

CUMCM

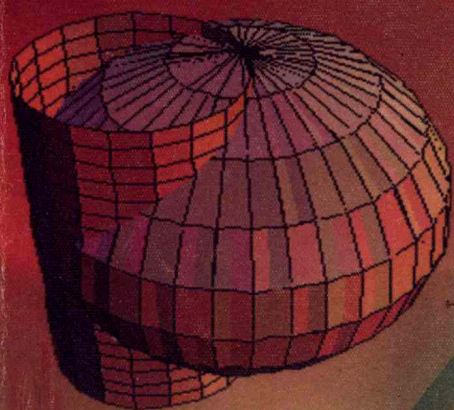
数学建模教育及竞赛

全国大学生数学建模竞赛

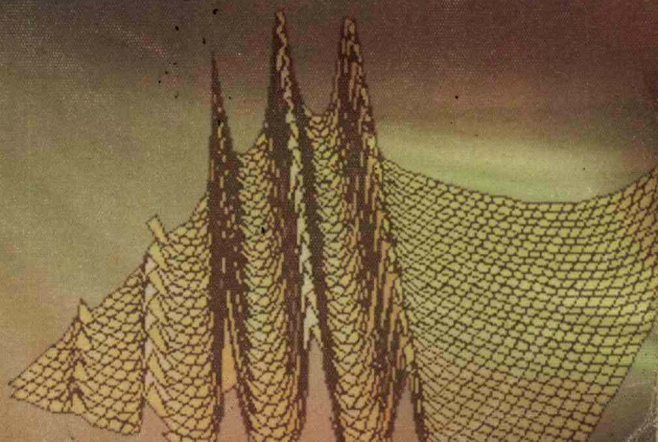
江西赛区十年获奖论文选

主 编 甘筱青

副主编 陈 涛 陈钰菊



江西高校出版社



CUMCM

数学建模教育及竞赛

全国大学生数学建模竞赛
江西赛区十年获奖论文选

主 编 甘筱青
副主编 陈 涛 陈钰菊

江西高校出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学建模教育及竞赛: 全国大学生数学建模竞赛
江西赛区十年获奖论文选 / 甘筱青主编. —南昌: 江
西高校出版社, 2004.6

ISBN 7-81075-557-9

I.数... II.甘... III.数学模型—建立模型—教学
研究—高等学校—文集 IV.022-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 041882 号

数学建模教育及竞赛

——全国大学生数学建模竞赛江西赛区十年获奖论文选

主 编 甘筱青

出版发行 江西高校出版社

(江西省南昌市洪都北大道 96 号)

邮编: 330046

电话: (0791) 8592235、8504319

经 销 各地新华书店

照 排 江西太元科贸有限公司照排部

印 刷 江西教育印刷厂

开 本 787mm × 1092mm 1/16

印 张 16.5 印张

字 数 420 千字

版 次 2004 年 6 月第 1 版 2004 年 6 月第 1 次印刷

印 数 1 ~ 4000 册

书 号 ISBN 7-81075-557-9/O · 023

定 价 25.00 元

(江西高校版图书如有印刷、装订错误, 请随时向承印厂调换)

十年历程话数模

甘筱青

(全国大学生数学建模竞赛江西赛区组委会主任、南昌大学副校长)

2003年12月,全国大学生数学建模竞赛江西赛区颁奖与工作会议在井冈山师院召开。与会代表的强烈共识是:大学生数学建模的教育及竞赛活动是近些年来规模最大也最成功的高校数学教学改革实践。大家积极建议在2004年,即江西组建赛区参加全国大学生数学建模竞赛的第十年开展一系列活动,其中的一个重要项目,就是在江西高校出版社的支持和帮助下,编撰出版《数学建模教育及竞赛》一书。其意义既是总结经验,再接再厉,又是促进全省各高校师生更多的参与竞赛和获取更大的收益。我这篇拙文作为该书的前言,力图简要回顾总结江西赛区的十年历程,并就大学生数学建模教育及竞赛的意义和内涵,数学建模竞赛培训和答卷中的一些普遍性的问题,进行阐述与分析,以期抛砖引玉,与我省高校师生们共勉,把数学建模教育及竞赛推向新的发展。

一、全国大学生数学建模教育及竞赛的缘起和江西赛区的发展

上个世纪80年代中期,由清华大学应用数学系主任萧树铁教授首倡并实践,在清华大学和国内部分高校开设出“数学模型”课程。1986年我作为江西工业大学青年教师在清华大学进修时,就有幸聆听了萧树铁教授和姜启源教授的“数学模型”课,很有收获。随后,我国部分高校组成代表队,多次参加了美国大学生数学建模竞赛(MCM),取得佳绩。1992年,由中国工业与应用数学学会(CSIAM)组织,在全国举行了第一次大学生数学建模竞赛;从1994年起由教育部高教司和CSIAM共同组织,每年9月举行全国大学生数学建模竞赛,将这项活动逐步推开。

我于1991年受教育部选拔,作为访问学者公派赴法国进修应用数学,在各方的支持和鼓励下,后转为由清华大学与法国普瓦提埃大学(Université de Poitiers)合作培养的博士研究生;在法国进行了两年半的课程学习和课题研究,于1994年初返回清华大学完成后论文撰写和答辩,博士生导师就是萧树铁教授。1994年12月,全国大学生数学建模竞赛组委会在北京师范大学召开工作会议,由于当时江西省还没有一所高校参加这项竞赛活动,萧树铁教授(当时作为中国工业与应用数学学会理事长,全国大学生数学建模竞赛组委会主任)力邀我列席了会议,会议代表们殷切期望江西高校尽快填补空白,组建赛区,参加到这项很有意义的竞赛活

