



研究生入学考试 考点解析与 真题详解 ——信号与系统



研究生入学考试试题研究组
飞思教育产品研发中心

主编
监制

精编最新、最全的考研真题，知识更新

分类精析、精讲各个考点，收效更好

立体化辅导模式，效率更高



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

飞思考试中心
Fecit Examination Center

研究生入学考试 考点解析与 真题详解 ——信号与系统

研究生入学考试试题研究组
飞思教育产品研发中心

主编
监制

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内容简介

本书对全国 50 所高校近几年研究生入学考试真题按主流高校指定考研教材的章节分类编排,并对真题进行详细分析,对相关知识点进行详尽的介绍。通过对真题的分类、分析和相关考点的理论链接,使考生能够熟悉考试的内容,抓住考试的重点与难点,掌握考试中经常出现的题型和每种题型的解法,同时也使考生熟悉专家们的出题思路、命题规律,从而提高应试复习的效率和命中率。本书最大特色是以“真题分析”为主线贯穿全书,以“考点点拨”、“理论链接”等特色段落为辅线,帮助读者巩固考试所涉及的重点与难点。

本书的特点为:

- 以真题为纽带,带动考点。本书的结构不是传统的“考点→例题→习题”,而是采用“真题→分析→考点”的方式。实践证明这种“将考点融入考题、以考题学习考点”的方式应试针对性极强,特别适合考生在短时间内突破过关。
- 真题分类编排,分析到位。本书将近 3 年真题按主流教材的章节分类编排,以利读者分类复习,专项攻克。所有真题均给出了详尽的分析,便于考生把握完整的解题思路,快速提升应试能力。

另外,本书还提供了 3 套全真样题,便于考生考前实战冲刺,体验真实训练。

本书具有真题丰富、考点全面、分析透彻、严谨实用等特点,非常适合有关考生使用,也可作为高等院校师生参考或培训班的教材。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

研究生入学考试考点解析与真题详解. 信号与系统 / 研究生入学考试试题研究组主编. —北京: 电子工业出版社, 2009.1
(飞思考试中心)

ISBN 978-7-121-07558-2

I. 研… II. 研… III. 信号系统—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 160612 号

责任编辑: 史鹏举 韩玉宏

印刷: 北京四季青印刷厂

装订: 三河市万和装订厂

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开本: 850×1168 1/16 印张: 20.5 字数: 939 千字

印次: 2009 年 1 月第 1 次印刷

印数: 4 000 册 定价: 38.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010) 88258888。

编审委员会

丛书主编 何光明 吴 婷

本书主编 孙 坤 侯金龙

本书主审 李千目

编委名单（以姓氏笔画为序）

孔慧芳	王一非	王国全	王衍军	刘 伟	孙 坤	孙 虹
孙 涵	江 兵	祁 航	许 勇	许 娟	邢 肖	严云洋
何光明	何杨光	何 秀	何 涛	吴 金	吴 婷	吴 蕾
应艳杰	张 建	张建林	李千目	李 海	杨 明	杨帮华
杨 萍	汪志宏	陈玉旺	陈应松	陈 还	陈 智	单忆南
孟祥印	范荣钢	侯金龙	姚昌顺	姜萍萍	胡 邦	赵传申
骆 健	唐 萨	耿永才	钱阳勇	黄学海	温阳东	童爱红
葛武滇	董 图	廖春和	蔡 浩			

出版说明

知己知彼 百战百胜

随着改革开放和现代化建设事业的需要，特别是“科教兴国”、“知识经济”等战略性措施日益广泛实施，国家机关、企事业单位及各行各业对高素质、高学历人才的需求量越来越大。同时，随着高等教育的大众化，本科人才越来越多，相当一部分大学毕业生不易找到理想工作，很多人希望取得更高的学历，以增强自己的竞争实力，因此，近年来“考研热”持续升温。研究生入学考试现已成为国内影响最大、参加人数最多的国家级选拔高层次人才的水平考试。

1. 编写目的

研究生入学考试与在校大学生的期中或期末考试相比，其深度、广度与难度大大增加，试题综合性强，着重知识的运用，竞争激烈，淘汰率高。同时，考研作为一种选拔性水平考试，试题规范，规律性很强，不少题型反复出现，把这些反复出现的试题整理归类，以节省考生宝贵的复习时间，对考生迎考大有帮助。飞思考试中心为了更好地服务于考生，引导考生在较短时间内掌握解题要领，并顺利通过研究生入学考试，我们组织了一批具有多年教学经验的一线教师，将他们多年的教学经验进行浓缩，并在深入剖析近几年全国 50 余所著名院校研究生入学考试专业课试题的基础上，特别编写了这套《研究生入学考试考点解析与真题详解》系列图书。

2. 本系列图书简介

《研究生入学考试考点解析与真题详解》系列图书首批推出以下 12 本：

- (1) 研究生入学考试考点解析与真题详解——操作系统
- (2) 研究生入学考试考点解析与真题详解——数据结构与算法设计
- (3) 研究生入学考试考点解析与真题详解——微机原理与接口技术
- (4) 研究生入学考试考点解析与真题详解——自动控制原理
- (5) 研究生入学考试考点解析与真题详解——信号与系统
- (6) 研究生入学考试考点解析与真题详解——高等代数
- (7) 研究生入学考试考点解析与真题详解——数学分析
- (8) 研究生入学考试考点解析与真题详解——数字电子技术
- (9) 研究生入学考试考点解析与真题详解——模拟电子技术
- (10) 研究生入学考试考点解析与真题详解——电路
- (11) 研究生入学考试考点解析与真题详解——机械原理与机械设计
- (12) 研究生入学考试考点解析与真题详解——硬件分册（数字逻辑、计算机组成原理、计算机系统结构）

