般要把问题直观化,借助的工具主要是 Venn 图和数轴.

2. 本部分的知识结构图:

**【例题分析】**

**例1** 若全集  $I = \{x | x \leq 9, x \in \mathbb{N}\}$ ,  $M = \{1, 7, 8\}$ ,  $P = \{2, 3, 5, 7\}$ ,  $S = \{1, 4\}$ , 求  $(M \cup P) \cap (\complement_I S)$ .

分析: 先求  $M \cup P, \complement_I S$ , 再求结论.

**例2** 设  $a > 0, A = \{x | -\frac{1}{2} < x < 2a + \frac{1}{2}\}$ ,  $B = \{x | -2a < x < 2a\}$ , 求  $A \cap B$ .

分析: 对于含参数的问题, 对参数进行讨论.

**例3** 已知集合  $A = \{x | -4 \leq x \leq -2\}$ , 集合  $B = \{x | x - a \geq 0\}$ .

(1) 若  $A \subseteq B$ , 求  $a$  的取值范围;

(2) 若全集  $U = \mathbb{R}$ , 且  $A \subseteq \complement_U B$ , 求  $a$  的取值范围.

分析: 结合数轴求  $a$  的范围.



## 自我测评

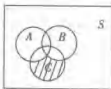
## A组

1. (2007 全国) 设集合  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ , 则  $C_U(A \cup B) = ( \quad )$ .

- (A)  $\{2\}$  (B)  $\{3\}$   
(C)  $\{1, 2, 4\}$  (D)  $\{1, 4\}$

2. 如图, 阴影部分表示的集合是( ).

- (A)  $A \cap (B \cap C)$   
(B)  $(C_U A) \cap (B \cap C)$   
(C)  $C_U C_U(A \cup B)$   
(D)  $C_U C_U(A \cap B)$



3. 若全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x | x < 1\}$ ,  $B = \{x | x > 0\}$ , 那么  $C_U(A \cup B)$  为( ).

- (A)  $\{0\}$  (B)  $\{0, 1\}$   
(C)  $\{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 1\}$  (D)  $\emptyset$

4. (2008 江西) 定义集合运算:  $A * B = \{z | z = xy, x \in A, y \in B\}$ , 设  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{0, 2\}$ , 则集合  $A * B$  的所有元素之和为( ).

- (A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 6

5. 满足  $\{1, 3\} \cup A = \{1, 3, 5\}$  的集合  $A$  的个数是

6. 满足  $M \cup N = \{a, b\}$  的集合  $M, N$  共有 \_\_\_\_\_ 组.

7. 已知集合  $P = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$ ,  $Q = \{x | k + 1 \leq x \leq 2k - 1\}$ , 求  $P \cap Q = \emptyset$  时, 实数  $k$  的取值范围.

8. 设全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x | 3m - 1 < x < 2m\}$ ,  $B = \{x | -1 < x < 3\}$ , 若  $C_U B \subseteq A$ , 求实数  $m$  的取值范围.

## B组

9. 设全集  $U, M, N$  是  $U$  的非空子集, 且  $C_U M \supseteq N$ , 则有( ).

- (A)  $M \subseteq C_U N$  (B)  $M \subseteq C_U N$   
(C)  $C_U M = C_U N$  (D)  $M = N$

10. 50 名学生参加跳远和铅球二项测试, 跳远和铅球测验成绩分别为及格 40 人和 31 人, 二项测验均不及格的有 4 人, 二项成绩都及格的人数是( ).

- (A) 35 (B) 25  
(C) 28 (D) 15

11. 设非空集合  $A = \{x | 2a + 1 \leq x \leq 3a - 5\}$ ,  $B = \{x | 3 \leq x \leq 22\}$ , 则能使  $A \subseteq (A \cap B)$  成立的  $a$  的集合为 \_\_\_\_\_.

12. 有 15 人进家电超市, 其中有 9 人买了电视, 有 7 人买了电脑, 两种均买了的有 3 人, 则这两种都没买的有 \_\_\_\_\_ 人.

## 拓展提高

1. 符号语言是集合知识的重要组成部分, 是进一步学好数学知识的基础.

2. Venn 图和数轴体现了数学的重要思想——数形结合思想的具体应用.

3. 对含有参数的问题要注意讨论, 这又是一种重要的数学思想——分类讨论的思想.

(临沂一中 李建国)