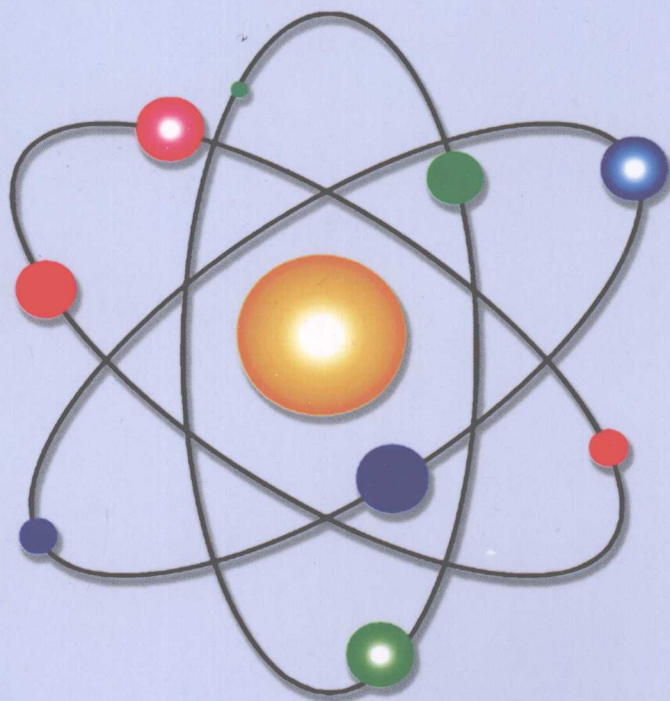


面向21世纪课程教材

工科物理实验

主 编 张进治

副主编 李灵杰 铁小匀 安艳伟 张爱平



山东大学出版社

面向 21 世纪课程教材

Textbook Series for 21st Century

工科物理实验

college physical experiments

主 编 张进治

副主编 李灵杰 铁小匀 安艳伟 张爱平

山东大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

工科物理实验/张进治主编. — 济南: 山东大学出版社, 2009. 1

ISBN 978-7-5607-3713-3

I. 工... II. 张... III. 物理学-实验-高等学校-教材 IV. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 013348 号

山东大学出版社出版发行

(山东省济南市山大南路 27 号 邮政编码: 250100)

山东山大图书有限公司经销

山东省恒兴实业总公司印刷厂印刷

787×1092 毫米 1/16 13 印张 300 千字

2009 年 1 月第 1 版 2009 年 1 月第 1 次印刷

印数: 1—6600 册

定价: 22.00 元

版权所有, 盗权必究!

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由山东山大图书有限公司负责调换

内 容 简 介

本书是根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》，并结合多年物理实验及教学经验编写而成的。全书内容分为四个部分：基础性实验、综合性实验、设计性实验和研究性实验。本书作者融进了近几年教学改革中的新成果，增加了由科研转化而来、反映时代特点的实验内容和实验方法，将计算机技术、光纤技术、传感器技术、光谱技术、扫描隧道显微技术、X射线衍射技术和超声探伤技术寓于物理实验中，以体现物理实验内容的时代性和应用性，更加注重与工科各专业的紧密联系。全书分6章，共56个实验。

本书可作为高等工科院校各专业物理实验教学用书，也可供高等职业学校、电大等选用。

前 言

“工科物理实验”是学生进行科学实验训练的一门独立的必修基础课程,是学生进入大学后接受系统实验方法和实验技能训练的开端。它在培养学生运用实验手段去分析、观察和解决问题的能力方面,在培养学生的创新能力和创新精神方面都起着重要的作用。

随着时代的发展,特别是随着物理学近年来在其他各学科中的迅速渗透和广泛应用,工科物理实验的内容也日益广泛,要求日益提高。为了适应这种变化,工科物理实验的内容也必须“与时俱进”。十多年来,我们努力进行课程建设和教学改革,大力引进新技术,开出新实验,紧随时代发展而不断更新实验内容,取得了一定的效果。本教材是在总结这些经验并吸取其他兄弟院校的宝贵意见的基础上编写而成的。

本教材在保证工科院校物理实验基本性质和特色的前提下,突出了以下几点:

在课程体系方面:我们把实验内容分成四个层次,以满足不同专业、不同基础和不同能力学生的要求。第一个层次:基础性实验;第二个层次:综合性实验;第三个层次:设计性实验;第四个层次:研究性实验。

在教学内容方面:为了实现教学内容的现代化、模块化,使之与科学技术的发展相适应,与生产和工程技术实际相衔接,在保持实验课原有的物理性质和特色基础上,增设了一些综合性、应用性的实验项目(如:各种传感器的原理和应用、超声无损检测、磁粉无损检测);设计性实验项目(如:电子秤的设计、人体心率与血压测量仪的设计、温度报警器的设计);研究性的实验项目(如:纳米材料的 X 射线衍射研究、自清洁玻璃的特性研究、不同水泥材料的膨胀性能研究);以及一些与“诺贝尔奖”有关的实验。总之,通过对物理实验的改革,我们期望能达到更新内容、提高起点,尽量与工科院校各专业衔接,更好地为其服务的目的。

在教学手段方面:我们建立了物理实验教学网站,把物理实验的要求、注意事项和仪器说明书等资料放到网站中,每个实验都配有用 FLASH 软件编写的动画仿真课件,充分拓展了物理实验的时间和空间。在实验中利用多媒体教学手段,计算机数据采集和分析,使部分实验实现智能化。

本教材由张进治、李灵杰、铁小匀、安艳伟、张爱平编写。其中张进治编写了第一章、第二章、实验 8、10、13、15、17、23、28、30、33、34、36、41、42、43、50、51、52、54;李灵杰编写了实验 11、16、18、19、24、26、38、45、55;铁小匀编写了实验 4、6、7、21、25、31、35、37、46;安

艳伟编写了实验 2、3、9、12、14、20、29、32、39、40、44、53；张爱平编写了实验 1、5、22、27、47、48、49、56。全书由张进治负责策划和统稿。编写过程中,我们还参阅了许多兄弟院校的有关教材,吸取了宝贵经验,在此,我们向他们表示诚挚的敬意和衷心的感谢!

由于编者水平有限,加上时间仓促,书中难免有疏漏之处,恳请读者批评指正。

编者

2008 年 12 月

目 录

| | |
|---------------------|------|
| 第一章 绪论 | (1) |
| 第二章 测量误差和不确定度 | (4) |
| 第一节 测量与误差 | (4) |
| 第二节 不确定度及其评定方法 | (9) |
| 第三节 测量结果的表示 | (12) |
| 第四节 有效数字 | (14) |
| 第五节 实验数据的处理方法 | (16) |
| 第三章 基础性实验 | (24) |
| 实验 1 静态法测金属丝的杨氏弹性模量 | (24) |
| 实验 2 用三线摆测刚体的转动惯量 | (27) |
| 实验 3 直流电桥(惠斯登电桥)测电阻 | (31) |
| 实验 4 亥姆霍兹线圈的磁场测量 | (39) |
| 实验 5 模拟示波器的原理和使用 | (42) |
| 实验 6 发光二极管的伏安特性测量 | (47) |
| 实验 7 三极管放大原理及测量 | (49) |
| 实验 8 固态继电器原理与应用 | (52) |
| 实验 9 热电偶标定与测温 | (55) |
| 实验 10 偏振光的测量与应用 | (58) |
| 实验 11 分光计的调节及应用 | (62) |
| 实验 12 等厚干涉的应用—牛顿环 | (66) |
| 第四章 综合性实验 | (70) |
| 实验 13 动态法测杨氏弹性模量 | (70) |
| 实验 14 固体导热系数的测定 | (75) |
| 实验 15 用交流电桥测电容和电感 | (78) |
| 实验 16 磁阻效应实验 | (82) |
| 实验 17 用示波器测动态磁滞回线 | (85) |