3. 本系列图书特色

- **真题量大面广，最新、最全。**书中收集了近年来全国 50 余所著名院校研究生入学考试专业课试题，题量大、内容新，从而便于读者摸清考试新趋向，预测考点，紧跟考试动态。
- **以真题为纽带，带动考点。**本系列图书的结构不是传统的“考点→例题→习题”，而是采用“真题→分析→考点”的方式。实践证明这种“将考点融入考题，以考题学习考点”的方式应试针

对性极强，特别适合考生在短时间内突破过关。

- **真题分类编排，方便复习。**书中对近几年 50 余所著名院校考研真题进行深入剖析，然后按主流高校指定考研教材的章节分类编排，有利于考生分类复习，专项攻克，同时也便于考生更好地理解 and 掌握考试的内容、范围及难度，便于考生把握命题规律、快速提升应试能力。
- **题型分析透彻，举一反三。**本系列图书重点定位在介绍解题方法与技巧上，不仅授人以“鱼”，更在于授人以“渔”。书中对例题进行细致深入的分析、完整的解答和点评扩展，能达到触类旁通、举一反三之功效。
- **立体化辅导模式，提高效率。**以“真题分析”为主线，以“考点点拨”、“理论链接”等特色段落为辅线，帮助考生巩固考试所涉及的重点与难点。
- **名师精心锤炼，权威性强。**本系列图书由名师主笔，亲授解题技巧。内容全面翔实、文字表达简洁明了、层次清晰、结构严谨，特别突出解题方法，强调知识的综合与提高，导向准确。
- **考点浓缩精解，便于记忆。**将指定的考试内容进行浓缩，用言简意赅的语言精讲考试要点、重点和难点。
- **全真试题实战，自测提高。**书末均给出 3 套全真考研预测试卷，并附上详细的解答，包括分析、解答和注解，便于考生考前演练，自测提高。

4. 本书阅读指南

本书系统全面地分析了近几年信号与系统考研题目的解题思路，并给出了详实的参考答案，读者可以充分的了解各个学校考研题目的难度，查缺补漏，有针对性地提高自己的信号与系统水平。本书共分 10 章。

第 1 章主要介绍信号与系统的理论基础，线性时不变系统的特性。

第 2 章主要介绍线性时不变系统的时域分析，其内容包括线性微分方程的求解、单位冲激响应和阶跃响应的求解和线性时不变系统的卷积。

第 3 章主要介绍傅里叶变换及连续时间系统的频域分析，其内容包括傅里叶变换及其性质，系统函数的求解、连续时间系统的频域分析。

第 4 章主要介绍拉普拉斯变换及连续时间系统的 s 域分析，其内容包括拉普拉斯变换的性质及其求解、系统函数、连续时间系统的 s 域分析以及电路的拉普拉斯分析。

第 5 章主要介绍傅里叶变换用于通信系统，其内容包括希尔伯特变换、抽样定理以及调制滤波。

第 6 章主要介绍离散时间系统的时域分析，其内容包括离散时间系统的性质、差分方程的求解、离散时间系统的时域求解介绍移动图标的 5 种移动方式，每种移动方式的实现方法和注意事项等内容。

第 7 章主要介绍离散时间系统的 z 域分析，其内容包括 Z 变换的求解及其性质、离散时间系统的系统函数和单位冲激响应、离散时间系统的 z 域分析。

第 8 章主要介绍离散傅里叶分析。

第 9 章主要介绍系统的状态变量分析。

第 10 章提供了三套模拟题，并给出详尽的分析解答，供读者考前实战演练、自测提高。

5. 读者对象

本套丛书特别适合希望在较短时间内取得较大收获的广大应试考生，也可作为各类研究生入学考试培训班的辅助教材及高等院校师生的教学参考书。

6. 互动交流

读者的进步，我们的心愿。您如果发现书中有任何疑惑之处，请与我们联系。联系信箱：
gmkeji@163.com。

7. 关于作者

丛书由从事专业课第一线教学的名师分工编写。他们长期从事这方面的教学和研究工作，积累了丰富的经验，对考研颇有研究（其中大多数编写者多年参加研究生入学试题命题及阅卷工作）。本书由孙坤、侯金龙任主编，李千目主审。另外参与这套丛书组织、编写、审校和资料收集等工作的还有（按姓氏笔画排名）：孔慧芳、王国全、江兵、许勇、许娟、严云洋、何光明、何杨光、吴金、吴婷、张建林、李千目、李海、杨明、杨萍、汪志宏、陈玉旺、陈智、范荣钢、姚昌顺、赵传申、骆健、钱阳勇、温阳东、童爱红、葛武滇等。