动中来。

1995年1月我在清华大学完成博士论文答辩后,回到由原江西工业大学和江西大学合并组建的南昌大学工作,得到学校领导和老师们的重视和关爱,担任了经济学院副院长。当时的经济学院包括我出国前任职的原江西工业大学基础课部数学教研室,我与南昌大学的李火林老师、陈钰菊老师,南方冶金学院的孙弘安老师,江西师范大学的邓声南老师,华东地质学院的刘南根老师和景德镇陶瓷学院的孙天名老师等共同商讨,在各高校的支持下,在江西省教育厅特别是高教处的指导和鼓励下,由江西省教育厅发文,于1995年4月成立了全国大学生数学建模竞赛江西赛区组委会,秘书处挂靠南昌大学。1995年7月,我们邀请了清华大学萧树铁教授、宋斌恒博士、高策理博士和北京大学王萼芳教授来南昌为江西省数学建模讲习班授课,为我省高校数学建模教育及竞赛的开展,奠定了良好的基础;当年9月首次参赛,江西赛区就获得全国1个一等奖和3个二等奖,令人振奋。

自1995年以来,江西赛区连续九年参加全国大学生数学建模竞赛,取得良好成绩,多次受到全国组委会的表扬,并获两次全国优秀组织奖。参赛学校和代表队的规模不断扩大,从本科院校延展到专科院校、高职院校。2003年江西赛区共有23所高校164个代表队参赛,获全国6个一等奖和13个二等奖。其中南昌大学连续九年获全国一等奖16个,其他参赛学校也成绩斐然。1997年江西赛区组委会组织学者编写并出版了《数学模型和方法》一书,为培训我省参赛院校的教练和队员,为各校开展数学建模教育扩大受益面,发挥了积极作用。迄今为止,省内已有许多高校开设了数学建模课程,并陆续建立了数学建模研究室或数学实验室,数学建模的思想逐步融合到一般数学课程的教学中。在此,我代表江西赛区组委会向指导和支持这项工作的江西省教育厅洪三国副厅长、高教处尹富庆处长、聂威副处长、杜侦研究员等,向支持和资助开展这项工作的各高校领导和相关部门,向各校为开展数学建模教育和竞赛付出辛勤劳动的老师和学生们,表示诚挚的感谢!

二、数学建模教育与大学生数学建模竞赛

数学是一门在广泛意义下研究自然和社会现象中的数量关系和空间形式的科学。它是人类文明的重要组成部分,是各门科学的重要基础,在自然科学、工程科学及社会科学等方面均起着思想库的作用,对于培养现代化建设所需要的各类人才有着重要意义。然而,数学往往以非常抽象的形式出现,以致不时会掩盖数学科学的丰富内涵,并对数学实际应用造成障碍。要用数学去解决某个实际问题,不论这问题是来自于工程、经济领域,还是其他社会领域,都必须设法在它们之间架设一座桥梁。首先要将这个实际问题转化为相应的数学问题,然后对其进行分析和计算,最后将所求得的解答回归实际中检验。这个过程就称为数学建模。

当代,数学建模教育已成为现代应用数学的一个重要组成部分,并为整个数学科学的发展提供了进一步的机遇和无限的生机。在大学里开设数学建模课程,开展数学建模竞赛活动,打破了传统上数学课程自成体系、自我封闭的局面,为数学和外部世界的联系在教学过程中打开了一条通道。全国人大常委会副委员长、著名数学家丁石孙教授指出:“数学公式,更重要的是培养同学一个正确的思想方法,而且依据自己所学到的知识,能够不断创新,不断地找出新的途径。这不是在课堂

里死啃几个定理就能解决的。我们用什么办法才能让更多的人,更多的学生认识到这个事情呢?我觉得,建模竞赛是一个很好的方法。”

数学的应用范围正在不断扩大,从传统的力学、物理等领域拓展到化学、生物、经济、金融、信息、材料、环境、能源和管理等各个学科,以及高科技,甚至人文社会科学领域。传统应用数学中的模型大都是清楚的,并且已成为力学、物理等领域的核心内容。但很多新领域的数学模型及其建模方法,还需要不懈的探索。而数学建模竞赛的特点恰恰是,题目由上述领域中的实际问题简化加工而成,一般没有事先设定的标准答案,留有充分余地供参赛者发挥聪明才智和创造精神。数学建模教育及其竞赛,在不影响现有教学秩序下大大推动了高校的教学改革,它有利于文、理、工各学科的渗透,有利于在教学计划和课程设置上进一步理论联系实际,有利于对学生知识、能力和素质的全面培训;同时丰富和活跃了广大同学的课外生活,为优秀学生脱颖而出创造了条件。

全国大学生数学建模竞赛的宗旨是:创新意识,团队精神,重在参与,公平竞争。数学建模竞赛有助于培养学生的创新精神,提高学生的综合素质;而在高校以开设《数学建模》、《数学实验》等课程为标志的数学建模教育,本身就是一种素质教育。通过这种教育和开展大学生数学建模竞赛,可以较全面地培养和提高学生的综合能力,它包括:运用学过的数学知识和计算机(包括选择合适的数学软件)分析和解决实际问题的能力,面对复杂事物的想像力、洞察力、创造力和独立进行研究的能力,投身于国家经济建设的意识、理论联系实际的学风、团结合作的精神和进行协调的组织能力,勇于参与的竞赛意识、不怕困难奋力攻关的顽强意志、查阅文献及撰写科技论文的表达能力,等等。

