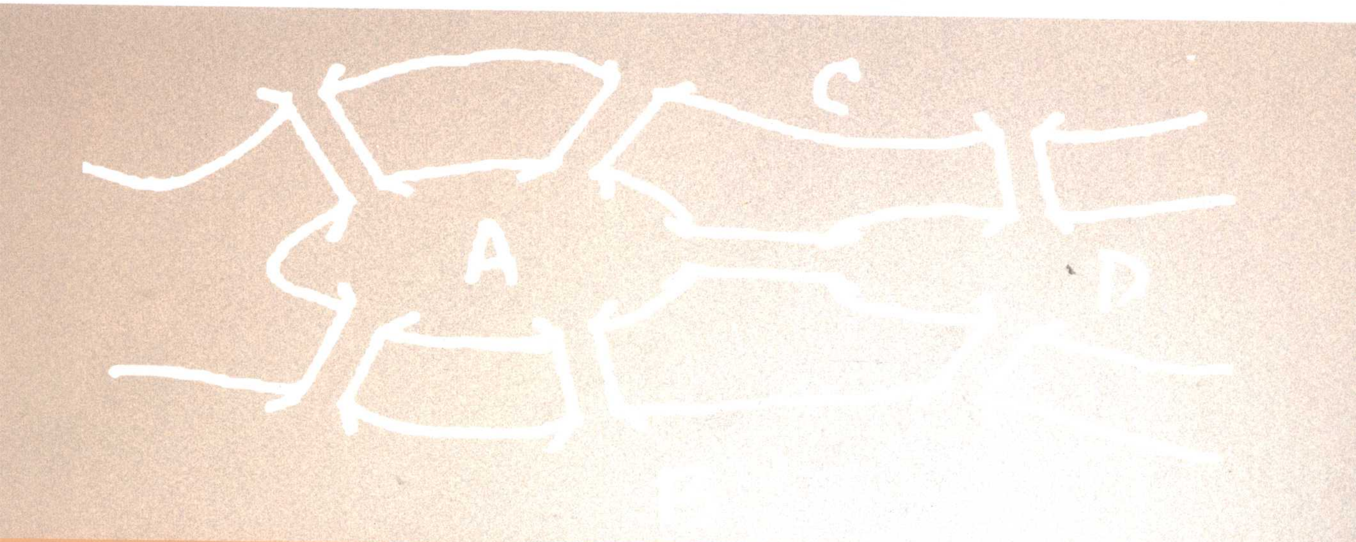
全国高职高专教育“十一五”规划教材

高等数学

（经管类）

张　博　主编



高等教育出版社
Higher Education Press

高等数学

全国高职高专教育"十一五"规划教材

高等数学

（经管类）

张　博　主　编

吉耀武　李金锁　副主编

贺继康　段东东

高等教育出版社

内容提要

本书是全国高职高专教育“十一五”规划教材，是为了满足高职高专院校培养应用型技术人才的需要，结合经管类各专业对高等数学内容的需求编写的。主要内容包括一元函数微积分、常微分方程、多元函数微积分简介、线性代数、线性规划简介、概率和数理统计、数学软件及其应用。本书力求用通俗的语言阐述高等数学中的基础知识和基本概念，突出应用与计算，淡化理论，强化数学概念的直观性。注重培养学生借助数学概念、数学思想及方法来消化吸纳经济概念及经济原理的能力，强化学生利用所学的数学知识求解应用问题的能力。

本书可作为高职高专以及成人高等教育经济管理类各专业学生学习经济数学的教材，也可以用作从事经济、管理工作的技术人员更新知识的自学用书。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学：经管类 / 张博主编. —北京：高等教育出版社，2008.8
ISBN 978-7-04-024341-3

Ⅰ.高… Ⅱ.张… Ⅲ.高等数学-高等学校：技术学校-教材 Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 116333 号

策划编辑 邓雁城 **责任编辑** 董达英 **封面设计** 张 志 **责任绘图** 郝 林
版式设计 张 岚 **责任校对** 金 辉 **责任印制** 陈伟光