| | | |
|------------|------------------------|--------------|
| 实验 18 | 衍射光栅的应用 | (89) |
| 实验 19 | 超声光栅的应用 | (91) |
| 实验 20 | 迈克尔逊干涉仪的原理和应用 | (95) |
| 实验 21 | 光电效应测定普朗克常数 | (98) |
| 实验 22 | 弗兰克—赫兹实验 | (101) |
| 实验 23 | 金属逸出电位的测定 | (105) |
| 实验 24 | 压力传感器的特性研究 | (109) |
| 实验 25 | 热敏传感器的特性研究 | (112) |
| 实验 26 | 湿敏传感器的特性研究 | (114) |
| 实验 27 | 半导体气敏传感器的原理和应用 | (116) |
| 实验 28 | 磁敏管传感器的特性研究 | (121) |
| 实验 29 | 光敏传感器的特性研究 | (123) |
| 实验 30 | 红外传感器的特性研究 | (130) |
| 实验 31 | 光纤传感器的特性研究 | (133) |
| 实验 32 | 电容式液位传感器的特性研究 | (136) |
| 实验 33 | 超声无损检测的原理与应用 | (138) |
| 实验 34 | 磁粉无损检测的原理与应用 | (144) |
| 第五章 | 设计性实验 | (149) |
| 实验 35 | 电表的改装与校准 | (149) |
| 实验 36 | 设计和组装欧姆表 | (150) |
| 实验 37 | 设计热敏电阻温度开关 | (151) |
| 实验 38 | 单缝衍射测缝宽 | (151) |
| 实验 39 | 头发丝直径的测定 | (152) |
| 实验 40 | 数字电表的设计 | (153) |
| 实验 41 | 电子秤的设计 | (154) |
| 实验 42 | 人体温度测量仪的设计 | (156) |
| 实验 43 | 人体心率与血压测量仪的设计 | (157) |
| 实验 44 | 液位控制系统的设计 | (158) |
| 实验 45 | 压力控制系统的设计 | (159) |
| 实验 46 | 温度报警器的设计 | (160) |
| 第六章 | 研究性实验 | (161) |
| 实验 47 | 紫外—可见分光光度计的原理和应用 | (161) |
| 实验 48 | 红外吸收光谱的原理和应用 | (165) |
| 实验 49 | 拉曼光谱的原理和应用 | (171) |
| 实验 50 | 纳米材料的 X 射线衍射研究 | (175) |
| 实验 51 | 自洁净玻璃的特性研究 | (180) |

| | | |
|-------|---------------------|-------|
| 实验 52 | 不同颜色布料的保温隔热性能 | (183) |
| 实验 53 | 不同固体材料的导热性能研究 | (185) |
| 实验 54 | 不同水泥材料的膨胀性能研究 | (187) |
| 实验 55 | 不同材料结构的吸声效果研究 | (189) |
| 实验 56 | 扫描隧道显微镜的原理和应用 | (191) |
| 附录 A | 基本物理常数表 | (196) |
| 附录 B | 国际单位制简介 | (197) |
| 参考文献 | | (199) |

第一章 绪 论

“自然科学理论不能离开实验的基础,特别是物理学更是从实验中产生的。我希望由于我这次得奖,能够唤起发展中国家学生们的兴趣,而注意实验工作的重要性。”这是物理学家丁肇中于1976年12月10日,在诺贝尔奖颁奖典礼宴会上,用中文发表获奖感言演讲中的几句话。

一、物理实验课的目的和要求

1. 通过物理实验史料、实验方法和物理实验在工程技术中的应用的讲解,对同学们进行辩证唯物主义世界观和方法论的教育,使同学们了解科学实验的重要性,明确物理实验课程的地位、作用和任务。

2. 整个实验过程中,要养成良好的实验习惯,爱护公共财物,遵守安全卫生制度,树立良好的学风。

3. 要求掌握测量误差的基本知识,具有正确处理实验数据的初步能力。其中包括下列内容:测量误差的基本概念;直接测量量的不确定度计算;间接测量量的不确定度计算;处理实验数据的一些重要方法,如列表法、作图法、逐差法和一元线性函数的最小二乘法、Excel、Origin、Matlab等计算机语言。

4. 能够自行完成预习、进行实验和撰写实验报告等主要实验程序;能够调整常用实验装置;基本掌握常用的操作技术。如零位调整;水平、铅直调整;光路的共轴调整;消视差调节;逐次逼近调节;根据给定的电路图正确接线等。了解物理实验中常用的实验方法和测量方法。例如:比较、放大、转换、模拟、补偿、平衡和干涉等方法。能够进行常用物理量的一般测量。例如:长度、质量、时间、热量、温度、电流强度、电压、电动势、电阻、磁感应强度、折射率等。了解常用仪器的性能,并学会使用方法。