8. 特别致谢

丛书在编写过程中参考了全国计算机等级考试上机考试真题，在此对丛书所引用试题的出题老师和有关单位表示真诚的感谢。

感谢电子工业出版社对这套书的大力支持，感谢在这套书出版中做出贡献与支持的各界人士。由于时间仓促，学识有限，书中不妥之处，敬请广大读者指正。

编委会

飞思教育产品研发中心

联系方式

咨询电话：(010) 88254160 88254161-67

电子邮件：support@fecit.com.cn

服务网址：<http://www.fecit.com.cn> <http://www.fecit.net>

通用网址：计算机图书、飞思、飞思教育、飞思科技、FECIT

目 录

第 1 章 信号与系统的基本概念	1
考点 1: 信号的基础知识 ★★	1
考点 2: 单位冲激函数 $\delta(t)$ 的应用 ★★★★★	2
考点 3: 基本函数的画图 ★★★★★	3
考点 4: 系统的特性 ★★★★★	8
第 2 章 连续时间系统的时域分析	14
考点 1: 线性方程的求解 ★★★★★	14
考点 2: 单位冲激响应和单位阶跃响应的求解 ★★★★★	26
考点 3: 线性时不变系统的卷积 ★★★★★	31
第 3 章 傅里叶变换连续时间系统的频域分析	42
考点 1: 傅里叶变换及其性质 ★★★★★	42
考点 2: 系统函数 ★★★	63
考点 3: 连续时间系统的频域分析 ★★★	71
第 4 章 拉普拉斯变换连续时间系统 s 域分析	94
考点 1: 拉普拉斯变换的性质及其求解 ★★★★★	94
考点 2: 系统函数 ★★★★★	100
考点 3: 连续时间系统的 s 域分析 ★★★★★	111
考点 4: 电路的拉普拉斯变换分析 ★★★★★	136
第 5 章 傅里叶变换用于通信系统	149
考点 1: 希尔伯特变换 ★★	149
考点 2: 抽样定理 ★★★	152
考点 3: 调制与滤波 ★★★★★	163
第 6 章 离散时间系统的时域分析	188
考点 1: 离散时间系统的性质及差分方程的求解 ★★★	188
考点 2: 离散时间系统的时域求解 ★★★★★	191
第 7 章 Z 变换离散时间系统的 Z 域分析	204
考点 1: Z 变换 ★★★★★	204
考点 2: 离散时间系统的系统函数和单位冲激响应 ★★★★★	215
考点 3: 离散时间系统的 Z 域分析 ★★★★★	221

考点 1: 信号的基础知识 ★★

考点点拨: 主要考查信号的一些基础概念和应用。

【试题 1-1-1】(国防科技大学, 2006 年) 下列叙述正确的有 ()

- ①各种数字信号都是离散信号; ②各种离散信号都是数字信号;
③数字信号的幅度只能取 1 或 0; ④将模拟信号采样直接可得数字信号;
⑤将数字信号滤波可得模拟信号。

分析: 考查信号不同角度的分类及其特性。

解答: 正确答案为①。通常把幅值只取某些规定数值的离散信号(即时间与幅值均为离散的信号)称为数字信号, 可见数字信号是离散信号的一种特例。将模拟信号直接采样得到的信号称为采样信号, 经量化处理后, 才得到数字信号。采样信号经滤波可得模拟信号。

【试题 1-1-2】(北京航空航天大学, 2006 年) 选择题。设 $x(t)=0(t < 3)$, 试确定下列信号为零的 t 值。

- (1) $x(1-t)+x(2-t)$ ()
A. $t > -2$ 或 $t > -1$ B. $t=1$ 和 $t=2$
C. $t > -1$ D. $t > -2$
- (2) $x(1-t) \cdot x(2-t)$ ()
A. $t > -2$ 或 $t > -1$ B. $t=1$ 和 $t=2$
C. $t > -1$ D. $t > -2$
- (3) $x\left(\frac{t}{3}\right)$ ()
A. $t > 3$ B. $t=0$ C. $t < 9$ D. $t=3$

分析: 本题实质上是考查移位和尺度变换对函数定义域的影响。可用图解法验证结果。

解答:

(1) 只有两项均为 0, 才能保证和一定为 0, 则根据 $1-t < 3$ 且 $2-t < 3$, 可得 $t > -1$ 。故选 (C)。

(2) 只要有一项为 0, 就能保证乘积为 0, 则根据 $1-t < 3$ 或 $2-t < 3$, 可得 $t > -2$ 。故选 (D)。

(3) 根据 $\frac{t}{3} < 3$ 得 $t < 9$ 。故选 (C)。

【试题 1-1-3】(北京航空航天大学, 2006 年) 选择题。试确定下列信号周期。

- (1) $x(t)=3\cos\left(4t+\frac{\pi}{3}\right)$ ()
A. 2π B. π C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{2}{\pi}$
- (2) $x[n]=2\cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)+\sin\left(\frac{n\pi}{8}\right)-2\cos\left(\frac{n\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$ ()
A. 8 B. 16 C. 2 D. 4

分析: 后一题利用如下离散周期信号的和的周期性结论。设 $x_1[n]$ 和 $x_2[n]$ 的基本周期分别为 M_1 、 M_2 , 则 $x_1[n]+x_2[n]$ 是周期信号的条件是: $M_1/M_2=k/m$ 为有理数 (k, m 为互素正整数)。其周期满足 $M=kM_2=mM_1$ 。

解答:

(1) $T=\frac{\pi}{2}$ 。选 (C)。



(2) $2\cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)$ 的周期为 $M_1 = \frac{2\pi}{\pi/4} = 8$; $\sin\left(\frac{n\pi}{8}\right)$ 的周期为 $M_2 = \frac{2\pi}{\pi/8} = 16$; $-2\cos\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$ 的周期为 $M_3 = \frac{2\pi}{\pi/2} = 4$, 故它们和的

周期为 16。选 (B)。

【试题 1-1-4】(北京工业大学, 2003 年) 试证明两个奇信号或者两个偶信号的乘积是一个偶信号, 一个奇信号和一个偶信号的乘积是一个奇信号。

分析: 本题考查信号的奇偶性的证明。

解答:

证明: 设 $x(t) = x_1(t)x_2(t)$

如果 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 都是偶信号, 则 $x(-t) = x_1(-t)x_2(-t) = x_1(t)x_2(t) = x(t)$, $x(t)$ 是偶信号。

如果 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 都是奇信号, 则 $x(-t) = x_1(-t)x_2(-t) = -x_1(t)(-x_2(t)) = x(t)$, $x(t)$ 是偶信号。

如果 $x_1(t)$ 是偶信号, $x_2(t)$ 是奇信号, 则 $x(-t) = x_1(-t)x_2(-t) = x_1(t)(-x_2(t)) = -x_1(t)x_2(t) = -x(t)$, $x(t)$ 是奇信号。

考点 2: 单位冲激函数 $\delta(t)$ 的应用 ★★★★★

考点点拨: 主要考查单位冲激函数的各种性质和应用, 常见于积分计算的题型中。

【试题 1-2-1】(哈尔滨工程大学, 2003 年) 计算下列信号值。

(1) $f_1(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 2(t^2 - 2)\delta(t - 2)dt$;