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100120	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	涿州市星河印刷有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
开　　本	787×1092　1/16	版　　次	2008 年 8 月第 1 版
印　　张	17.25	印　　次	2008 年 8 月第 1 次印刷
字　　数	420 000	定　　价	23.60 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

物料号 24341-00

网络题库使用说明：

1. 进入“中国组卷网”(http://www.zujuan.com.cn)，输入本书封底提供的防伪码“明码”部分(需输入50本)，获取积分，即可免费从网上下载题库至本地机。使用时间为一个学年。

2. 高等数学网络题库拥有约8000道题目，内容涵盖微积分、线性代数、概率统计、线性规划、离散数学等高职高专数学类课程，包括选择、填空、判断、计算、分析、应用、证明等多种题目类型。题库系统设置了模板快速组卷、自定义组卷、个人大纲、个人题库、特色上传等功能。

电子邮箱：caokun@hep.com.cn

咨询电话：(010)58582365

前 言

高职高专教育是我国高等教育体系的重要组成部分，近几年呈现出前所未有的发展势头。为适应高职高专教育改革的要求，全面推进素质教育，培养创新人才，适应高职高专教育大众化的发展趋势，我们根据教育部高等职业院校的培养目标，依据《高职高专高等数学课程教学基本要求》，在总结多年教学改革经验的基础上，结合高职高专院校经济管理类学生的特点，以培养学生创新意识和实践能力为目标，以掌握概念、强化应用、培养技能为重点，充分体现"以应用为目的，以必需够用为度"，并兼顾学科体系的高职教学基本原则，编写了本教材。

在本书的编写过程中，我们力求用通俗的语言及直观形象的方式进行叙述，避免大量的理论推导，突出有关理论和方法的应用，因而在编写思想、体系安排、内容取舍、教学方法等方面特别注意了以下几点：

1. 采用案例驱动的方式，用实例或几何解释引出数学概念，并用通俗易懂的语言，深入浅出地阐述概念的内涵和实质。减少烦琐的数学推导，着力表现解决问题的基本步骤，体现条理化问题解决思路。

2. 淡化理论，突出应用，尽量采用几何解释、数表、实例加深对概念、方法的理解，结合经济管理类专业的实际情况，通过大量的经济数学模型和数学在经济、管理方面的应用，使数学知识通俗化、简单化、实际化，突出高职经济应用数学的实用性。

3. 在每章或每节开始，用精炼的语言点题，以使学生了解本章或本节所研究的问题，起到承上启下的作用。

4. 每章前面都设置了本章学习目标，使学生对本章所学内容、学习目标更加明确；每章后面附有本章小结，加强对学生的学习指导，重点和难点一目了然。

5. 重视例题、练习题的配备。经济数学的特点决定了学生必须通过一定量难易适当的练习，才能真正领会概念，掌握定理及公式。本书每节后面都精心配备了相应的练习题；每章后面都配备了复习题，以便学生复习巩固，增强学生分析问题、解决问题的能力。例题的选择做到既结合重点、难点，又突出教学中的思维方法。

6. 为培养学生用计算机及相应数学软件求解数学模型的能力，结合具体教学内容，本书专设一章"数学实验"，重点介绍数学软件 MATLAB 及其简单应用，便于各校结合实际教学条件灵活处理，力求做到易教、易学、易懂、易用。

本书由陕西交通职业技术学院张博担任主编，由西安铁路职业技术学院吉耀武、李金锁，陕西教育学院贺继康和西安电力高等专科学校段东东担任副主编。全书框架结构的提出、编写大纲的拟定、最终统稿、定稿等工作由张博完成。另外，李金锁、吉耀武也承担了部分统稿工作。参加本书编写的有张喜荣（陕西交通职业技术学院，第一章）、段东东（西安电力高等专科学校，第二章）、杨帆（西安铁路职业技术学院，第三章）、任民民（陕西警官职业学院，第四章）、李金锁（西安铁路职业技术学院，第五章）、姚振宇（西安电力高等专科学校，第六章、第九章）、贺继康（陕西