三、关于大学生数学建模竞赛培训及答卷的一些事项

全国大学生数学建模竞赛组委会的命题思路可以归纳为:(1)开放性,赛题比较灵活,涉及的知识宽泛,以便参赛者充分发挥其创造能力;(2)实践性,赛题具有实际背景和时代特征,激发大学生们去思考一些有意义的问题;(3)综合性,赛题不是一个纯粹的单一问题,需要学生开拓知识结构,并具备论文写作等方面的能力。这些都是开展数学建模竞赛培训中所应关注的。

进一步,数学建模可以说是一门技术,还可说更是一门艺术。技术大体上有章可循,艺术则无法归纳成普遍适用的准则,艺术更多地需要想像力、洞察力、判断力和创新力。因此,在开展数学建模竞赛培训中,既要学习、分析、评价和改进别人做过的模型,还要亲自动手,认真做一些实际建模题目,以便逐步掌握这门技术,领悟这门艺术。

我国各高校在开展大学生数学建模竞赛活动中,采取了不同的组织形式。大部分学校是由教务处和数学系共同来抓,这样可以鼓励更多老师积极参与指导大学生数学建模竞赛活动,也可以有机地与教学设置中的数学建模教育结合起来,效果较好;少部分学校则看作是大学生课外实践活动,委托团委、学生科协或者课外兴趣小组来开展,也有着一些特色。在培训中所选用的教材通常是《数学建模》、《数学实验》等,各地已有多种版本;所要求的软件应用基础通常包括计算机软件(MATLAB, MATHEMATICA)、统计软件(SAS)和优化软件(LINDO)等,而在训

练中常采用历届大学生数学建模竞赛题。

全国大学生数学建模竞赛规定由3名大学生组队,在三天的通讯比赛中,可以使用任何“死”材料(图书、计算机、软件、互联网等),但不得与队外任何人讨论,也不能向教练员咨询和上网讨论。为了形成最佳组合,发挥更大的效率,在组队时应尽可能地让能力、素质方面不同的学生(创新能力强的,认真踏实的,文笔好的……)组成一队,以利于优势互补;尽可能地让学生在组队后充分磨合,达成默契,形成“领袖”,以利于团结合作。

多年来,全国大学生数学建模竞赛组委会在竞赛后组织阅卷时,形成了明确的评阅标准,即:假设的合理性,建模的创造性,结果的正确性,表述的清晰性。在这里,假设的合理性是前提;建模的创造性是指不强调与参考答案的一致性,不刻意结果的精度;结果的正确性,主要是从方法及过程的正确性推出,方法好的,结果一般比较好;表述的清晰性包括摘要应提纲挈领,表达应严谨简洁,格式应符合规范。

在三天的数学建模通讯竞赛期间,需提请参赛队注意的事项是:

- (1)吃透题意,确定题目,抓住核心,重点突出;
- (2)查阅资料、实际调查要适度;
- (3)保证基本模型和求解的完成,在此基础上完善或改造;
- (4)根据建模的要求,可以增强、删除甚至修改题目的条件;
- (5)从均衡的角度,把握好用现成的模型和方法与参赛队创新的模型和方法之间的关系;

(6)论文主体最好由一个队员执笔,并早些开始撰写。

参赛队的答卷应是一篇完整的论文,一般包括:摘要;提出问题;分析问题;建立模型;求解模型(算法设计和计算机实现);形成结果(数据、图形);分析和检验结果(如误差分析、统计检验、灵敏性讨论);优缺点及改进方向;参考文献;附录(含程序、更多的计算结果,复杂的推导与证明等)。对其中的摘要更需予以重视,要简明阐述文中的主要模型(名称)、方法和结果,解决了什么问题,有何特色和创新之处。

最后我想强调,本书所选编的获奖论文,是原汁原味的江西赛区参赛队历年在全国获得的一等奖和部分二等奖的论文(有些遗憾的是,1995年首次参赛的获奖论文一时找不到原作,因此以参考答案弥补)。我们要求各高校在选送这些获奖论文时保持原貌,就是想让今后参考这些赛题及论文的大学生们,既学习借鉴到一些好的思路和方法,也能增强信心,感到获奖并不是那么高不可攀。论文中存在着不同程度的不足,也给今后参赛的队员们一个改进的空间。每年参赛后,教练员和队员们都深有感触,本书也选编了部分师生对数学建模教育和参加数学建模竞赛的体会、经验,读起来特别亲切和真实。

回顾十年,历程不易;面向未来,坚定信念。在全国大学生数学建模竞赛组委会和江西省教育厅一如既往的指导和支持下,在省内各高校师生的积极参与下,江西省的大学生数学建模竞赛活动和相关的数学建模工作将与时俱进,不断开拓,一定会更广泛和更深入地开展。

目 录

1 天车与冶炼炉的作业调度	(1)
1.1 竞赛题·CUMCM1995年B题	(1)
1.2 参考答案	(2)
2 最优捕鱼策略	(6)
2.1 竞赛题·CUMCM1996年A题	(6)
2.2 参赛论文 最优捕鱼策略问题	(7)
论文评析	(12)
3 零件的参数设计	(13)
3.1 竞赛题·CUMCM1997年A题	(13)
3.2 参赛论文 零件的参数设计	(14)
论文评析	(20)
4 截断切割	(21)
4.1 竞赛题·CUMCM1997年B题	(21)
4.2 参赛论文 截断切割	(22)
论文评析	(28)
5 投资的收益和风险	(29)
5.1 竞赛题·CUMCM1998年A题	(29)
5.2 参赛论文 关于投资的收益和风险的数学模型	(30)
论文评析	(39)
6 钻井布局	(40)
6.1 竞赛题·CUMCM1999年B题	(40)
6.2 参赛论文 旧井的充分利用——钻井最优分布的数学模型	(41)
论文评析	(48)
7 DNA序列分类	(49)
7.1 竞赛题·CUMCM2000年A题	(49)
7.2 参赛论文 用判别分析的方法判定DNA序列的类别	(50)
论文评析	(56)
8 钢管订购和运输	(57)
8.1 竞赛题·CUMCM2000年B题	(57)
8.2 参赛论文 钢管订购和运输	(59)
论文评析	(67)
9 公交车调度	(68)
9.1 竞赛题·CUMCM2001年B题	(68)
9.2 参赛论文一 公交车调度	(71)
论文评析	(84)
9.3 参赛论文二 公交车的最优调度方案	(85)
论文评析	(91)