(2) $f_2(t) = \int_0^{+\infty} [\delta(t^2 - 1)]e^{-t}dt$ 。

分析: 利用单位冲激函数的积分性质及其复合函数的性质, 注意冲激点是否在积分区间内。

解答:

(1) $f_1(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 2(t^2 - 2)\delta(t - 2)dt = 2(t^2 - 2)|_{t=2} = 4$ 。

(2) 根据冲激函数的复合函数的性质可得

$$\delta(t^2 - 1) = \left| \frac{1}{2t} \right|_{t=-1} \delta(t+1) + \left| \frac{1}{2t} \right|_{t=1} \delta(t-1) = \frac{1}{2} [\delta(t+1) + \delta(t-1)]$$

则 $f_2(t) = \int_0^{+\infty} [\delta(t^2 - 1)]e^{-t}dt = \int_0^{+\infty} \frac{1}{2} [\delta(t-1)]e^{-t}dt = \frac{1}{2}e^{-1}$ 。(注意, 这里积分限不包含 $t = -1$ 。)

【试题 1-2-2】(北京理工大学, 2004 年) 画出 $\delta(\cos t)$ 的图形, 并计算积分值。

$$A = \int_{-\pi}^{\pi} (1+t)\delta(\cos t)dt$$

分析: 考查单位冲激函数的复合函数的性质。

解答: 令 $\cos t = 0$, 可得 $t = -\frac{\pi}{2}$ 或 $t = \frac{\pi}{2}$, 从而可得

$$A = \left(1 + \frac{\pi}{2}\right) + \left(1 - \frac{\pi}{2}\right) = 2$$

$\delta(\cos t)$ 的图形如图 1-2-2 所示。

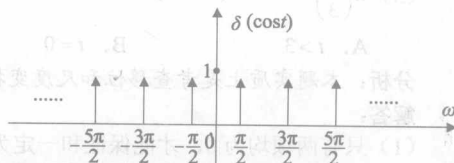


图 1-2-2

【试题 1-2-3】(上海交通大学, 2004 年) 试判断下面的式子是否正确。

(1) $x(t) * \delta(t) = x(t)$;

(2) $x(t)\delta(t) = x(0)$;

(3) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau)d\tau = 1$;

(4) $\int_{-\infty}^t f(\tau)\delta(\tau)d\tau = f(t) * u(t)$ 。

分析: 考查单位冲激函数与普通函数卷积、相乘及其积分等的性质。

解答:

(1) 正确;

(2) 错误, 应该有 $x(t)\delta(t) = x(0)\delta(t)$;

(3) 错误, 应该有 $\int_{-\infty}^t \delta(\tau)d\tau = u(t)$;

(4) 正确。

【试题 1-2-4】(西安电子科技大学, 2006 年) 选择题。

积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} (t^2 + 2)[\delta'(t-1) + \delta(t-1)]dt$ 等于 ()

A. 0

B. 1

C. 3

D. 5

分析: 考查单位冲激函数与冲激偶函数的积分特性。

解答: 选 (B)。

$$\text{原式} = \int_{-\infty}^{+\infty} (t^2+2)\delta'(t-1)dt + \int_{-\infty}^{+\infty} (t^2+2)\delta(t-1)dt = -2+3=1$$

【试题 1-2-5】(华中科技大学, 2006 年) 计算 $\sin t \cdot \delta'(t) = ?$ $\delta'(t)$ 为冲激偶函数。

分析: 考查单位冲激函数与冲激偶函数的性质。

解答: 因为 $[\sin t \cdot \delta(t)]' = \cos t \cdot \delta(t) + \sin t \cdot \delta'(t) = 0$,

$$\text{所以 } \sin t \cdot \delta'(t) = -\cos t \cdot \delta(t) = -\delta(t)。$$

◆ 理论链接

(1) 单位冲激函数的性质

① 相乘运算

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$$

② 抽样性

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$$

③ 偶函数

$$\delta(t) = \delta(-t)$$

④ 尺度变换

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t) \quad (a > 0)$$

⑤ 卷积运算

$$f(t) * \delta(t) = f(t)$$

⑥ $\delta(t)$ 的复合函数 $\delta[f(t)]$ 的性质

$\delta[f(t)]$ 中的 $f(t)$ 是普通函数, 若 $f(t)=0$ 有 n 个互不相等的实根 t_1, t_2, \dots, t_n , 则有:

$$\delta[f(t)] = \sum_{i=1}^n \frac{1}{|f'(t_i)|} \delta(t-t_i)$$

其中, $f'(t_i)$ 表示 $f(t)$ 在 $t=t_i$ 处的导数, 且 $f'(t_i) \neq 0$ 。

⑦ $\delta(t)$ 的积分是单位阶跃函数 $u(t)$

$$u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau$$

(2) 冲激偶函数的性质

① 定义

$$\delta'(t) = \frac{d\delta(t)}{dt}$$

② 奇函数

$$\delta'(t) = -\delta'(-t)$$

③ 与有界函数相乘

$$f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$$

④ 尺度变换

$$\delta'(at) = \frac{1}{|a|}\delta'(t) \quad (a > 0)$$

⑤ 卷积运算

$$f(t) * \delta'(t) = f'(t)$$

⑥ $\delta'(t)$ 的积分是单位冲激函数 $\delta(t)$

$$\delta(t) = \int_{-\infty}^t \delta'(\tau) d\tau$$

考点 3: 基本函数的画图 ★★★★★

考点点拨: 主要考查时间连续信号的奇偶分量的分解和信号的反转、尺度变换、移位。

【试题 1-3-1】(北京理工大学, 2006 年) 已知 $x_1(t)$ 的图形如图 1-3-1 (a) 所示, 画出 $0.5[x_1(t)+x_1(-t)]$ 和 $0.5[x_1(t)-x_1(-t)]$ 的图形。