教育学院，第七章）、张博（陕西交通职业技术学院，第八章）。

本教材的编写和出版，得到了高等教育出版社领导和编辑的大力支持和帮助。在本书的编写过程中广泛参考了国内外教材和书籍，借鉴和吸收同行的研究成果，在此一并表示衷心感谢。

由于编者水平有限，书中缺点和错误在所难免，诚恳希望有关专家、学者不吝赐教，诚恳希望广大读者批评指正。

编者

2008年5月

目　　录

第一章 函 数

数学起源于簿记、丈量等人类的实际生产活动. 因此,数学与经济生活和生产管理有着天然的联系. 我们日常的经济事务和管理工作离不开数学特别是初等数学的应用,而经济科学与管理科学的理论则大多以高等数学为工具. 对于经济管理类学生,学习并掌握一定的高等数学知识,具有一定的积极作用. 它有助于我们专业课的学习、抽象思维能力的提高,使得学习经济学和管理学变得容易,而且可以更完整、更深刻地理解和解释经济和管理理论.

函数是研究经济现象的重要工具,是经济与管理数学的重要概念之一,也是微积分学的研究对象. 本章在初等数学关于函数知识的基础上进一步讨论函数,并学习经济学中的常用函数.

[学习目标] 理解函数概念,了解分段函数概念,了解复合函数概念;熟练掌握基本初等函数的解析式及其基本性质. 会求一些实际问题的函数关系式;了解空间解析几何的有关知识;掌握常用的经济函数.

第一节 函数的概念与性质

一、函数概念

引例 1 在投保财产险时,保险公司要对被保险人拥有的财产进行估价,一些消费型财产的价值会随时间而贬值,计算财产价值最简单的方法是利用“贬值直线”,这样就确定了财产价值与时间的某种关系.

引例 2 当人的生活环境温度改变时,人体代谢率也有相应的变化,表 1－1－1 给出了实验的一组数据,这组数据能说明什么呢?

表 1－1－1

环境温度/℃	4	10	20	30	38
代谢率/($4185\mathrm{J}\cdot \mathrm{h}^{-1}\cdot \mathrm{m}^{-2}$)	60	44	40	40.5	54

在这个实际问题中出现了两个变量:一个是环境温度,另一个是人体的代谢率. 不难看出,对于每一个环境温度,都有唯一的人体代谢率与之对应,这就决定了一个函数关系.

引例 3 一玩具经销商销售某种玩具,销售的收入 R 为

$$R(Q)=7.2Q-0.001Q^2 \quad (0\leqslant Q\leqslant 6000)$$

其中 Q 为销售量.

引例 4 在 2003 年抗击非典型性肺炎时,卫生部门对疫情进行了通报,图 1－1－2 是北京

市从4月21日至5月19日期间每日新增病例的变化统计图.

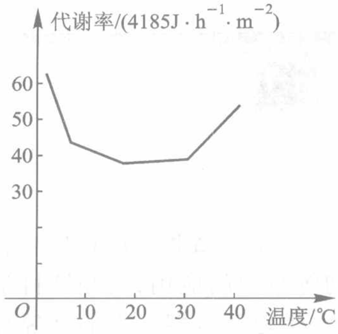


图1-1-1

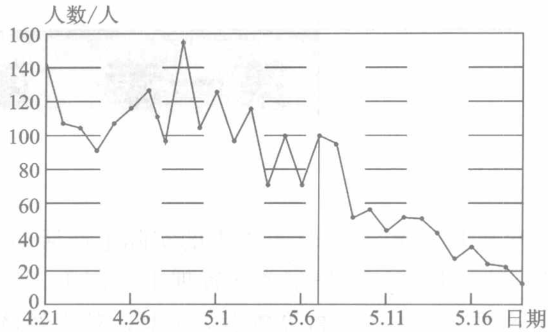


图1-1-2

从图1-1-2中可以看出5月7日以后,整体形势在逐步好转.