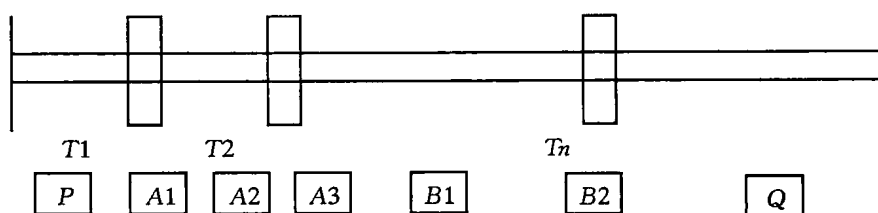
10	基金使用计划	(92)
10.1	竞赛题·CUMCM2001年C题	(92)
10.2	参赛论文 投资基金最佳使用计划研究	(93)
	论文评析	(104)
11	彩票中的数学	(105)
11.1	竞赛题·CUMCM2002年B题	(105)
11.2	参赛论文 彩票中的数学问题	(107)
	论文评析	(122)
12	赛程安排	(123)
12.1	竞赛题·CUMCM2002年D题	(123)
12.2	参赛论文一 赛程安排	(124)
	论文评析	(131)
12.3	参赛论文二 赛程安排优化模型	(131)
	论文评析	(139)
12.4	参赛论文三 赛程安排	(140)
	论文评析	(143)
13	SARS的传播	(144)
13.1	竞赛题·CUMCM2003年A、C题	(144)
13.2	参赛论文一 A题 关于SARS传播的模型	(150)
	论文评析	(172)
13.3	参赛论文二 C题 SARS的传播	(173)
	论文评析	(180)
14	露天矿生产的车辆安排	(181)
14.1	竞赛题·CUMCM2003年B题	(181)
14.2	参赛论文一 露天矿生产的车辆安排	(182)
	论文评析	(193)
14.3	参赛论文二 露天矿生产的车辆安排	(193)
	论文评析	(205)
15	抢渡长江	(206)
15.1	竞赛题·CUMCM2003年D题	(206)
15.2	参赛论文一 抢渡长江的数学模型	(208)
	论文评析	(214)
15.3	参赛论文二 抢渡长江	(214)
	论文评析	(223)
16	Gamma knife Treatment Planning	(224)
16.1	竞赛题·MCM2003年B题	(224)
16.2	参赛论文 Forward and Inverse Treatment Planning	(225)
17	探索与体会	(234)
	附录	(253)
	后记	(258)

1 天车与冶炼炉的作业调度

1.1 竞赛题 · CUMCM1995 年 B 题

B 题 天车与冶炼炉的作业调度

某钢铁厂冶炼车间的厂房布局是,地面沿一直线依次安置着 7 个工作点:辅料供应处 P ; A 组 3 座转炉(冶炼成品钢) A_1, A_2, A_3 ; B 组 2 座冶炼炉(冶炼半成品钢,简称半钢) B_1, B_2 ; 原料供应处 Q 。这些设备的上方贯通着一条运送物料的天车轨道,上面布置着若干天车 $T_1, T_2 \dots, T_n$ 为炉子作业服务。布局示意图如下。



天车与冶炼炉的作业过程与工序为:天车从 Q 处吊起原料一罐(吊罐时间 t_y) 运至 B_1 或 B_2 处放下(放罐时间 T_i) 并将上一炉的原料空罐吊起(吊空罐时间 t_u) 返回 Q 处放下(放空罐时间 T_k)。 B 组炉在原料罐放下后即可在辅助作业下开始冶炼(冶炼时间 t_h), 冶炼后将半钢倒入空半钢罐(时间计入 t_b), 由天车吊起半钢罐(吊罐时间 t_d) 运至 A_1 或 A_2, A_3 处将半钢倒入转炉(倒入时间 t_e) 并将空罐返回 B_1 或 B_2 处放下(放空罐时间 t_c)。再由天车从 P 处吊起辅料一槽(吊槽时间 t_g) 运至 A_1 或 A_2, A_3 加入转炉(加入时间 t_f)。并将空槽返回 P 处放下(放空槽时间 t_h)。 A 组炉在半钢和辅料加入后即可开始冶炼(冶炼时间 t_a), 冶炼后成品钢的输出不用天车(输出时间计入 t_w)。天车通过相邻两个工作点的运行时间都相同。记为 t_x 。

由于各台天车在同一条轨道上运行,因此其顺序位置 $T_1, T_2 \cdots T_n$ 不可交换。在同一时间同一座炉子上只能允许一台天车作业;但 P, Q 两处可以允许多台天车同时作业。在 $P, A_1 \cdots Q$ 每两个相邻工作点之间最多能容纳 2 台天车同时停放。

天车与冶炼炉作业调度的要求为:(1) 成品钢产量尽量高;(2) 各台天车的作业率(天车作业时间所占比例) 尽量均衡(考虑到设备及人员安全等因素,一般天车作业率不超过 70%);(3) 绝不允许出现天车相撞等事故;(4) 调度规则尽量简明,以利于现场人员使用。