5. 开设一定数量的应用性或综合性物理实验,以利于同学们了解物理实验的技术应用,提高进行综合实验的能力。

6. 开设适量的设计性实验,使同学们在实验方法的设计、测量仪器的选择及搭配、测量条件的确定等方面受到初步的训练。

7. 开设适量的研究性实验,以利于开拓同学们的视野,提高自学和深入研究问题的能力。

8. 在实验教学中充分使用计算机和校园网,使传统的实验教学充分与时代接轨,提

高同学们的学习兴趣和效率。

二、物理实验课的主要教学环节

实验课与理论课不同,它的特点是同学们在教师的指导下自己动手,独立地完成实验任务。要上好一次物理实验课,同学们要做好以下三个环节的工作。

第一个环节:做好预习。实验课前要仔细阅读讲义上的实验内容,弄明白这次实验的目的要求、原理、仪器、操作步骤以及应该注意的问题,写好预习报告。有些实验还要课前自拟实验方案,自己设计电路图、光路图、自拟数据表格等。因此,课前预习的好坏是实验中能否取得主动的关键。

第二个环节:做好实验。到实验室后要遵守有关的规章制度,爱护仪器设备,注意安全。动手之前要先了解仪器的性能、规格、使用方法和操作规则,不要乱动仪器。调整仪器装置时要仔细认真,一丝不苟,还要注意满足测量公式所要求的实验条件,在整个实验过程中,要脑手并用。要注意培养和锻炼自己的动手能力,实验操作要做到准确、熟练、快速。动手能力还表现在能否及时发现并排除实验中可能遇到的某些故障。实验中还要记录好原始数据(即在测量时直接从仪器上读出来的数据),要一边测量,一边及时记录,要记得准确、清楚、有次序。做完实验,要将实验数据交给教师检查,得到认可签字后,再将仪器归整好,方可离开实验室。

第三个环节:写好实验报告。实验报告是对实验的全面总结,其内容除实验名称外,一般包括:实验目的、实验仪器、原理公式、数据处理、结果表示、讨论等。要用指定的实验报告纸按规定的格式书写实验报告,字迹要清楚,文理要通顺,图表要正确。准确地、完整而简明地表述实验报告中各部分内容,是实验课基本训练之一。要按时交实验报告。

上述三个环节中,第二个环节虽然是主要的,但是对第一、第三个环节也绝不应忽视,只有这三个环节都做好了,才算是上好了一堂物理实验课。

三、怎样写实验报告

实验报告通常分为三部分。

第一部分:预习报告

它作为正式报告的前面部分,要求在正式做实验之前写好,内容包括:

(1)实验目的。

(2)原理摘要:在理解的基础上,用简短的文字和公式扼要地阐述实验原理,切忌整篇照抄。力求做到图文并茂,图是指原理图、电路图或者光路图。写出实验所用的主要公式,说明式中各物理量的意义和单位以及公式的适用条件(或实验的必要条件)。

第二部分:实验记录

要求将实验的原始数据先记录在专用的“物理实验数据记录页”上,实验完毕后再进行整理。

内容包括:

(1)仪器:记录实验所用主要仪器的编号和规格。记录仪器编号是一个好的工作习惯,便于以后必要时对实验进行复查。记录仪器规格可以使同学们逐步地熟悉它,以培养

选用仪器的能力。

(2)实验内容和现象的观测记录。

(3)数据:数据记录应做到整洁清晰而有条理(不可用铅笔),尽量采用列表法。在根据数据特点设计表格时,力求简单明了,分类清楚而有条理,便于计算与复核。在标题栏内要求注明单位,数据不得任意涂改。

第三部分:数据处理与计算

此部分在实验后进行,包括:

(1)作图:按图解法要求绘制图线。

(2)计算结果与误差估算:计算时,要写出公式,再代入数值进行运算。误差估算要预先写出误差公式,要有详细的计算过程。

(3)结果:按标准形式写出实验结果。必要时,注明结果的实验条件。

(4)作业题:完成教师指定的作业。

(5)讨论:对实验中出现的问题进行说明和讨论,或写出实验心得和建议等。

实验报告要求同学们努力做到书写清晰,字迹端正,数据记录整洁,图表合格,文理通顺,内容简明扼要。实验报告一律用专用的物理实验报告本书写。

四、实验室规则

为了保证实验正常进行,以及培养严肃认真的工作作风和良好的实验工作习惯,特制定下列规则,望同学们遵守执行。

(1)学生应在课表规定时间内进行实验,不得无故缺席或迟到。实验时间若要改动,须经实验室同意。

(2)学生在每次实验前对排定要做的实验应进行预习,并书写好预习报告。

(3)进入实验室后,应将预习报告放在桌上由教师检查,并回答教师的提问,教师检查认为合格后,才可以进行实验。

(4)实验时,应携带必要的物品,如文具、计算器和草稿纸等。对于需要作图的实验应事先准备毫米方格纸和铅笔。

(5)进入实验室后,根据仪器清单核对自己使用的仪器是否缺少或损坏。若发现问题,应向教师提出。

(6)实验前应细心观察仪器构造,操作时动作应谨慎细心,严格遵守各种仪器仪表的操作规则及注意事项,尤其是电学实验,线路接好后,先经教师或实验室工作人员检查,经许可后才可接通电源,以免发生意外。

(7)实验完毕应将实验数据交给老师检查,实验合格者,老师予以签字通过。实验不合格或请假缺课的学生,由指导老师登记,通知学生在规定时间内补做。

(8)实验时,应注意保持实验室整洁、安静。实验完毕,应将仪器、桌椅恢复原状,放置整齐。

(9)如有损坏仪器,应及时报告老师或实验室工作人员,同时填写损坏单,说明损坏原因,赔偿办法根据学校规定处理。

第二章 测量误差和不确定度

第一节 测量与误差

一、测量

测量可分为两类：一类是直接测量。如用“尺”量长度，以“表”计时间，“天平”称质量，“安培表”测电流等；另一类是间接测量。它是根据直接测量的所得数据，通过一定的公式运算而得出的测量结果。例如直接测出单摆的长度 L 和单摆的周期 T ，应用公式 $g = 4\pi^2 L/T^2$ ，求出重力加速度 g 。在物理量的测量中，绝大部分是间接测量，但直接测量是一切测量的基础。不论直接测量或间接测量，都需满足一定的实验条件，按照严格的方法及正确地使用仪器，才能得出正确的结果。因此，在实验过程中，一定要了解实验的目的，正确地使用仪器，细心地进行操作、读数和记录，以达到巩固理论知识和加强实验技能训练的目的。

二、误差

1. 测量误差的普遍存在

物理学是一门实验科学，对它的研究离不开对各种物理量进行测量。同学们做物理实验，其主要内容也是进行各种测量。每一个待测物理量在一定客观条件和状态下所存在的真实大小，我们称之为该物理量的真值。当我们进行测量时，由于理论的近似性，实验仪器分辨率或灵敏度的局限性，环境条件的不稳定性等等因素的影响，测量结果不可能绝对准确。待测物理量的真值同我们的测量值之间总会存在某种差异，这种差异就称为测量误差。我们定义：

$$\text{测量误差}(\delta) = \text{测量值}(x) - \text{真值}(T_x)$$

$$\text{相对误差}(E_r) = \frac{\delta}{T_x} \times 100\%$$

由测量所得的一切数据，都毫无例外地包含有一定数量的测量误差，没有误差的测量结果是不存在的。测量误差存在于一切测量之中，贯穿于测量过程的始终。随着科学技

术水平的不断提高,测量误差可以被控制得越来越小,但却永远不会降低到零值。

2. 学习测量误差理论的意义

既然测量误差的存在是一切测量中的普遍现象,那么,研究测量误差的性质和产生的原因,研究如何有效地减小测量误差对实验结果的影响,研究如何科学地表达含有误差的测量结果,以及对实验结果如何评价等等,这一系列的问题就显得十分重要。正是在这样的背景下,产生并发展了一门专门的科学,这就是测量误差理论。

一个物理实验自始至终都与测量误差理论有密切的关系。首先,测量误差理论可以帮助我们正确地设计实验方案,合理地选择实验仪器,以使用最小的代价取得最好的结果。不能片面地要求仪器越高级越好,环境条件越稳定越好,测量次数越多越好等等。第二,测量误差理论可以帮助我们正确地进行实验操作,从而减小误差对实验结果的影响。要正确地调整仪器装置,注意满足理论所要求的实验条件,正确地使用仪器,合理安排操作步骤等。特别值得指出的是,一个比较复杂的实验,往往只有少数几个物理量是主要的,它们的准确与否对结果影响很大,测量误差理论可以帮助我们抓住主要矛盾,把精力用在关键的地方。可以说,实验过程的每一步操作都与测量误差理论密切相关。第三,测量误差理论可以帮助我们正确处理数据,科学地表达实验结果。在表达实验结果时,给出的不确定度要力求符合实际,既不能太小,也不能太大。否则,前者由于夸大了实验结果的准确度有可能对实际工作造成危害,后者又由于过分保守有可能造成浪费,比如它可能导致拒绝使用一台本来可以使用的仪器。第四,测量误差理论可以帮助我们对实验结果进行分析判断,从而得出适当的结论。

三、误差的分类和它的特点

测量误差按其产生的原因与性质可分为系统误差和随机误差两大类。

1. 系统误差

在相同条件下,多次测量同一个物理量时,测量值对真值的偏离(包括大小和方向)总是相同的,这类误差称为系统误差。系统误差来源有下列几个方面:

(1)由于测量仪器的不完善、仪器不够精密或安装调整不妥,如刻度不准、零点不对、砝码未经校准、天平臂不等长、应该水平放置的仪器没有放水平等。

(2)由于实验理论和实验方法的不完善,所引用的理论与实验条件不符,如在空气中称质量而没有考虑空气浮力的影响,测长度时没有考虑温度使尺长改变,量热时没有考虑热量的散失,测电压时未考虑电压表内阻对电路的影响,标准电池的电动势未作温度修正等。

(3)由于实验者生理或心理特点、缺乏经验等而引入的误差。例如有些人习惯于侧坐斜视读数,眼睛辨色能力较差等,使测量值偏大或偏小。

系统误差的特点是恒定性,不能用增加测量次数的方法使它减小。在实验中发现和消除系统误差是很重要的,因为它常常是影响实验结果准确程度的主要因素。能否用恰当的方法发现和消除系统误差,是测量者实验水平高低的反映。但是这里又没有一种普遍适用的方法,主要是靠对具体问题作具体的分析与处理,要靠实验经验的积累。如果我们能够确定系统误差的数值,就应该把它从实验结果中加以扣除,消除它的影响。

2. 随机误差(又称偶然误差)

在相同条件下,对同一物理量进行重复多次测量,即使系统误差减小到最小程度之后,测量值仍然会出现一些难以预料和无法控制的起伏,而且测量值误差的绝对值和符号在随机地变化着,这种误差称之为随机误差。

随机误差主要来源于人们视觉、听觉和触觉等感觉能力的限制以及实验环境偶然因素的干扰。例如温度、湿度、电源电压的起伏、气流波动以及振动等因素的影响。从个别测量值来看,它的数值带有随机性,好像杂乱无章。但是,如果测量次数足够多的话,就会发现随机误差遵循一定的统计规律,可以用概率理论来估算它。

随机误差出现的分布规律有:高斯分布(又称正态分布)、 t 分布、均匀分布以及反正弦分布等。这里仅简单介绍高斯分布。

(1)高斯分布(又称正态分布)

实践表明,大多数偶然误差(其中包括我们以后经常遇到的多次测量的算术平均值的偶然误差以及间接测量结果的偶然误差)可以认为近似服从正态分布。正态分布是一种很重要的概率分布。服从正态分布的偶然误差往往是由大量的、微小的、互相独立的因素综合起作用的结果。正态分布的概率密度函数为:

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{II}-1)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\delta) d\delta = 1$$

高斯分布的特征可以用高斯分布曲线形象地表示出来,见图 II-1(a)。横坐标为误差 δ ,纵坐标为误差的概率密度分布函数 $f(\delta)$ 。

遵从高斯分布规律的随机误差具有下列四大特征:

- ①单峰性:绝对值小的误差出现的可能性(概率)大,大误差出现的可能性小。
- ②对称性:大小相等的正误差和负误差出现的机会均等,对称分布于真值的两侧。
- ③有界性:非常大的正误差或负误差出现的可能性几乎为零。
- ④抵偿性:当测量次数非常多时,正误差和负误差相互抵消,于是,误差的代数和趋向于零。

测量值的随机误差出现在 δ 到 $\delta+d\delta$ 区间内的可能性(概率)为 $f(\delta)d\delta$,即图 II-1(a)中阴影线所包含的面积元。上式中的 σ 是一个与实验条件有关的常数,称之为标准误差。其值为:

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n}} \quad (\text{II}-2)$$

式中, n 为测量次数,各次测量值的随机误差为 δ_i , ($i=1, 2, 3, \dots, n$) 由式(II-1)可

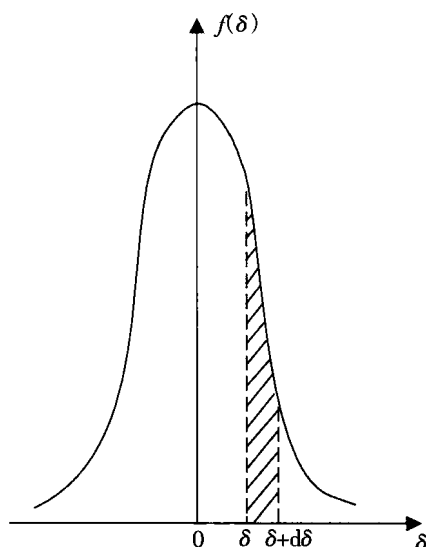


图 II-1(a) 随机误差的正态分布曲线

知,随机误差正态分布曲线的形状取决于 σ 值的大小,如图 II-1(b)所示。 σ 值愈小,分布曲线愈陡峭,峰值 $f(\delta)$ 愈高,说明绝对值小的误差占多数,且测量值的重复性好,分散性小;反之, σ 值愈大,曲线愈平坦,峰值愈低,说明测量值的重复性差,分散性大,由此可见标准误差反映了测量值的离散程度。

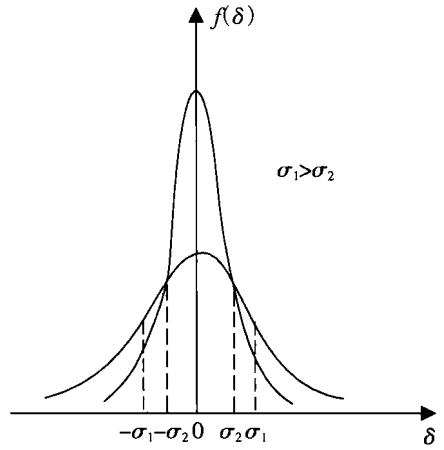


图 II-1(b) σ 值与曲线形状的关系

由于 $f(\delta)d\delta$ 是测量值随机误差出现在小区间 $(\delta, \delta+d\delta)$ 的可能性(概率),那么,测量值误差出现在区间 $(-\sigma, \sigma)$ 内的可能性(概率)就是

$$P(-\sigma < \delta < \sigma) = \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\delta)d\delta = \int_{-\sigma}^{+\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} d\delta = 68.3\%$$

这说明对任一次测量,其测量值误差出现在 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 区间内的可能性(概率)为 68.3%。也就是说,假如我们对某一物理量在相同条件下进行了 1000 次测量,那么,测量值误差可能有 683 次落在 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 区间内。这里要特别注意标准误差的统计意义,它并不表示任一次测量值的误差都是 $\pm\sigma$,也不表示误差不会超出 $\pm\sigma$ 的界限。标准误差只是一个具有统计性质的特征量,用以表征测量值离散程度的一个特征量。

与上述相仿,同样可以计算,在相同条件下对某一物理量进行多次测量,其任意一次测量值的误差落在 -3σ 到 $+3\sigma$ 区域之间的可能性(概率),其值为

$$P(-3\sigma < \delta < 3\sigma) = \int_{-3\sigma}^{3\sigma} f(\delta)d\delta = \int_{-3\sigma}^{3\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} d\delta = 99.7\%$$

也就是说,在 1000 次测量中,可能有 3 次测量值的误差绝对值会超过 3σ 。在通常的有限次测量情况下,测量次数很少超过几十次,因此,测量值误差超过 $\pm 3\sigma$ 范围的情况几乎不会出现,所以把 3σ 称为极限误差。

由于测量误差的存在,真值实际上是无法测得的。根据随机误差的正态分布规律,测得值偏大或偏小的机会相等,即绝对值相等的正负误差出现的概率是相等的。因此,在排除掉系统误差后,各次测得值的算术平均值

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (\text{II-3})$$

必然最为接近被测量的真值,而且当测量次数趋于无限多时($n \rightarrow \infty$), $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - T_x) = 0$,平均值无限接近真值,所以算术平均值是真值的最佳估计值。

(2) 算术平均值的标准误差

我们通过多次重复测量获得了一组数据,并把求得的算术平均值 \bar{x} 作为测量结果。如果我们在完全相同的条件下再重复测量时,由于随机误差的影响,不一定能得到完全相同的 \bar{x} ,这表明算术平均值本身具有离散性。为了评定算术平均值的离散性,我们引入算术平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$,可以证明

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{II-4})$$

式中, n 为重复测量次数。算术平均值的标准误差表示算术平均值的误差(即 $\bar{x} - T_x$)落在区间 $(-\sigma_{\bar{x}}, +\sigma_{\bar{x}})$ 之内的概率为 68.3%, 或者说区间 $(\bar{x} - \sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + \sigma_{\bar{x}})$ 包含真值 T_x 的概率为 68.3%。

由式(II-4)可见, $\sigma_{\bar{x}}$ 是测量次数 n 的函数, 测量次数越多, 算术平均值的标准误差越小, 所以多次测量可提高测量的精度。但也不是测量次数越多越好, 因为 n 增大只对随机误差的减小有作用, 对系统误差则无影响, 而测量误差是随机误差与系统误差的综合。所以, 增加测量次数对减小误差的价值是有限的。其次, $\sigma_{\bar{x}}$ 与测量次数 n 的平方根成反比, σ 一定时, 当 $n > 10$, $\sigma_{\bar{x}}$ 随测量次数 n 的增加而减小得很缓慢。另外, 测量次数过多, 观测者会疲劳, 测量条件也可能出现不稳定, 因而有可能出现增加随机误差的趋势。实际上, 只有改进实验方法和仪器, 才能从根本上改善测量结果。

(3) 标准偏差

真值一般是无法测得的, 因此前面对误差的讨论只有理论上的价值。下面我们讨论误差的实际估算方法。

由于算术平均值最接近真值, 因此可以用算术平均值参与对标准误差的估算。我们常用如下的贝塞尔公式去估算标准误差:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \nu_i^2}{n-1}} \quad (\text{II-5})$$

式中, 测得值 x_i 与平均值 \bar{x} 之差 ν_i (即 $\nu_i = x_i - \bar{x}$) 称为测得值 x_i 的残余误差, 简称残差。贝塞尔公式是用残差求标准误差 σ 的估计值 S_x , 称此估计值为测量列的标准偏差。

可以证明, 当测量次数 n 足够多时, 可以用式(II-5)中 S_x 的值代替按式(II-2)定义的 σ 值。

请注意: S_x 并不是严格意义下的标准误差, 而只是它的估计值。

算术平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 的估计值为算术平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$, 若测量列的标准偏差为 S_x , 则

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \nu_i^2}{n(n-1)}} \quad (\text{II-6})$$

通过前面的讨论我们看到, 误差一词有两重意义。一是它定义为测量值与真值之差, 是确定的, 但是一般不可能求出具体的数值。二是当它与某些词构成专用词组时(如标准误差), 不指具体的误差值, 而是用来描述误差分布的数值特征, 表示和一定的置信概率相联系的误差范围。

3. 系统误差和随机误差(偶然误差)的关系

系统误差和随机误差(偶然误差)的区别不是绝对的, 在一定条件下, 它们可以相互转化。比如前面曾经提到的砝码误差, 对于制造厂家来说, 它是随机误差(偶然误差), 对于使用者来说, 它又是系统误差。又如测量对象的不均匀性(如小球直径、金属丝的直径