又根据图1-1-1,可以看出:代谢率曲线在小于20度的范围内是下降的,大于30度的范围内是上升的;环境温度在20度至30度时,代谢率较低,且较稳定.

上面几个例子,实际意义虽然完全不同,但是抽象看,都是在某过程中有两个相关联的变量,当一个变量在某数集内取值时,按一定的对应法则,另一个变量就有一个确定的值与之对应,这种两个变量间的对应关系,我们称为函数关系.

1. 函数在某变化过程中有两个变量 x 和 y,如果变量 x 在数集 D 内任取一个数值,按照某种对应法则,变量 y 都有唯一确定的数值与之对应,则称变量 y 是 x 的**函数**,记为

$$y=f(x) \quad x\in D,$$

其中 x 称为**自变量**,y 称为**因变量**. 自变量 x 的取值范围称为函数的**定义域**. y 的对应值称为函数值,全体函数值的集合称为函数的**值域**.

2. 函数的定义域与对应法则是函数的**两个要素**. 给定函数就要指出函数的定义域和对应法则.

如果函数的对应法则可用数学解析式表达,而自变量 x 又无确定的实际背景,这时函数的定义域就是使这一"解析式"有意义的自变量 x 所取值的全体.

在实际问题中,函数的定义域还要受问题的实际意义的制约. 如在引例3中,$R(Q)=7.2Q-0.001Q^2$. 从式子本身来说,Q 可取任意实数,但从该例的实际意义来说,其定义域是[0,6000].

例1 下列函数相同吗?

(1) $y=\ln x^4$ 与 $y=4\ln x$;

(2) $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$.

解 (1) $y=\ln x^4$ 与 $y=4\ln x$ 不是相同的函数,因为它们的定义域不同.

(2) 这两个函数的定义域都是 $(-\infty,+\infty)$,但它们的对应法则不同,所以也不是相同的函数.

例2 你能说出下列函数的定义域吗?

(1) $y=\dfrac{1}{4-x^2}+\sqrt{x+2}$;

(2) $y=\arcsin\frac{x+1}{3}+\sqrt{x+1}$.

解 (1)因为 $4-x^2\neq0$,所以 $x\neq\pm2$,又因为 $x+2\geqslant0$,所以 $x\geqslant-2$,因此函数定义域为 $(-2,2)\cup(2,+\infty)$.

(2) 因为 $-1\leqslant\frac{x+1}{3}\leqslant1$,所以 $-3\leqslant x+1\leqslant3$,即 $-4\leqslant x\leqslant2$. 又因为 $x+1\geqslant0$,所以 $x\geqslant-1$,因此函数的定义域为 $[-1,2]$.

3. 函数的表示法

从引例 1 ~ 引例 4 可以看出表示函数对应法则的方法主要有**解析法**、**列表法**、**图像法**,下面分别介绍如下.

(1) 解析法

引例 1 和引例 3 中函数的对应法则是用数学式子给出的,这种表示函数的方法称为**解析法**(或**公式法**). 微积分中所涉及的函数大多用解析法给出.

(2) 列表法

在实际应用中,常把所考察函数的自变量的许多值(通常按由小到大的顺序)与它们所对应的函数值列成一表格,如此表示函数的方法称为**列表法**,如引例 2,它的定义域是 $\{4,10,20,30,38\}$. 以及常用的三角函数表、对数表等都是用列表法表示函数的例子.

(3) 图像法

在引例 2 和引例 4 中函数的对应法则是由曲线给出的,这种由图像给出函数的表示方法称为**图像法**.

4. 分段函数

引例 5 某商场为庆贺一周年开业纪念,准备搞一次酬宾活动,有某种商品 1000 件,销量 x 不超过 10 件时,按单价 p(百元)计算;当销量超过 10 件时,其超出部分按单价 p 的九折计算,你能写出函数关系式吗?

$$y=\begin{cases}px, & 0\leqslant x\leqslant10\\ 10p+0.9p(x-10), & 10<x\leqslant1000\end{cases}$$

有些函数对于定义域内的自变量 x 的不同的值,不能用一个统一的数学解析式表示出来,而要用两个或两个以上的解析式来表示,这种在自变量的不同取值范围内用不同的解析式表示的函数,称为**分段函数**.

