



WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社



相对论与相对论重力测量

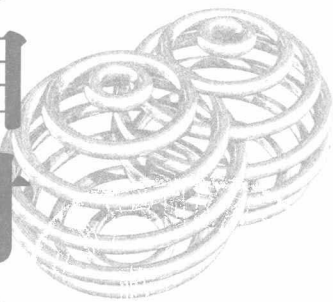
武
汉
大
学
学
术
丛
书

Academic Library

Wuhan University

申文斌
宁津生
晁定波
编著

相对论与相对论重力测量



武
汉
大
学
学
术
丛
书

Academic Library

Wuhan University

申文斌
宁津生
晁定波
编著



武汉大学出版社
WUHAN UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

相对论与相对论重力测量/申文斌,宁津生,晁定波编著. —武汉:武汉大学出版社,2008.12

武汉大学学术丛书

ISBN 978-7-307-06384-6

I. 相… II. ①申… ②宁… ③晁… III. ①相对论 ②相对重力测量 IV. O412.1 P223

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第078446号

责任编辑:王金龙 责任校对:程小宜 版式设计:支 笛

出版发行:武汉大学出版社 (430072 武昌 珞珈山)

(电子邮件: cbs22@whu.edu.cn 网址: www.wdp.com.cn)

印刷:武汉中远印务有限公司

开本:720×980 1/16 印张:21.5 字数:302千字 插页:3

版次:2008年12月第1版 2008年12月第1次印刷

ISBN 978-7-307-06384-6/O·387 定价:46.00元

版权所有,不得翻印;凡购我社的图书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请与当地图书销售部门联系调换。



申文斌

1960年10月生，新疆昌吉人；1996年获奥地利格拉茨技术大学博士学位；武汉大学教授、博士生导师、珞珈学者特聘教授；武汉大学测绘学院地球物理系主任，湖北省天文学会副理事长，湖北省地震学会理事，全国高等教育地球科学教学指导委员会委员，武汉大学学报信息科学版、大地测量与地球动力学、测绘科学等杂志的编委；主要从事物理大地测量、相对论大地测量及地球物理教学和研究；主持、参与了多项国家自然科学基金、国家863以及省部级科学技术发展基金项目；倡导学科之间的相互交叉融合发展理念，主张亲近自然、探索自然，推崇多学科、多方位、多元化合作研究；发表学术论文80余篇，合作出版专著、教材3部。



宁津生

1932年10月生，安徽桐城人；1956年毕业于上海同济大学测量系；武汉大学教授、博士生导师；中国工程院院士；全国高等学校测绘学科教学指导委员会主任，国家测绘局科学技术委员会委员，测绘学报编委，大百科全书总编委员，大辞海分科主编等；长期从事大地测量的教学和科研工作，主要研究方向是物理大地测量的理论与方法，包括地球形状、外部重力场及其模型等方面的研究；最先自主建立了我国阶次最高、精度最好的地球重力场模型；主持完成了多项国家自然科学基金、国家863计划和省部级科学技术项目，合作编著和翻译出版教材、专著14部，发表论文200余篇。



晁定波

1936年10月生，江西进贤人；1961年毕业于原武汉测绘学院天文大地测量系；武汉大学教授，博士生导师；1982~1984年赴美国俄亥俄州立大学大地测量科学系进修高等物理大地测量和空间大地测量并进行相关课题研究，1994年再次赴美国俄亥俄州立大学进行合作研究；长期从事地球物理大地测量、地球重力场逼近理论和方法的研究；负责完成了多项国家自然科学基金、国家攀登计划、国家863计划及国家测绘局测绘科技发展基金项目；发表学术论文100余篇，合作出版专著、教材11部。

内 容 提 要

本书着重阐述相对论基础以及相对论重力测量。

以历史发展为线索，以第一性原理为准则，以尽可能简明的陈述和逻辑推演，简述了大地测量发展史以及狭义相对论；基于流形概念引入了张量分析以及黎曼几何，阐述了广义相对论基础，讨论并阐述了支持广义相对论的三大经典实验检验以及建立相对论大地测量所需要的各类方程；以广义相对论为基础研究了地球重力场理论，特别探讨研究了与物理大地测量密切相关的重力测量问题；研究了相对论意义下的绝对重力测量和相对重力测量；阐述了相对论大地水准面以及等频大地水准面的概念，给出了利用频移法确定重力位差以及地球外部重力场的方法；阐述了相对论重力梯度测量原理；讨论了引力与惯性力的分离问题。

本书可作为理工科高年级本科生、研究生以及相关科研人员的参考书。

前 言

作为地球科学特别是地球物理学的一个分支，大地测量学具有非常重要的地位。空间技术的发展将大地测量学推向了新的历史舞台，相继诞生了卫星大地测量学、惯性大地测量学乃至更广义的空间大地测量学。

经典大地测量理论以欧几里得空间为背景，以牛顿时空观和经典物理学为基础。大地测量的重要基础之一是物理大地测量，或者说是重力测量理论。传统的重力测量理论以牛顿力学为基础，通称牛顿重力测量理论（简称重力测量）。当相对精度要求接近或高于 $10^{-8} \sim 10^{-9}$ 量级时，牛顿重力测量理论不再保持有效，需要用以广义相对论为基础的重力测量理论——相对论重力测量理论来代替。随着科学技术特别是空间观测技术的发展，观测量的精度越来越高，对许多待确定的量（如位置坐标、重力场、大地水准面等）的精度要求也随之提高。因此，基于时代发展所需，有必要建立相对论重力测量理论。理论往往会走在实践的前面，相对论重力测量也是如此。可以预见，在不久的将来，相对论重力测量将会得到广泛应用。

自 20 世纪 90 年代初，作者开始在相对论大地测量领域从事研

究工作, 研究内容涉及 GPS、VLBI 以及地球自转轴运动的相对论改正, 相对论大地水准面的定义, 等频大地水准面的定义及其应用, 引力与惯性力的分离等专题。随着时间的推移, 我们一直想建立一个完整的相对论大地测量体系。本书可以说是一个先导。

考虑到国内外尚没有系统阐述相对论大地测量的专著, 同时考虑到非物理专业的大部分读者不太熟悉相对论理论特别是广义相对论, 因此, 本书在回顾了大地测量发展简史之后, 首先介绍和评述了狭义相对论的实验基础, 并基于两条基本假设引出了狭义相对论, 进而以较大篇幅分析、陈述了基于流形观点的张量分析、黎曼几何、广义相对论的基础和基本理论及其实验检验。在此基础上, 详细阐述了相对论重力测量, 其中的不少内容是作者的原创性成果, 已发表在国内外核心刊物上。

在本书的撰写过程中, 注重历史进程及逻辑关系, 注重内在联系, 尽可能从“第一性原则”出发进行推演和陈述, 具有较强的独立性。科学本身在于追求, 追求过程在于简明, 简明的准则在于“第一性原则”。作为相对论大地测量的导引, 书中没有引入近代的关于相对论自身发展的研究成果。

本书的研究内容及成果得到了国家 863 计划 (No. 20060112Z211)、国家自然科学基金 (No. 40374004)、测绘遥感信息工程国家重点实验室基金、教育部留学回国基金 (2004—2005)、地球空间环境与大地测量教育部重点实验室基金 (2003—2005) 以及武汉大学留学回国人员启动基金 (2004) 的资助。书中的索引和插图是由韩建成博士协助完成的, 他还做了大量的文字处理、文献收集与整理工作, 在此表示感谢。长期以来, 相对论大地测量研究方向得到了陈俊勇院士、李德仁院士、刘经南院士、陶本藻教授、金标仁教授的大力支持, 在此深表谢意。同时, 感谢所有关心和支

持我们的同事、朋友以及学术同仁, 感谢武汉大学出版社。

本书的出版得到了武汉大学学术基金的资助, 特此致谢。

作者

2008 年元月于武汉

目 录

第1章 引 论	1
1.1 大地测量发展简史	2
1.1.1 欧几里得几何与大地测量学的兴起	2
1.1.2 牛顿力学与物理大地测量学	4
1.1.3 惯性大地测量与空间大地测量的兴起	16
1.2 相对论发展简史	16
1.2.1 光速恒定原理	16
1.2.2 相对性原理与狭义相对论	21
1.2.3 牛顿引力理论与等效原理	22
1.2.4 非欧几何	25
1.3 相对论大地测量概述	27
1.3.1 引言	27
1.3.2 相对论重力测量	28
1.3.3 相对论惯性大地测量	28
1.3.4 相对论参考系	29
1.3.5 相对论空间大地测量	29