分析: 利用信号的反转特性进行求解。



解答：将 $x_1(t)$ 反转得 $x_1(-t)$ ，如图 1-3-1 (b) 所示。将它们相加、减得 $0.5[x_1(t)+x_1(-t)]$ 和 $0.5[x_1(t)-x_1(-t)]$ 的图形，如图 1-3-1 (c)、(d) 所示。

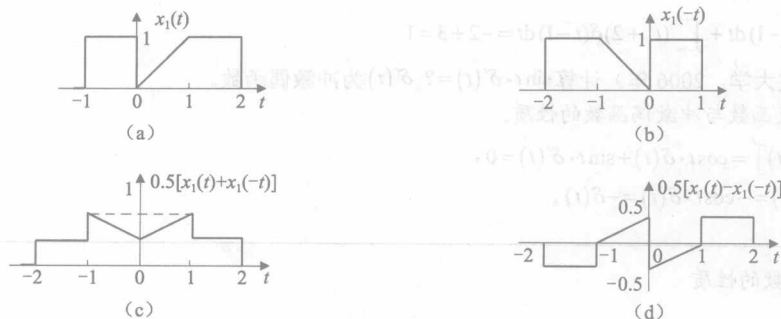


图 1-3-1

【试题 1-3-2】(北京理工大学, 2006 年) 已知信号 $f(5-2t)$ 的图形如图 1-3-2 (a) 所示, 要求画出 $f(t)$ 的图形。

分析：逆向进行移位、反转和尺度变换。注意冲激函数冲激强度的变化。

解答：按 $f(5-2t) \rightarrow f(5-t) \rightarrow f(5+t) \rightarrow f(t)$ 分别进行尺度变换、反转和移位操作。图形分别如图 1-3-2 (b)、(c)、(d) 所示。

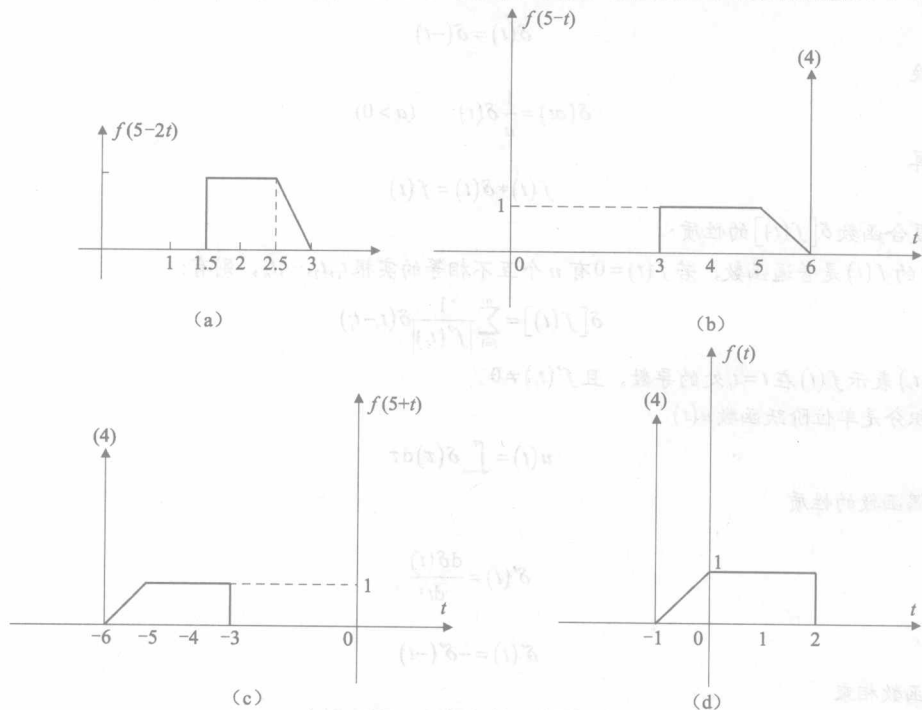


图 1-3-2

【试题 1-3-3】(北京理工大学, 2006 年) 已知 $x_3(2-0.5t)$ 的图形如图 1-3-3 (a) 所示, 画出 $x_3(t)$ 的图形。

分析：通过对信号进行反转、尺度变换、移位来求解。

解答：

将 $x_3(2-0.5t)$ 反转得 $x_3(2+0.5t)$ ，图形如图 1-3-3 (b) 所示；

再将 $x_3(2+0.5t)$ 进行尺度变换得 $x_3(2+t)$ ，图形如图 1-3-3 (c) 所示；

最后将 $x_3(2+t)$ 右移 2 得 $x_3(t)$ ，图形如图 1-3-3 (d) 所示。

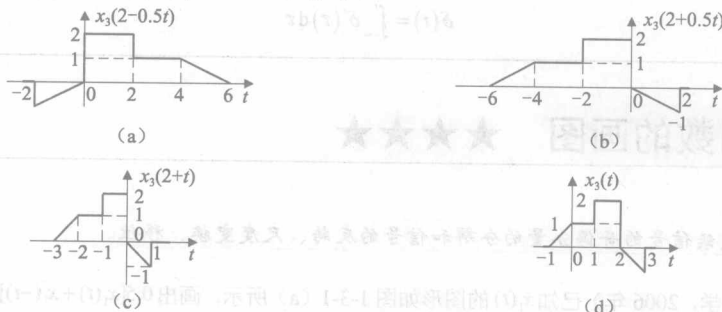


图 1-3-3

【试题 1-3-4】(西安电子科技大学, 2006 年) 已知 $f(t)$ 的图形如图 1-3-4 (a) 所示, $g(t) = \frac{d}{dt}f(t)$, 试画出 $g(t)$ 和 $g(2t)$ 的图形。