注意 分段表示的函数是用几个解析式合起来表示一个函数,不能理解为几个函数.

例 3 绝对值函数

$$y=|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant0\\ -x, & x<0\end{cases}$$

如图 1-1-3(a) 所示.

例 4 符号函数

$$y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}-1, & x<0\\ 0, & x=0\\ 1, & x>0\end{cases}$$

如图 1－1－3(b)所示.

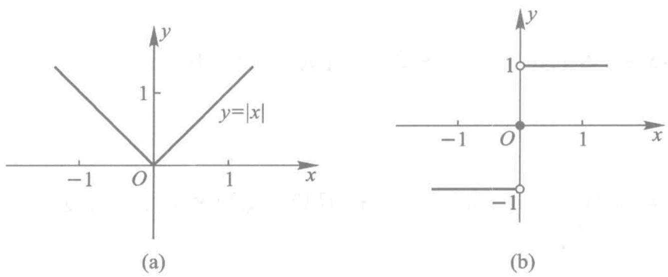


图 1－1－3

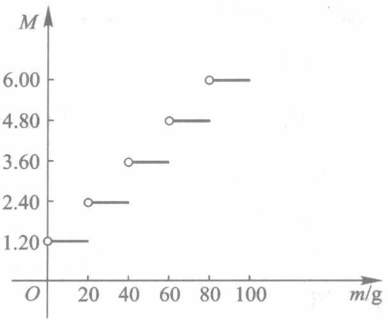


图 1－1－4

例 5 国内跨省市之间邮寄信函，每封信函的质量 m 和对应的邮资 M 如图 1－1－4. 请根据图像写出函数的表达式.

解 函数解析式为

$$M=\begin{cases}1.20, & 0<m\leqslant 20\\ 2.40, & 20<m\leqslant 40\\ 3.60, & 40<m\leqslant 60\\ 4.80, & 60<m\leqslant 80\\ 6.00, & 80<m\leqslant 100\end{cases}$$

二、函数的几种特性

1. 函数的有界性

设函数 $f(x)$ 在某区间 I 内有定义，如果存在一个正数 M，使得对于区间 I 内的一切 x 值，对应的函数值 $f(x)$ 都有 $|f(x)|\leqslant M$ 成立，则称 $f(x)$ 在区间 I 内**有界**；如果不存在这样的正数 M，称 $f(x)$ 在区间 I 内无界.

例如，函数 $f(x)=\sin x$ 在定义域 $(-\infty,+\infty)$ 内是有界的，因为对于一切 $x\in\mathbf{R}$，$|\sin x|\leqslant 1$ 都成立，这里 $M=1$.

又如，对于例 3 中的函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是无界的，但在任何一个有限区间内是有界的.

[小问题] 有界函数的界是唯一的吗？

2. 函数的单调性

引例 6 某商品的价格为常数 p，销售量为 Q，则收益 $R=pQ$. 如图 1－1－5 所示.

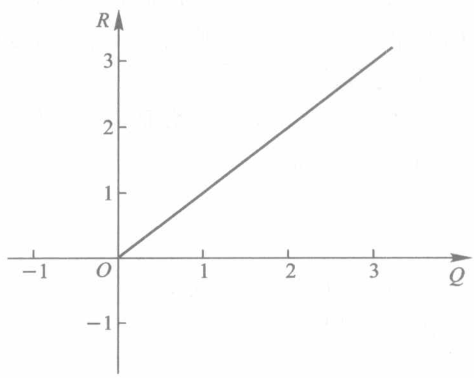


图 1－1－5

在研究函数的过程中，经常要考虑函数值的增减变化，从上例可以看出，收益 R 随销售量 Q 的增加而

增加.