第 2 章 狭义相对论导引	31
2.1 惯性定律、惯性参考系及伽利略相对性原理	31
2.2 两个基本假设	34
2.3 洛伦兹变换及推论	36
2.3.1 洛伦兹变换	36
2.3.2 时间膨胀及双生子佯谬	39
2.3.3 长度收缩	41
2.3.4 事件次序	42
2.4 洛伦兹变换的应用	44
2.4.1 速度变换	44
2.4.2 多普勒效应和光行差	46
2.4.3 惯性质量公式	50
2.4.4 质能公式	52
2.5 形式发展	53
2.5.1 闵可夫斯基空间	53
2.5.2 光速单位制	54
2.5.3 事件间隔	55
2.5.4 一般洛伦兹变换表示	56
2.6 相对论动力学	57
2.6.1 相对论力	57
2.6.2 能量和动量	58
2.7 矢量和张量	59
2.8 能量动量张量	64
2.9 粒子的自旋	67
第 3 章 广义相对论基础	72
3.1 等效原理	73
3.1.1 引力质量与惯性质量	73
3.1.2 等效原理的精确表述	74
3.1.3 度规张量与粒子在引力场中的运动	75
3.1.4 运动方程的牛顿极限	79

3.1.5	引力频移效应	81
3.1.6	广义协变原理	84
3.2	近代数学物理几何方法	86
3.2.1	拓扑空间	86
3.2.2	映射	88
3.2.3	流形与张量	90
3.2.4	张量代数	100
3.2.5	张量密度	104
3.2.6	导数算子与平行移动	105
3.2.7	仿射联络的变换	111
3.2.8	曲率与黎曼张量	114
3.2.9	测地线与测地线偏离方程	121
3.3	引力效应	125
3.3.1	对应原理	126
3.3.2	质点动力学	127
3.3.3	自旋运动方程	129
3.3.4	能量动量张量	131
3.3.5	引力、惯性力以及马赫原理	132
3.4	爱因斯坦场方程	134
3.5	几种常见的度规及应用	139
3.5.1	Schwarzschild 度规	140
3.5.2	Robertson 度规和 Kerr 度规	144
3.5.3	一般运动方程	145
3.5.4	光线偏转	148
3.5.5	粒子轨道的近点进动	153
3.5.6	时钟、量杆及引力行为	160
3.5.7	粒子自旋的进动效应	166
3.5.8	光传播的时间延迟效应	172
3.6	后牛顿近似及应用	175
3.6.1	后牛顿近似	175
3.6.2	质点和光子在后牛顿近似场中的运动方程	188

3.6.3	能量动量张量的计算	192
3.6.4	引力场与引力磁场	201
第4章	相对论重力测量	205
4.1	基本概念及度量标准	206
4.1.1	基本概念	206
4.1.2	时间标准	207
4.1.3	长度标准	209
4.1.4	研究方法	211
4.2	绝对重力测量和相对重力测量	212
4.2.1	引力与重力	212
4.2.2	绝对重力测量	222
4.2.3	相对重力测量	228
4.2.4	地球的质量	229
4.3	重力位与相对论大地水准面	237
4.3.1	重力位	237
4.3.2	相对论大地水准面的定义及注释	239
4.3.3	相对论大地水准面与经典大地水准面的差异	241
4.4	高程差以及地球外部重力场的确定	244
4.4.1	测定重力位差的重力频移法	244
4.4.2	大地水准面位常数的确定	247
4.4.3	利用频移观测量确定高程差的方法	253
4.4.4	用频移法确定地球外部重力场的方法	257
4.5	实现全球高程基准统一的方法	261
4.5.1	利用GPS信号确定重力位差的方法	261
4.5.2	GPS信号频移测量的误差源分析	262
4.5.3	多普勒频移消除法	263
4.5.4	全球高程基准的统一	269
4.6	轨道陀螺效应以及探测地球引力场精细结构的可能性	270
4.7	重力梯度测量	276
4.7.1	基本原理(牛顿框架)	276

4.7.2 引力与惯性力的分离问题	281
4.7.3 相对论重力梯度测量原理	285
附录 A 基本常数	291
A.1 物理常数	291
A.2 大地测量常数	294
参考文献	297
索 引	320

第 1 章

引 论

两千多年以前,毕达哥拉斯(Pythagoras)和亚里士多德(Aristotele, BC 384—BC 322)先后提出了地球是圆球的观点,随后被地理学家、数学家、大地测量学家埃拉托斯(Eratosthenes)证实。但亚里士多德关于自由落体的结论(较重的物体下落得快一些)却被 16 世纪的科学家伽利略(Galileo)推翻。三百多年以前,牛顿(Newton, 1687)提出了力学三大定律和万有引力定律,奠定了经典力学体系的基础,其中,牛顿关于地球的一个著名论断是:地球是两极略微扁平而赤道略微隆起的旋转椭球体。这一断言得到了大地测量学家实测结果的支持。经典力学体系是大地测量学的基础。然而,经典力学体系并不完善,它是对自然界物质的力学运动规律的近似描述。因此,更完善的描述需要以广义相对论为基础。当精度要求不高时,采用基于牛顿经典力学的大地测量学理论就足够了。当(相对)精度要求达到或高于 10^{-9} 量级时,就需要利用基于广义相对论的大地测量学理论,即相对论大地测量学。

1.1 大地测量发展简史

1.1.1 欧几里得几何与大地测量学的兴起

早在公元前 580—500 年,古希腊数学家、哲学家毕达哥拉斯就发现了著名的勾股定理:两个直角边的平方和等于斜边的平方。他还提出了地球为圆球的观点。后来,古希腊哲学家、科学家亚里士多德用物理方法进行了论证,支持毕达哥拉斯的观点。由于亚里士多德的权威性,地球为圆球的说法被普遍接受。

公元前 330—275 年,古希腊数学家欧几里得(Euclid)创立了几何学的公理体系,从尽可能少的公设出发推演几何图形间的各种关系。欧几里得在《几何原本》(共 13 卷)开卷中提出了 5 条公设:

(1) 直线与直线之交是点;

(2) 若一个圆的圆心落在第二个圆的圆周之上,而第一个圆的圆周上的一点落在第二个圆的圆周之内,则此两个圆必有两个交点;

(3) 相等的量加或减同一个量之后所得的诸量仍然相等;

(4) 若一个图形与另一个图形完全重合,则各个相应的量(边长、角度等)也相等,反之亦然;

(5) 若一直线与另外两条直线相交,且该直线同侧两内角之和小于 180° ,则当后两条直线无限延长时,必相交于两内角和小于 180° 之一侧。

对于上述 5 条公设,前 4 条是“显然”的,而第 5 条公设看起来不怎么明显。为此,历史上曾有不少数学家费尽心机企图证明第 5 条公设可以从前 4 条公设导出。虽然没有一个人成功,但却导致了非欧几何的诞生(详见 1.2.4 节)。根据欧几里得的 5 条公设,可以推演出整个欧几里得几何学。不难推测,正是由于欧几里得几何学的诞生,对于实际应用(如丈量土地、设计建筑物等)具有重要的指导意义。比如,要想知道一个圆的周长或面积,只要测定它的直径(或半径)就行了;要想知道一个圆锥体的体积,只需要测定锥底圆的周长(或半径)以及锥体的高。

我们再回过头来看地球。如果地球是球体,它究竟有多大呢?假设地球的半径是 R ,则地面上任意一个大圆的周长为 $2\pi R$ 。但要想直接测定 R 是不可能的。一个直观的想法就是测定地球的周长。然而测定地球的周长也并非易事,因为难以跨越高山和海洋。有没有什么好办法呢?与欧几里得同时代的古希腊地理学家、数学家埃拉托斯发现了一种测定地球周长的巧妙办法(Bullen, 1974; 胡明城, 鲁福, 1993; 易舒, 1994)。位于尼罗河畔的城市歇尼(Syene),在亚历山大城西南约800km处(当时的测量结果是5000埃及尺,相当于5000埃及尺 $\times 0.1575\text{km}/\text{埃及尺} \approx 788\text{km}$),并恰好北回归线上。因此,每年夏至正午时分,太阳便正好在歇尼的天顶,阳光直射位于歇尼地区用来预测尼罗河变化的一口井的底部。埃拉托斯设想,如果地球是圆球,当阳光直射歇尼的那口井的底部的时候,阳光应该“斜射”其他地方的建筑物。为此,埃拉托斯在亚历山大城利用一座较高的尖塔测得正午时分阳光的倾斜角为 7.2° (实际值为 7.1°),如图1.1.1所示(图中S为歇尼城,A为亚历山大城)。于是,根据亚历山大与歇尼之间的距离(约788km)可列出如下比例关系:

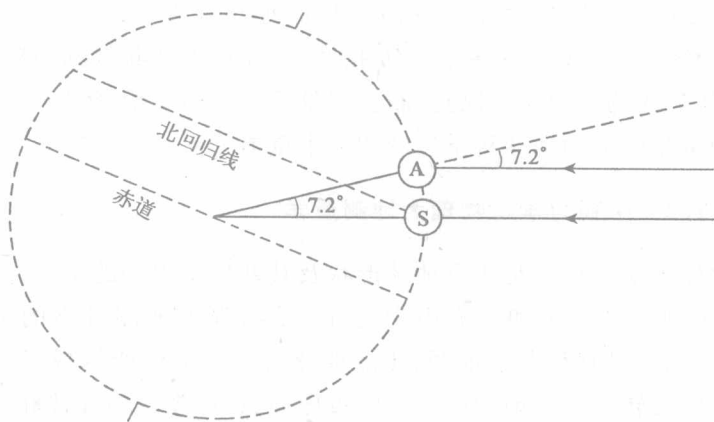


图 1.1.1 埃拉托斯测量地球周长示意图

$$\frac{788}{7.2} = \frac{L}{360} \quad (1.1.1)$$

由此解出地球的周长为

$$L = \frac{788}{7.2} \times 360 = 39400(\text{km}) \quad (1.1.2)$$

据此推出的地球半径大约为 6270km,这与目前测定的地球平均半径 $R = 6371\text{km}$ (地球的平均赤道半径为 6378km) 比较,相差约 100km,相当于 1.6% 的误差。这一误差主要来源于测量距离的误差,因为当时很难较精确地测定上述两地之间的距离。另外,1 埃及尺 = 0.1575km 也是通过考古得到的结果,未必准确(胡明城,鲁福,1993)。Bullen(1974)认为,埃拉托斯得到的结果可能有更大的误差。但无论如何,上述实际测量结果是埃拉托斯的一个重大贡献。如果多选几个类似于亚历山大城那样的点,那么,用埃拉托斯的测量方法即可检验地圆学说。

由上所述,我们认为,大地测量学(确切地说是几何大地测量学)诞生于公元前 3 世纪的埃拉托斯,可能与欧几里得有密切联系,因为他们不仅生于同一时代,而且都生活在亚历山大城。不过,直到 17 世纪,大地测量学才作为一门学科而独立存在。随着时间的推移,大地测量学的研究领域在不断拓宽,从几何大地测量到物理大地测量,从陆地测量到海洋测量、航空测量乃至空间测量,等等。目前,大地测量学已成为地球科学领域的一个重要分支。

1.1.2 牛顿力学与物理大地测量学

物理大地测量学是研究地球形状及其外部重力场的学科。牛顿力学(牛顿三大定律和万有引力定律)是物理大地测量学的基础。牛顿(Newton,1687)曾经证明,假定地球由均匀流体所构成,以恒定的角速度旋转,那么,地球应该是两极压缩、赤道隆起的旋转椭球体,并在地球密度分布均匀(且满足流体静力平衡)的假定之下,导出了地球扁率 $f = 1/230$ 。牛顿的理论是否正确,可通过弧线测量证实。例如,测定地球子午圈(即经圈)1 度纬度差对应的弧长(简称 1°子午线弧长)。由椭球大地测量学可知(陈健,晁定波,1989),一段子