现设定: $t_u = 48, t_b = 27, t_i = 3, t_n = 2, t_c = 2, t_a = 3, t_e = 5, t_f = 2, t_k = 2, t_h = 1, t_y = 3, t_k = 2$ (单位:分钟), $t_x = 15$ 秒;A 组炉平均每炉产量 $W_a = 120$ 吨。在不超过 5 台天车的条件下,设计一种满足上述要求的天车与冶炼炉的作业调度方案:

(1) 各台天车负责哪些作业(列出《工序清单》)

(2) 在所给方案的一个运行周期内,每一时刻天车和冶炼炉处于什么状态(画出《天车一炉子作业运行图》);

(3) 一份供现场人员使用的《调度规则说明书》

(4) 在所给方案下计算各台天车的作业率。

并按每天冶炼炉数估计该车间成品钢的年产量(扣除设备维修日,每台转炉作业日,每年按 300 天计算)。

实际生产过程中, t_a, t_b, \cdots, t_k 都是随机的(上面设定的数值可视为平均值),讨论你的调度方案如何适用于实际生产过程。试提出该车间提高钢产量到年产 300 万吨以上的建议。

1.2 参考答案

一 问题分析

1) 本题不存在现成的数学解法,可以通过直观、简练的典型方案的比较,设计出相对优化的调度方案,下面给出一种“三车方案”即用三台天车分别运送辅料(及返回空槽) 运送半钢(及返回空罐) 和运送原料(及返回空罐) 这个方案从天车与炉子作业过程与工序看,是容易理解和接受的,并且可以与二车、四车、五车方案对比。二车方案不易安排且作业率过高;四车方案虽安排稍复杂,作业率稍低,但留有余地,在一台天车检修时级能维持正常生产,故也可认为是较优方案,五车方案则作业率太低。

2) 在作基本模型时,假设所给数据是准确的,不考虑炉子及天车的故障;不考虑工人的换班等。

3) 分析使 A 组炉连续生产,从而使成品钢产量达到最高的条件:天车作业时间: $t_y (= 3')$ ~ Q 处吊原料罐; $t_i (= 3')$ ~ B1(B2) 处放原料罐; $t_o (= 2')$ ~ B1(B2) 处吊空罐; $t_k (= 2')$ ~ Q 处放空罐; $t_d (= 3')$ ~ B1(B2) 处吊半钢罐; $t_e (= 5')$ ~ A1(A2 A3) 处倒半钢; $t_c (= 2')$ ~ B1(B2) 处放半钢空罐; $t_g (= 2')$ ~ P 处吊辅料槽, $t_f (= 2')$ ~ A1(A2, A3) 处倒辅料; $t_a (= 1')$ ~ P 处放空槽; $t_x (= 15'')$ ~ 运行一个工作区间。炉子作业时间: $t_a (= 48')$ ~ A1(A2, A3) 冶炼一炉; $t_b (= 27')$ ~ B1(B2) 冶炼一炉。

A 组炉生产一炉成品钢的周期记为 $t_A, T_a = t_a + t_e + t_f$

B 组炉生产一炉半钢的周期记为 t_B , $t_B = t_b + t_i + t_d$

显然,只要 $2t_A \geq 3t_B$, B 组炉提供的半钢就可保证 A 组炉连续生产,现在 $t_A = 55'$, $t_B = 33'$, 条件满足,调度方案的运行周期应设定为 $ST = 2t_A = 110'$, 在一个周期 ST 内 A1, A2, A3 各炼 2 炉(连续作业) B1, B2 各炼 3 炉(有 $110' - 99' = 11'$ 的“空闲”时间) A, B 两组炉的组合方式可取 B1A3(B1 的半钢供 A3 用)—— B2A2 —— B1A1 —— B2A3 —— B1A2 —— B2A1 形式。

4) 分析天车作业分配,使 A 组炉连续生产的条件。

若设定天车 T1 为 A 组炉运送辅料及返回空槽,无作业时停在 P 处,则 A_i 炼一炉 T1 的作业时间为 $t_{1i} = t_g + t_f + t_h + 2it_x (i = 1, 2, 3)$ 记 $t_1 = \sum_{i=1}^3 t_{1i}$, 显然只要 $t_1 \leq t_A$ 。一台天车(T1)就可满足 A1, A2, A3 连续生产要求,现 $t_{1i} = 5 + i/2$, $t_1 = 18'$ 条件满足。

若设定天车 T2 为 A 组炉运半钢并返回容罐,无作业时停在 B1、B2 之间,则从 B1 到 A_i 运返一次的作业时间为 $t_{21i} = t_d + t_e + t_c + 2(4 - i)t_x$, 从 B2 到 A_i 运返一次的作业时间为 $t_{22i} = t_d + t_e + t_c + 2(5 - i)t_x$ 。记 $t_2 = \sum_{i=1}^3 t_{21i}$, $t_2 = \sum_{i=1}^3 t_{22i}$ 显然只要 $t_2 \leq ST$ 即可,现 $t_2 = 33' + 35' = 68'$ 条件满足。

若设定天车 T3 为 B 组炉运原料并返回空罐,无作业时停 Q 处,则 B_j 炼一炉 T3 的作业时间为 $t_{3j} = t_y + t_i + t_o + t_k + 2(3 - j)t_x$ 。记 $t_3 = \sum_{j=1}^2 t_{3j}$, 显然只要 $t_3 \leq t_B$ 即可,现 $t_3 = 22'$ 条件满足。