如果函数 $y=f(x)$ 在某区间 I 内随着 x 的增大而增大(或减小),即对于 I 内任意两点 x_1,x_2,当 $x_1<x_2$ 时,有 $f(x_1)<f(x_2)$ 或($f(x_1)>f(x_2)$),那么称函数 $f(x)$ 在区间 I 内单调增加(或单调减少). 其中 I 称为函数 $f(x)$ 的**单调增加(或单调减少)区间**,也称**单调区间**.

在定义域内单调增加或单调减少的函数,统称为**单调函数**.

单调增加(或单调减少)函数的图形沿 x 轴的正向上升(或下降). 如图 1-1-6.

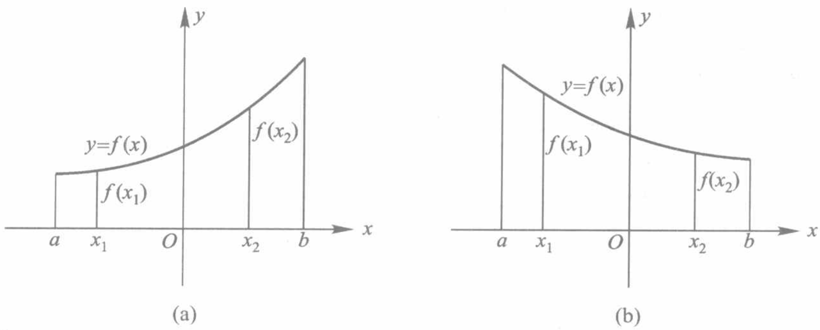


图 1-1-6

3. 函数的奇偶性

如果函数 $f(x)$ 的定义域关于原点对称,且对定义域内任意 x, 都有 $f(-x)=-f(x)$, 则称 $f(x)$ 为**奇函数**;若有 $f(-x)=f(x)$,则称 $f(x)$ 为**偶函数**. 如果函数既非奇函数,也非偶函数,则称 $f(x)$ 为非奇非偶函数.

奇函数的图形关于原点对称, 偶函数的图形关于 y 轴对称.

[**动手实践**] 请你画出图像的另一半. 如图 1-1-7.

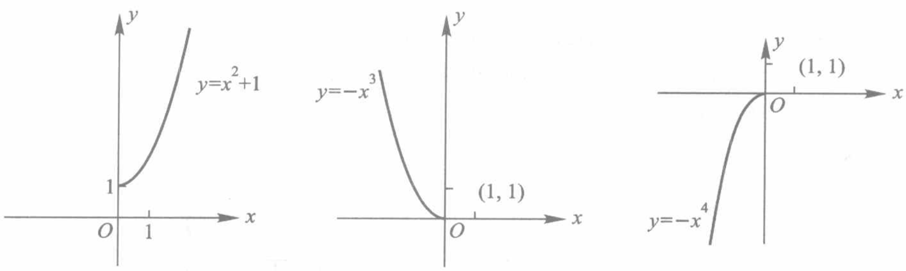


图 1-1-7

4. 函数的周期性

引例 7 图 1-1-8 是一个矩形波的图形,它以 2π 为周期,呈规律性的变化.

如果有不为零的实数 L 存在,使得 $f(x+L)=f(x)$ 在定义域内恒成立,则称函数 $f(x)$ 为**周期函数**,称 L 是 $f(x)$ 的周期. 显然 $\pm L, \pm 2L, \pm 3L, \cdots, \pm nL$ 也是它的周期,通常所说的函数的周期是指它的最小正周期.

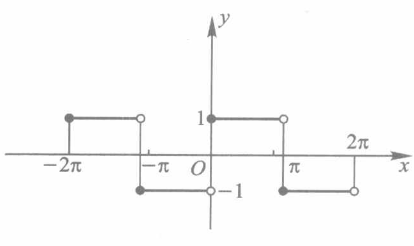


图 1-1-8

我们常见的三角函数 $y=\sin x$, $y=\cos x$ 都是以 2π 为周期的; $y=\tan x$, $y=\cot x$ 都是以 π 为周期的.

练习题一

1. 判断下列各题中两个函数是否相同?为什么?