分析: 本题考查考生对图形的微分的理解和对信号进行尺度变换操作。

解答: 画出图形如图 1-3-4 (b) 和 (c) 所示。注意, 对冲激函数进行尺度变换时, 其强度也发生变化。

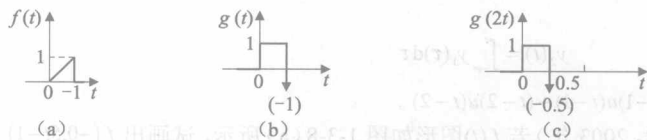


图 1-3-4

【试题 1-3-5】(北京交通大学, 2006 年) 已知信号 $f(2t-2)$ 的图形如图 1-3-5 (a) 所示, 试画出 $f(4-2t)$ 的图形。

分析: 从信号图形的端点入手, 对信号图形的起始点和终点进行定位。

解答: $f(2t-2) \rightarrow f(4-2t)$, 根据变换前后信号图形的端点函数值不变的原理, 有

$$f(2t_1-2) = f(4-2t_{11}), f(2t_2-2) = f(4-2t_{22})$$

变换前信号图形的端点横坐标为 $t_1=2, t_2=-2$, 利用上式可计算出变换后信号图形的端点横坐标为 $t_{11} = (4-2t_1+2)/2 = 1, t_{22} = (4-2t_2+2)/2 = 5$ 。由此可画出 $f(4-2t)$ 的图形, 如图 1-3-5 (b) 所示。

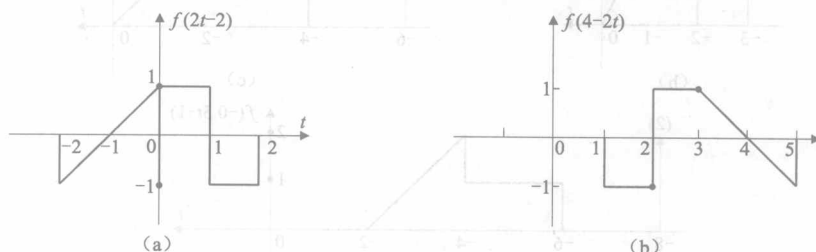


图 1-3-5

【试题 1-3-6】(浙江大学, 2003 年) 已知连续时不变系统对 $f_1(t)$ 的响应为 $y_1(t)$, 求该系统对 $f_2(t)$ 的响应 $y_2(t)$ 。 $f_1(t), y_1(t), f_2(t)$ 的图形分别如图 1-3-6 (a)、(b)、(c) 所示。

分析: 本题考查考生对图形的分析能力。

解答:
因为

$$y_1(t) = f_1(t) + f_1(t-2)$$

$$y_2(t) = f_2(t) + f_2(t-2)$$

$y_2(t)$ 的图形如图 1-3-6 (d) 所示。

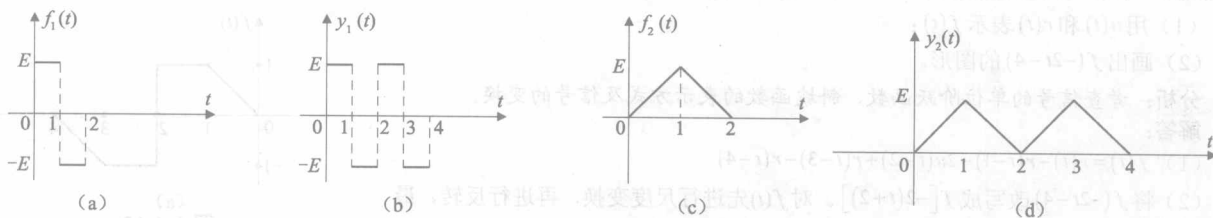


图 1-3-6

【试题 1-3-7】(电子科技大学, 2004 年) 已知一 LTI 系统在输入为 $x_1(t)$ 时, 输出为 $y_1(t)$, 试写出系统在输入为 $x_2(t)$ 时的响应 $y_2(t)$ 的时间表达式。

分析: 本题考查考生对图形的分析能力。

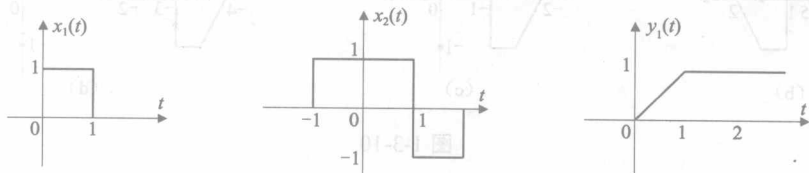


图 1-3-7



解答：
因为

$$x_2(t) = \int_{-\infty}^t x_1(\tau) d\tau$$

所以

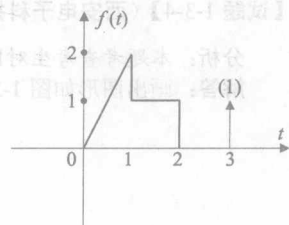
$$y_2(t) = \int_{-\infty}^t y_1(\tau) d\tau$$

则 $y_2(t) = (t+1)u(t+1) - 2(t-1)u(t-1) + (t-2)u(t-2)$ 。

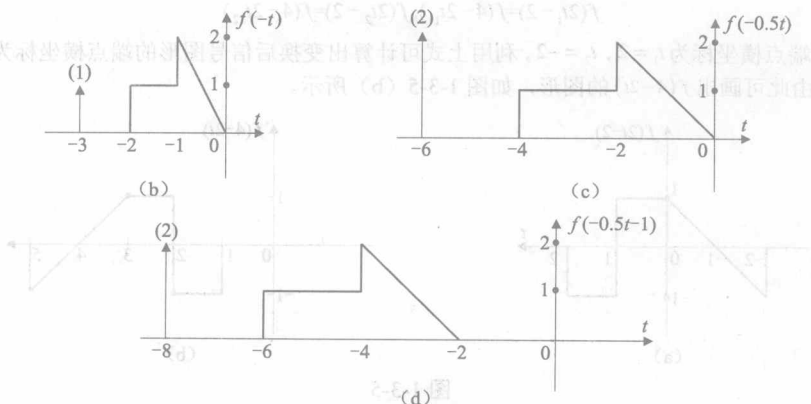
【试题 1-3-8】(北京交通大学, 2003 年) 若 $f(t)$ 图形如图 1-3-8 (a) 所示, 试画出 $f(-0.5t-1)$ 的图形。

分析: 考查对信号进行反转、移位、尺度变换操作。

解答: 将 $f(-0.5t-1)$ 改写为 $y[-0.5(t+2)]$ 。对 $f(t)$ 先进行反转, 再进行尺度变换, 最后左移 2, 即得 $f(-0.5t-1)$, 图形分别如图 1-3-8 (b)、(c)、(d) 所示。



(a)
图 1-3-8



(d)
图 1-3-8

【试题 1-3-9】(北京交通大学, 2003 年) 已知信号 $f(t) = u(t) - u(t-1)$ 通过一 LTI 系统的零状态响应为 $y(t) = \delta(t+1) + \delta(t-1)$, 试求图 1-3-9 所示信号 $g(t)$ 通过该系统的响应 $y_g(t)$ 。

分析: 考查考生对图形的分析能力。

解答: 因为 $g(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$, 所以, 利用线性时不变系统的积分特性可得

$$y_g(t) = \int_{-\infty}^t y(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t [\delta(\tau+1) + \delta(\tau-1)] d\tau = u(t+1) + u(t-1)$$

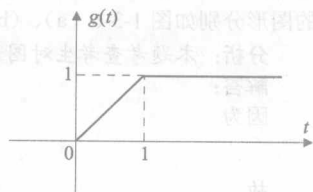


图 1-3-9

【试题 1-3-10】(北京交通大学, 2004 年) 已知 $f(t)$ 的图形如图 1-3-10 (a) 所示, 令 $r(t) = tu(t)$ 。

(1) 用 $u(t)$ 和 $r(t)$ 表示 $f(t)$;

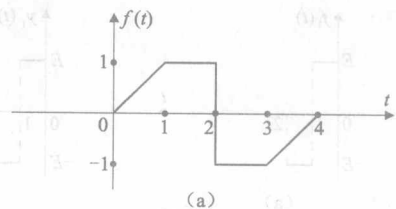
(2) 画出 $f(-2t-4)$ 的图形。

分析: 考查信号的单位阶跃函数、斜坡函数的表示方式及信号的变换。

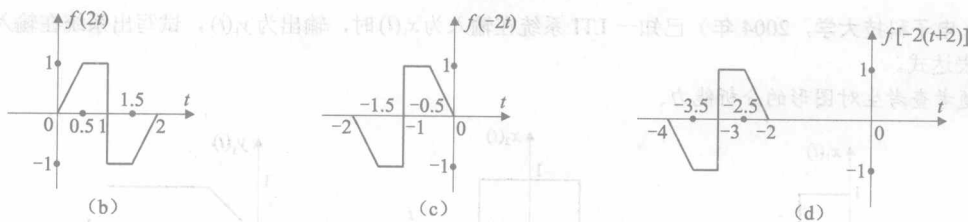
解答:

(1) $f(t) = r(t) - r(t-1) - 2u(t-2) + r(t-3) - r(t-4)$

(2) 将 $f(-2t-4)$ 改写为 $f[-2(t+2)]$ 。对 $f(t)$ 先进行尺度变换, 再进行反转, 最后左移 2, 即得 $f(-2t-4)$, 图形分别如图 1-3-10 (b)、(c)、(d) 所示。



(a)
图 1-3-10



(d)
图 1-3-10

【试题 1-3-11】(北京理工大学, 2006 年) 已知 $x_1(t)$, 如图 1-3-11(a) 所示。画出 $\frac{1}{2}[x_1(t)+x_1(-t)]$ 和 $\frac{1}{2}[x_1(t)-x_1(-t)]$ 的图形。

分析: 该信号是双边函数, 且无对称部分。此时需要按图解法求奇分量和偶分量。

解答: $\frac{1}{2}x_1(t)$ 和 $\frac{1}{2}x_1(-t)$ 分别如图 1-3-11 (b)、(c) 所示, 它们相加和相减的图形分别如图 1-3-11 (d)、(e) 所示。

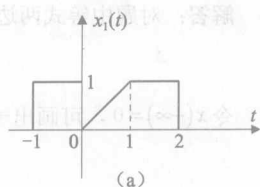


图 1-3-11

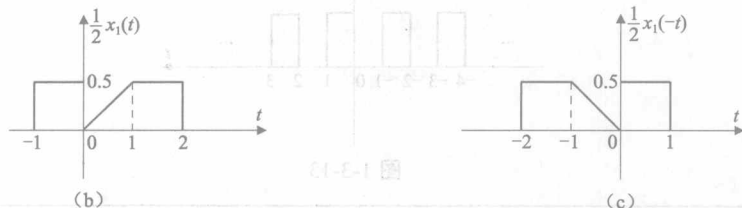


图 1-3-11

【试题 1-3-12】(北京航空航天大学, 2006 年) 将如图 1-3-12 (a)、(b) 所示的连续信号展成如下形式

$$x(t) = f_1(t)u(t-t_1) + f_2(t)u(t-t_2) + \dots$$

给出信号 $f_1(t)$, $f_2(t)$, ... 最简单的解析表达式。

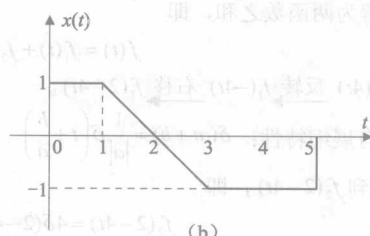
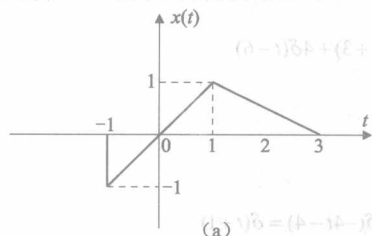


图 1-3-12

分析: 先将信号分段表示, 然后转化为所需的分解形式, 最终得到相应分量的解析表达式。

解答:

(a) 该信号可分为两段: $t(-1 \leq t \leq 1)$ 和 $\frac{-t+3}{2}(1 \leq t \leq 3)$, 即

$$x(t) = t[u(t+1) - u(t-1)] + \frac{3-t}{2}[u(t-1) - u(t-3)]$$

可简化为

$$x(t) = tu(t+1) + \frac{3-3t}{2}u(t-1) + \frac{-3+t}{2}u(t-3)$$

故 $f_1(t) = t, t_1 = -1$; $f_2(t) = \frac{3-3t}{2}, t_2 = 1$; $f_3(t) = \frac{-3+t}{2}, t_3 = 3$ 。

(b) 该信号可分为 3 段: $1(0 \leq t \leq 1)$, $-t+2(1 \leq t \leq 3)$ 和 $-1(3 \leq t \leq 5)$, 即

$$x(t) = [u(t) - u(t-1)] + (2-t)[u(t-1) - u(t-3)] + (-1)[u(t-3) - u(t-5)]$$

可简化为

$$x(t) = u(t) + (1-t)u(t-1) + (t-3)u(t-3) + u(t-5)$$

故 $f_1(t) = 1, t_1 = 0$; $f_2(t) = 1-t, t_2 = 1$; $f_3(t) = t-3, t_3 = 3$; $f_4(t) = 1, t_4 = 5$ 。

【试题 1-3-13】(上海交通大学, 2004 年) 已知 $\frac{dx(t)}{dt} = 3 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-2k) - 3 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-2k-1)$, k 为整数, 试画出 $x(t)$ 的一种可能图形。

分析: 考查微分方程与单位阶跃信号图形。

解答：对题中等式两边从 $-\infty$ 到 t 积分，有

$$x(t) - x(-\infty) = 3 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} [u(t-2k) - u(t-2k-1)]$$

令 $x(-\infty) = 0$ ，可画出一种可能的图形，如图 1-3-13 所示。

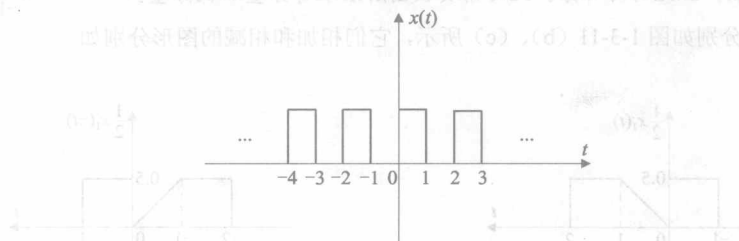


图 1-3-13

理论链接

(1) 作图题常用的概念

① 移位: $f_1(t) = f(t-t_0)$ 。

② 尺度变换: $f_1(t) = f\left(\frac{t}{a}\right) (a \neq 0)$ 。

③ 反转: $f_1(t) = f(-t)$ 。

(2) 信号的奇偶分量

① 奇分量: $f_1(t) = \frac{f(t) + f(-t)}{2}$ 。

② 偶分量: $f_1(t) = \frac{f(t) - f(-t)}{2}$ 。

【试题 1-3-14】(中国传媒大学, 2005 年) 已知图形如图 1-3-14 (a) 所示, 求 $f(2-4t)$, 并画出其图形。

分析: 考查对信号图形进行变换。

解答: $f(t)$ 可分解为两函数之和, 即

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) = 3A_0(t+3) + 4\delta(t-6)$$

$f_1(t)$ 尺度变换 $f_1(4t)$ 反转 $f_1(-4t)$ 右移 $f_1(2-4t)$ 。

单位冲激信号具有展缩特性: $\delta(at+b) = \frac{1}{|a|} \delta\left(t + \frac{b}{a}\right)$

由 $f_2(t) = 4\delta(t-6)$ 到 $f_2(2-4t)$, 即

$$f_2(2-4t) = 4\delta(2-4t-6) = 4\delta(-4t-4) = \delta(t+1)$$

$f(2-4t)$ 的图形如图 1-3-14 (b) 所示。

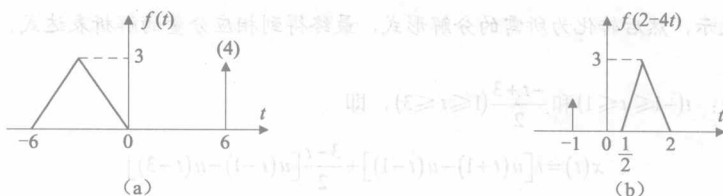


图 1-3-14

考点 4: 系统的特性 ★★★★★

考点点拨: 主要考查系统的各种性质。

【试题 1-4-1】(国防科技大学, 2006 年) 已知如下 4 个系统, $f(t)$ 和 $x[n]$ 代表输入信号, $y(t)$ 和 $y[n]$ 代表输出信号, 线性系统的有 (); 时不变系统的有 (); 因果系统的有 (); 记忆系统的有 ()。

① $y''(t) - ty'(t) = f(t)$

② $y'(t) - 2y(t)y(2t) = f(t)$

③ $y[n] = x[n]x[n+1]$

④ $y[n] = 2^{4n}x[n]$

分析: 本题实质上是考查系统的线性性、时不变性、因果性、记忆性。可根据定义来进行求解。