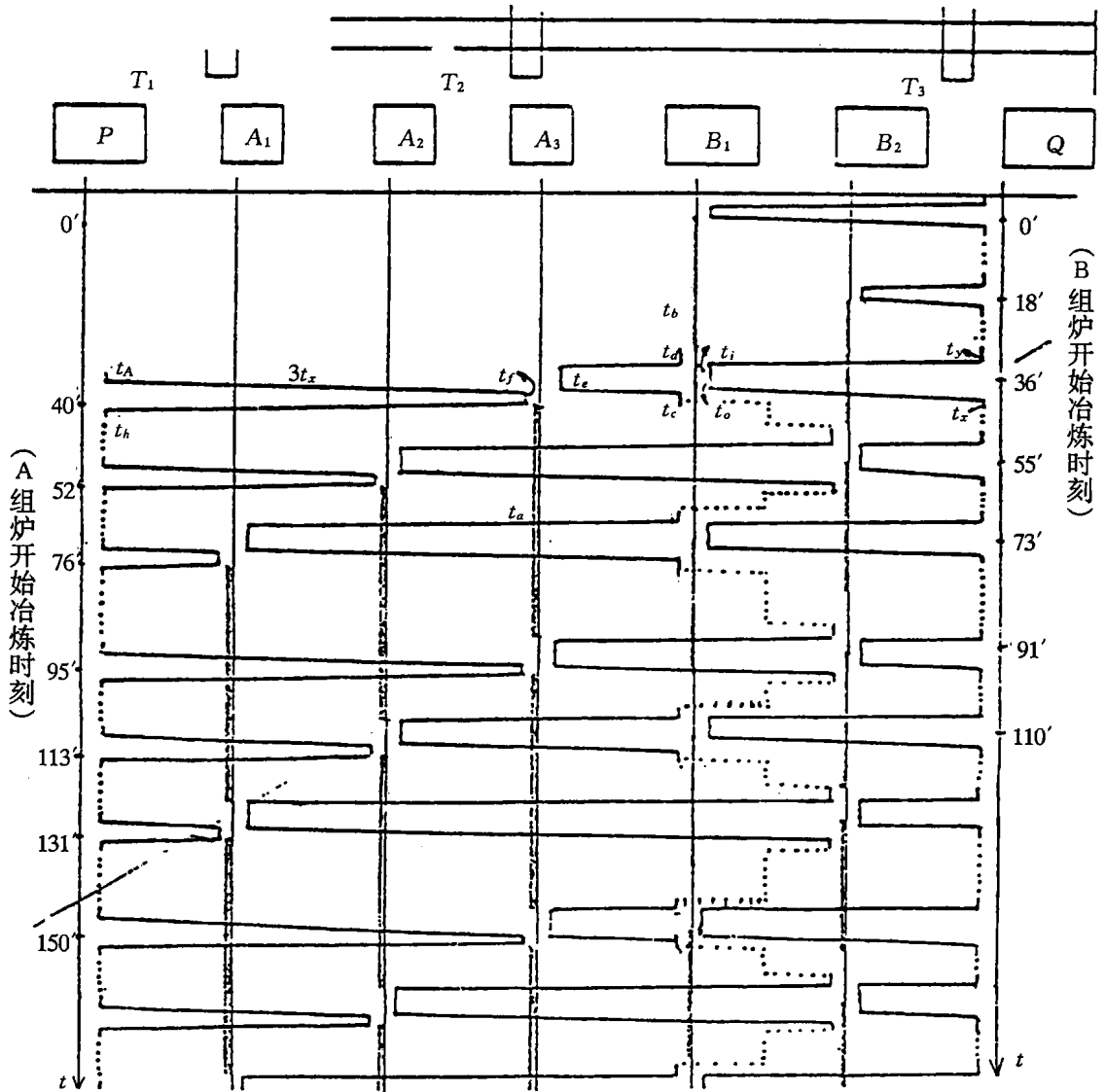
由上述分析可知,三车方案经适当安排,可以满足 A 组炉连续生产的要求。

二 天车作业分配

天车号	工序名称	作业时间	衔接关系	说明
T3	T31 吊起原料罐(满)	3'	T31 → T32	$m = 3 - j$ $j = 1, 2$
	T32 运行(到 B_j 冶炼炉)	$15'' \times m$	T32 → T33	
	T33 放下原料罐	3'	T33 → T34	$m = 3 - j$ $j = 1, 2$
	T35 返回运行(到 Q 处)	2'	T34 → T35	
	T34K 吊起空原料罐	$15'' \times m$	T35 → T36	
	T36 放下空原料罐	2'	T36 → T37	
	T37 无作业			
T2	T21 吊起半成品罐	3'	T21 → T22	$n = 1, 2, 3, 4$ $n = 1, 2, 3, 4$
	T22 运行(到 A_j 冶炼炉)	$15'' \times n$	T22 → T23	
	T23 加入半成品钢	5'	T23 → T24	
	T24 返回空罐运行	$15'' \times n$	T24 → T25	
	T25 放下空半成品罐	2'	T25 → T26	
	T26 无作业			
T1	T11 吊起辅料槽	2'	T11 → T12	$j = 1, 2, 3$
	T12 运行(到 A_j 冶炼炉)	$15'' \times j$	T12 → T13	
	T13 加入辅料	2'	T23 → T13 → T14	
	T14 运行(返回 P 处)	$15'' \times j$	T14 → T15	
	T15 放下空辅料槽	1'	T15 → T16	
	T16 无作业			

三 天车一炉子作业调度规则及运行图

炉子作业调度规则(参看运行图):



注:虚线表示天车处于“无作业”状态;初始时刻 B_1 、 B_2 处各有 1 个半钢空罐待用。

1. 周期、连续、异步规则:循环周期 $ST = 110'$, A 组炉(3 座) 每座冶炼 2 炉, 共 $2 \times 3 = 6$ 炉; B 组炉(2 座) 每座冶炼 3 炉, 共 $3 \times 2 = 6$ 炉, A、B 组合形式如图示为 B_1A_3 — B_2A_2 — B_1A_1 — B_2A_3 — B_1A_2 — B_2A_1 。同组炉子之间必须保持异步运行。即两两之间保持一定时间间隔 Δ , 对于 A 组炉 Δ 应在 $18' (= 1/3t_A)$ 左右, 同时注意到 2Δ 的时间要能使 B 组炉冶炼一炉(如 B_1 的半钢在供应 A_3 后, 经 2Δ 时间后要供应 A_1) 即 2Δ

$\geq t_B$ 综上,可取 $17' \leq \Delta \leq 19'$ 。

2. B组炉作业服从A组炉:因为B组炉生产能力超过A组炉,即 $3t_B < 2t_A$,故在周期运行中,B组炉可设置(且必须设置)空闲时间,B组炉的生产节奏完全可以按照A组炉的要求组织,记 τ_{Ai} 为 A_i 炉开始冶炼时刻, τ_{Bj} 是为 A_i 提供半钢的 B_j 炉的开始冶炼时刻,则配合公式为 $\tau_{Bj} = \tau_{Ai} - (t_f + t_e + t_d + t_b + \delta)$,其中 δ 包括设置的空闲时间($< 11'/3$)及天车运送 uf 。

半钢的运行时间($\leq 1'$)可取 $1' \leq \delta \leq 4'$ 运行图中取 $\delta = 3'$ 。

天车作业调度规则(参看运行图):

1. 天车作业服从炉子:为保证A组炉周期、连续、异步运行,天车的起始作业时刻应按下式计算:记 τ_{Tk} 为天车 TK 起始作业(即作业分配工序表中 $TK1$)时刻($k = 1, 2, 3$)。

$$\tau_{T1} = \tau_{Ai} - (t_g + t_g + it_x), (i = 1, 2, 3)$$

$$\tau_{T2} = \tau_{Aj} - (t_f + t_e + t_d + mt_x), m \text{ 视 } A_i \text{ 与 } B_j \text{ 的配合方式而定}$$

$$\tau_{T3} = \tau_{Bj} - (t_i + t_y + (3 - j)t_x) (j = 1, 2)$$

2. 天车 $T2$ 作业优先: $T2$ 联系着 A, B 两组炉的作业协调,且其作业率最高,三台天车运行中应保证 $T2$ 的优先。

3. 天车停放位置相对固定:天车“无作业”时停放位置既影响自身作业效率,也会对其它天车作业产生干扰,在三车方案中,以 $T1, T3$ 分别停放 P, Q 处, $T2$ 停放 $B1, B2$ 之间为优化布局。

四 天车作业率及钢年产量计算

按照本文 - 4) 中的分析和记号,天车 $T1$ 的作业率为 $K_{T1} = 2t_1/ST = 36/110 = 32.7\%$;天车 $T2$ 的作业率为 $K_{T2} = t_2/ST = 67.5/110 = 61.4\%$;天车 $T3$ 的作业率为 $K_{T3} = 3t_3/ST = 64.5/110 = 57.4\%$

A组3座转炉每天冶炼炉数为 $N_A = 3Int(1440/55) = 78$

每年(300天)的年产量为 $W = 300N_A \cdot W_A = 300 \cdot 78 \cdot 120 = 280.8$ 万吨

将年产量提高到300万吨以上的建议:

1. 提高A组炉平均每炉产量 W_A ,使 $W_A = \frac{300 \cdot 10000}{300 \cdot 78} = 128.2$ 吨,即单炉产量提高6.8%

2. 缩短A组炉的生产周期,使每天冶炼炉数达 $N_A = \frac{300 \cdot 10000}{300 \cdot 120} = 84$,即每座炉每天冶炼28炉,生产周期应为 $t_A = 1440/28 = 51'$ 比原来的 $55'$ 缩短 $4'$,考虑到天车作业时间潜力有限,应使转炉的冶炼周期由原来的 $48'$ 缩短到 $44'$,可以核实,B组炉仍能保证A组炉的连续生产,且天车作业率仍未超过70%。

说明:本题是从P钢铁厂的“七车七炉作业运筹”与C钢铁厂的“五车五炉”作业运筹等实际课题提炼、简化而得,注重检验参赛者从实际课题繁琐、复杂的信息中提炼模型的基本功。

2 最优捕鱼策略

2.1 竞赛题·CUMCM1996年A题

A题 最优捕鱼策略

为了保护人类赖以生存的自然环境,可再生资源(如渔业、林业资源)的开发必须适度。一种合理、简化的策略是,在实现可持续收获的前提下,追求最大产量或最佳效益。

考虑对某种鱼(鲢鱼)的最优捕捞策略。

假设这种鱼分4个年龄组,称1龄鱼, ..., 4龄鱼。各年龄组每条鱼的平均重量分别为5.07, 11.55, 17.86, 22.99(克),各年龄组鱼的自然死亡率均为0.8(1/年),这种鱼为季节性集中产卵繁殖,平均每条4龄鱼的产卵量为 1.109×10^5 (个),3龄鱼的产卵量为这个数的一半,2龄鱼和1龄鱼不产卵,产卵和孵化期为每年的最后4个月,卵孵化并成活为1龄鱼,成活率(1龄鱼条数与产卵总量 n 之比)为 $1.22 \times 10^{11} / (1.22 \times 10^{11} + n)$ 。

渔业管理部门规定,每年只允许在产卵孵化期前的8个月内进行捕捞作业。如果每年投入的捕捞能力(如渔船数、下网次数等)固定不变,这时单位时间捕捞量将与各年龄组鱼群条数成正比,比例系数不妨称捕捞强度系数。通常使用13mm网眼的拉网,这种网只能捕捞3龄鱼和4龄鱼,其两个捕捞强度系数之比为0.42:1。渔业上称这种方式为固定努力量捕捞。

(1) 建立数学模型分析如何实现可持续捕获(即每年开始捕捞时渔场中各年龄组鱼群条数不变),并且在此前提下得到最高的年收获量(捕捞总重量)。

(2) 某渔业公司承包这种鱼的捕捞业务5年,合同要求5年后鱼群的生产能力不能受到太大破坏。已知承包时各年龄组鱼群的数量分别为:122, 29.7, 10.1, $3.29(\times 10^9)$ 条,如果仍用固定努力量的捕捞方式,该公司应采取怎样的策略才能使总收获量最高。

2.2 参赛论文

最优捕鱼策略问题

朱京义 张纯 廖海润

指导教师:李向军

南昌大学 330029

摘要:本文以生态经济着眼,首先用微分方程组建立了基本模型,从理论上完整地描述了各年龄鱼的变化情况。其次,从基本模型出发,我们构造出年度最优模型,得到了可持续捕获应满足的条件及在此条件下可获得的年最高收获量。在对“鱼群的生产能力不受到太大破坏”进行详细分析和合理描述的基础上,巧妙构思,建立了承包期总产量模型,给出了公司应采取的捕捞策略及相应的承包期最高收获量。

一 问题提出及分析

可再生资源管理应使生物资源最终不丧失生产力以便能持续利用,一般以得到最大持续产量(MSY)为目标。

就渔业捕捞而言,公司的最优策略应满足以下要求:

(1) 可持续捕获,即在生态上可行,具体地,希望达到这样的要求,使得每年开始捕捞时渔场的各年龄群的鱼群大小不变。

(2) 产量最大,即经济上可行。第一问中要求年收获量最大,即 $M = m_3a_3 + m_4a_4$ 取最大值。

(3) 技术上可行,不能直接人为地提高产卵率和成活率,采用固定努力量捕捞,每年捕捞强度系数保持不变。

其中,要求(3)已由题设进行了规范,要求(2)是模型所要达到的目标,要求(1)给出达到最优解的前提。

二 模型的基本假设与符号说明

(一) 基本假设

1. 渔场是非开放式渔场,不与其它水域发生关系,从而构成独立的生态群落;
2. 鱼群是一个独立的种群,不存在与其它生物的竞争;或者虽有竞争,但其影响只局限在鱼的自然死亡率内;
3. 假设同一年龄组的个体之间是同质的,只考虑平均水平,不讨论个体的差异;
4. 各年龄组的鱼经过一年后即进入高一级的年龄群,但4龄鱼经过一年后仍然视为4龄鱼;
5. 假设3、4龄鱼全部具有生殖能力,或者虽然雄性不产卵,但平均产卵量掩盖了这一差异;
6. 鱼的自然死亡可在一年内任何时间发生,产卵可在后四个月内任何时间发生,两者

在各自的时间段内是均匀分布的；

7. 对鱼的捕捞采用固定努力量捕捞方式，每年的捕捞强度系数保持不变，且捕捞只在前八个月进行。

(二) 符号说明

$n_i(t)$: t 时刻 i 龄鱼的数量

$n_{i1}^{(k)}$: 第 k 年底 i 龄鱼的数量

$n_{i0}^{(k)}$: 第 k 年初 i 龄鱼的数量

m_i : 第 i 龄鱼的平均重量，相应的值向量为 $(5.07, 11.55, 17.86, 22.99)$ (单位: 克)

r : 自然死亡率，值为 $0.8(1/\text{年})$

c : 四龄鱼的平均产卵量，值为 1.109×10^5 个

$Q^{(k)}$: 第 k 年度的产卵总量 (单位: 个数)

β_i : 对 i 龄鱼的捕捞强度系数， $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 满足 $(0 : 0 : 0.42 : 1)$

a_i : 对 i 龄鱼的年捕捞量 (单位: 条数)

M : 即 $m_3 a_3 + m_4 a_4$, 年总数收获量 (单位: 克)

MM : 即 $\sum_{i=1}^5 M_i$, 5 年的总收获量 (单位: 克)

三 模型的建立

(一) 基本模型

我们首先建立基本模型，来对渔群的变化及每年收获量进行描述。

因为不捕捞 1, 2 龄鱼，有

$$\begin{cases} \frac{dn_i(t)}{dt} = -rn_i; & i = 1, 2 \\ n_i^{(t)}|_{t=0} = n_{i0} \end{cases}$$

得 $n_i = n_{i0} \cdot e^{-rt}$, $i = 1, 2$

对 3, 4 龄鱼，有

$$\begin{cases} \frac{dn_i(t)}{dt} = -rn_i - H(t - \frac{2}{3})\beta_i \cdot n_i & i = 3, 4 \\ n_i|_{t=0} = n_{i0} \end{cases}$$

得 $n_i = n_{i0} \cdot e^{-[r+H(t-\frac{2}{3})\beta_i]t}$ ($i = 3, 4$)

$$\text{其中 } H(t - \frac{2}{3}) = \begin{cases} 0 & t \geq \frac{2}{3} \\ 1 & t < \frac{2}{3} \end{cases}$$

令 $n_{i1}^{(k)}$ 为 i 龄鱼在第 k 年底时的数目， $n_{i0}^{(k)}$ 为 i 龄鱼在第 k 年初时的数目，得