(1) $f(x)=x$ 和 $f(x)=(\sqrt{x})^2$;

(2) $y=\ln\sqrt{x-1}$ 和 $y=\frac{1}{2}\ln(x-1)$.

2. 求下列函数的定义域:

(1) $y=\dfrac{2}{x^2+3x+2}$; (2) $y=\sqrt{2+x}+\dfrac{1}{\lg(1+x)}$;

(3) $y=\arcsin\sqrt{x}$; (4) $y=\dfrac{x}{\tan x}$.

3. 设

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ 2x, & 0\leqslant x<\frac{1}{2}\\ 2(1-x), & \frac{1}{2}\leqslant x<1\\ 0, & x\geqslant 1\end{cases}$$

作出它的图形,并求 $f\left(-\frac{1}{2}\right)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$, $f\left(\frac{3}{4}\right)$, $f(2)$ 的值.

4. 指出下列函数哪些是奇函数?偶函数?非奇非偶函数?

(1) $y=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$; (2) $y=x^2\cos x$;

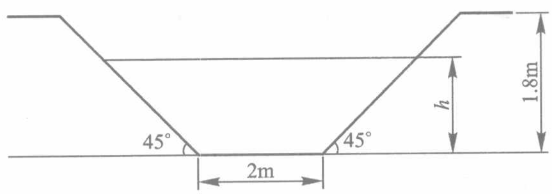
(3) $y=\dfrac{x}{a^x-1}$; (4) $y=10^x$.

5. 某灌溉渠的横截面是等腰梯形,底宽 2m,渠深 1.8m,边坡的倾角为 45°.

(1) 试写出横断面中水面积 $A(\mathrm{m}^2)$ 与水深 $h(\mathrm{m})$ 的函数关系式;

(2) 确定函数的定义域和值域;

(3) 画出函数的图像.



第二节　初等函数

一、反函数

我们知道,某种商品销售的总收入 R 是销售量 Q 的函数,若单价为 p,则

$$R = pQ$$

其中 p 为常数.

反过来,也可以由销售总收入 R 和商品单价 p 来确定商品的销售量,即

$$Q = \frac{R}{p}$$

这时销售总收入 R 是自变量,销售量 Q 是总收入 R 的函数,这时我们称后一函数是前一函数的反函数.

设函数 $y=f(x)$ 的定义域是 D,值域是 M. 若对于 M 中的每一个 y,都有唯一确定的 $x \in D$ 与之对应,则这时 x 也是 y 的函数,称为 $y=f(x)$ 的**反函数**,记为 $x=f^{-1}(y)$,此时 $y=f(x)$ 称为**直接函数**.

注意　(1) 习惯上,自变量用 x 表示,所以反函数也可表示为 $y=f^{-1}(x)$.

(2) 函数 $y=f(x)$ 的定义域,正好是它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的值域;函数 $y=f(x)$ 的值域,正好是它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的定义域(如下表).

	函数 $y=f(x)$	反函数 $y=f^{-1}(x)$
定义域	D	M
值　域	M	D

(3) 函数 $y=f(x)$ 的图形与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.

(4) 并不是所有的函数都有反函数,例如:$y=c$(c 是常数)就没有反函数.

例 1　求下列函数的反函数:

(1) $y=\sqrt{x}+1\ (x \geqslant 0)$;

(2) $y=\dfrac{2x+3}{x-1}\ (x \in \mathbf{R}$,且 $x \neq 1)$.

解　(1) 由函数 $y=\sqrt{x}+1$,得 $x=(y-1)^2$,所以,函数 $y=\sqrt{x}+1\ (x \geqslant 0)$ 的反函数是

$$y=(x-1)^2 \quad (x \geqslant 1)$$

(2) 由函数 $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$,得 $x=\dfrac{y+3}{y-2}$,所以,函数 $y=\dfrac{2x+3}{x-1}\ (x \in \mathbf{R}$,且 $x \neq 1)$ 的反函数是

$$y=\frac{x+3}{x-2} \quad (x \in \mathbf{R}, \text{且 } x \neq 2)$$

二、基本初等函数

以下函数称为**基本初等函数**: