

小学数学三好丛书

献给
小学生

计算与巧算

北京市海淀区教师进修学校 编



轻轻松松学数学

中国水利水电出版社



小学数学三好丛书



计算与巧算

北京市海淀区教师进修学校 编

中国水利水电出版社

编 者 的 话

作为编者、家长、教师，我们的小学生活已经久远。那时，课外读物远没有现在这样丰富，渴望寻觅到一本适用的课外参考书，是儿时的一大愿望。因此，编写一部书，使她能丰富学生们的数学课外内容，能够帮助学生理解、掌握、巩固已经学过的内容，能够拓宽学生思路，使之能更灵活地运用所学知识，能够提高学生分析问题，解决问题的能力，是我们的初衷。

本书紧密结合九年义务教育全日制小学数学教学大纲，按知识单元分册编写。包括：《数的整除》《计算与巧算》《比和比例》《几何初步知识》《分数百分数应用题》《一般应用题》《典型应用题》，共7个分册，基本涵盖了小学数学知识的重点。每册大体分为精要点拨、典型题解、扩展提高、练习题等几部分。书末附有习题参考答案。

本书的特点是①重问题分析：典型题解与扩展提高的例题分析，是精华部分。引导学生深入浅出，掌握分析问题的方法。②重开发思路：使学生在掌握基础知识后，能多角度地思考问题，提高解决问题的能力。③重启发灵活运用知识，使学生融会贯通、举一反三，取得事半功倍的学习效果。

希望本书能成为学生的“好老师”，教师的“好参谋”，家长的“好助手”。因此，我们将这套书称为《小学数学三好丛书》。

本书由我们组织了海淀区一批长期从事小学数学教学与

科研工作，具有丰富经验的特级教师、高级教师编写。我们力求完美，但书中难免有不完善之处，恳请教师、家长和学生提出宝贵意见。

北京市海淀区教师进修学校

1995-10-01

目 录

编者的话

一、数的互化	1
二、整数四则计算	14
1. 整数加法和减法	14
2. 整数乘法和除法	21
3. 整数四则混合运算	32
三、小数四则计算	38
1. 小数加法和减法	38
2. 小数乘法和除法	42
3. 小数四则混合运算	47
四、分数四则计算	51
1. 分数加法和减法	51
2. 分数乘法和除法	55
五、简单的小数、分数四则混合运算	61
六、简便运算	70
1. 利用加法和乘法的运算定律简算	71
2. 利用减法的运算性质简算	76
3. 利用商不变的性质简算	81
七、巧算	85
1. 加法和减法的巧算	85
2. 乘法和除法的巧算	88
八、估算	96
1. 加法和减法的估算	97
2. 乘法的估算	99
3. 除法的估算	100

九、验算..... 105

1. 加法的验算 105

2. 减法的验算 106

3. 乘法的验算 106

4. 除法的验算 106

5. 弃九验算法 107

十、分数、小数四则混合运算..... 111

1. 分数、小数加减混合运算 112

2. 分数、小数乘除混合运算 114

3. 分数、小数四则混合运算 116

参考答案..... 125

一、数的互化

在四则计算中，能够准确、迅速地进行百分数、分数和小数之间，带分数、整数和假分数之间的互化，是提高计算能力的一项重要基本功。要练好基本功，我们需要把握好以下有关的基本知识。

【精要点拨】

(1) 百分数、分数和小数的互化。

1) 百分数、分数、整数和小数之间的关系。

分数和整数形式不同，意义也不同。自然数、零(和负整数)统称整数，可以说整数是由若干个1组成；分数是把单位1平均分成若干份，表示其中的一份或几份的数，它是等分1而构成的。但是二者在实际计量和分数四则计算时，可以互相转化。

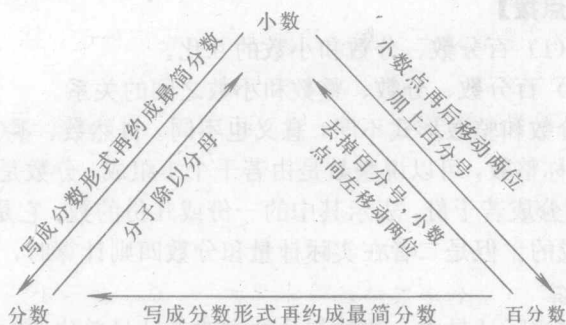
在实际计量中，整数与分数在改变计量单位的时候可以互相转化：如 $\frac{3}{100}$ 米，将计量单位改为厘米时，它就成了3厘米，分数就转化为整数了；又如250克，将计量单位改为千克时，它就成为 $\frac{1}{4}$ 千克，整数又转化为分数了。

在分数四则计算中，整数都可以化为分母为1的分数，1可以化为分子与分母相等的分数；而一个分数，当分子与分母相同，或者分子是分母的整数倍时，都可将其化为整数。如果我们把整数看成特殊的假分数，整数和分数二者就可以用分数形式统一起来。

小数是指分母分别是 10、100、1000……的分数，写成不带分母形式的数，所以说实质上小数(无限不循环小数除外)是某些分数的特殊形式，它们之间是很容易互化的。

百分数用来表示一个数是另一个数的百分之几，它与分数、小数都不同，有自己的特定写法。但是分数的运算法则都适合于百分数，因此可以说在运算中，百分数可以看成是分母是 100 的分数。在日常生活中常见的“几折”就是百分之几十；农业生产中常用的“几成”就是十分之几，即是百分之几十。

2) 百分数、分数和小数的互化方法。



注意：在分数化百分数时，分子除以分母除不尽时，通常要保留三位小数，即百分数分子保留一位小数。

要熟记一些常用的互化数据，如 $\frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$ ， $\frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$ ， $\frac{1}{5} = 0.2 = 20\%$ ， $\frac{1}{8} = 0.125 = 12.5\%$ 之类。

(2) 带分数、整数和假分数互化。

1) 分子比分母大或分子和分母相等的分数叫假分数，它可以分为三类：①分子与分母同样大，其值等于 1；②分子是

分母的倍数，其值大于1，实际上它们是除1之外的自然数；
③分子比分母大，且非倍数关系，其值大于1，实际上是一个整数(非零)与一个真分数的和，如果用这两部分合并的形式表示出来，就是带分数。

2) 整数、带分数与假分数的互化方法。

假分数化成整数或者带分数，要用分母去除分子，能整除的，所得的商就是整数；不能整除的，商就是带分数的整数部分，余数是分数部分的分子，分母不变。

把整数化成假分数，用指定的分母作分母，用分母和整数的乘积作分子。

把带分数化成假分数，用原来的分母作分母，用分母和整数的乘积再加上原来的分子作分子。

3) 要准确熟练地进行百以内的加减运算和乘除运算。

【典型题解】

例1 把0.4、1.75化成分数。

分析 0.4的小数单位是十分之一，0.4表示十分之四，所以可以直接写成分母是10的分数，能约分要再化简为最简分数。

$$0.4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

1.75是带小数，小数的整数部分就是带分数的整数部分，在转化中可以保留不动，但要注意别丢掉，小数部分是百分之七十五，可以直接写成分母是100的分数再化简。

$$1.75 = 1 \frac{75}{100} = 1 \frac{3}{4}$$

例2 把 $\frac{43}{100}$ 、 $2\frac{13}{1000}$ 化成小数。

分析 $\frac{43}{100}$ 读作百分之四十三，单位是 $\frac{1}{100}$ ，同于两位小数的单位百分之一，可以直接写成两位小数。 $2\frac{13}{1000}$ 读作二又千分之十三，单位是 $\frac{1}{1000}$ ，同于三位小数的单位千分之一，也可以直接写成三位小数。

$$\frac{43}{100} = 0.43 \quad 2\frac{13}{1000} = 2.013$$

由上可见，分母是 10、100、1000……的分数，可以直接改写成小数，方法是去掉分母，看分母中 1 后面有几个 0，就从分子的最后一位向左数出几位，点上小数点。但要注意，如果分子的位数少，如 $2\frac{13}{1000}$ ，数位时，要用零补足数位。

例3 把 $\frac{9}{25}$ 、 $\frac{5}{6}$ 和 $1\frac{3}{8}$ 化成小数。

分析 分数的分母不是 10、100、1000……根据分数与除法的关系，用分子除以分母，求得的商就是要化成的小数。

$$\frac{9}{25} = 9 \div 25 = 0.36$$

当分子不能被分母除尽时，分数就化成无限小数，通常是根据题目要求取近似值。

$$\frac{5}{6} \approx 0.83 \text{ (保留两位小数)}$$

要判断一个分数能否化成有限小数，是看已知的最简分

数的分母,如果分母只含质因数2和5,它就可以化成有限小数,如果分母除2和5外,还含有别的质因数,这个分数就不能化成有限小数。

$1\frac{3}{8}$ 是带分数,只需把它的分数部分化成小数,再与整数部分合并,就得到了化成的带小数。

$$1\frac{3}{8}=1+3\div 8=1.375$$

例4 把0.37、0.05、2.4和2化成百分数。

分析 要给这几个数都加上百分号,即加上分母100,为了使原来的数不改变大小,原数必须扩大100倍(即是小数点向右移动两位),作为百分数的分子。

$$0.37=37\%$$

$$0.05=5\%$$

$$2.4=240\%$$

$$2=200\%$$

注意 ①小数点移动时,原数数位不够要补足零;②整数的小数点在数末尾,小数部分为零,向右移动小数点时,应用零补足数位。

例5 把32%、415%和0.3%化成小数。

分析 各个数去掉百分号后,即是去掉分母100,原来的数就扩大了100倍,为了使原数不改变大小,需要再把原分子缩小100倍,即是小数点向左移动两位。

$$32\%=0.32$$

$$415\%=4.15$$

$$0.3\%=0.003$$

例6 把 $\frac{2}{5}$ 、 $1\frac{1}{4}$ 和 $\frac{1}{7}$ 化成百分数。

分析 先把分数化为小数或者分母是100的分数，然后按上述的方法化为百分数。

$$\frac{2}{5}=0.4=40\%$$

或者

$$\frac{2}{5}=\frac{2\times 20}{5\times 20}=\frac{40}{100}=40\%$$

$$1\frac{1}{4}=1.25=125\%$$

或者

$$1\frac{1}{4}=\frac{5\times 25}{4\times 25}=\frac{125}{100}=125\%$$

$$\frac{1}{7}\approx 0.143=14.3\%$$

注意 如果分数不能化成有限小数，题目又没有说明具体要求，通常保留三位小数。

例7 把60%、7.5%和150%化成分数。

分析 把各个数改写成分数形式，再约成最简分数。

$$60\%=\frac{60}{100}=\frac{3}{5}$$

$$7.5\%=\frac{7.5}{100}=\frac{75}{1000}=\frac{3}{40}$$

$$150\%=\frac{150}{100}=1\frac{1}{2}$$

例8 把 $\frac{8}{2}$ 和 $\frac{9}{4}$ 化成整数或带分数。

分析 $\frac{8}{2}$ 表示把单位 1 平均分成 2 份, 有这样的 8 份, 实际上 8 份里包含了 $(8 \div 2)$ 个单位 1。

$$\frac{8}{2} = 8 \div 2 = 4$$

同样的道理, $\frac{9}{4}$ 里包含有 2 个单位 1, 还有 1 个 $\frac{1}{4}$ 。

$$\frac{9}{4} = 9 \div 4 = 2 \frac{1}{4}$$

例 9 把 3 分别化成分母是 2 和分母是 7 的假分数。

分析 1 里包含 2 个 $\frac{1}{2}$, 7 个 $\frac{1}{7}$, 3 里就包含 (2×3) 个 $\frac{1}{2}$, 包含 (7×3) 个 $\frac{1}{7}$ 。

$$3 = \frac{2 \times 3}{2} = \frac{6}{2}$$

$$3 = \frac{7 \times 3}{7} = \frac{21}{7}$$

例 10 把 $3\frac{5}{6}$ 化成假分数。

分析 3 里有 (6×3) 个 $\frac{1}{6}$, 再加上 5 个 $\frac{1}{6}$, 共有 23 个 $\frac{1}{6}$ 。

$$3\frac{5}{6} = \frac{6 \times 3 + 5}{6} = \frac{23}{6}$$

注意 整数、带分数和假分数的互化一般都是口算, 熟练后运算过程不必写出来。

【扩展提高】

(1) 整数、带分数化假分数。

在整数、带分数化假分数中, 有时会遇上只需把整数的一部分化成分数的问题, 在计算时, 首先要确定整数部分有几需要转化。

$$\text{例 1 } 13 = 10 \frac{(\quad)}{5} = 7 \frac{(\quad)}{3}$$

分析 第一问实际上是 $3 = \frac{(\quad)}{5}$, 第二问实际上是 $6 = \frac{(\quad)}{3}$

$$13 = 10 \frac{(15)}{5} = 7 \frac{(18)}{3}$$

$$\text{例 2 } 6 \frac{3}{4} = 4 \frac{(\quad)}{4} = 3 \frac{(\quad)}{28}$$

分析 第一问实际上是 $2 \frac{3}{4} = \frac{(\quad)}{4}$, 第二问先求 $3 \frac{3}{4} = \frac{(\quad)}{4}$, 再根据分数基本性质将分子分母都扩大 7 倍

$$6 \frac{3}{4} = 4 \frac{(11)}{4} = 3 \frac{(105)}{28}$$

(2) 循环小数化分数。

一个循环小数, 循环节从小数部分第一位开始的叫纯循环小数, 循环节不是从小数部分第一位开始的叫混循环小数。这两种小数都可以化为分数, 通过下面两个例题来介绍它们的化法。

例 3 把 $0.\dot{7}$ 和 $2.\dot{3}0\dot{3}$ 化成分数。

因为

$$0.\dot{7} \times 10 = 7.77\cdots$$

$$\text{—) } 0.\dot{7} \times 1 = 0.77\cdots$$

$$0.\dot{7} \times 9 = 7$$

所以

$$0.\dot{7} = \frac{7}{9}$$

$2.\dot{3}0\dot{3}$ 先考虑小数部分。

因为

$$0.\dot{3}0\dot{3} \times 1000 = 303.303\cdots$$

$$\text{—) } 0.\dot{3}0\dot{3} \times 1 = 0.303\cdots$$

$$0.\dot{3}0\dot{3} \times 999 = 303$$

所以

$$2.\dot{3}0\dot{3} = 2 \frac{303}{999} = 2 \frac{101}{333}$$

由上可知，纯循环小数的小数部分可以化为分数，这个分数的分子是一个循环节的数字所组成的数，分母是由数字9组成，9的个数与循环节的位数相同，化成的分数能约分的要约分。

例4 把 $0.39\dot{2}$ 和 $0.4\dot{1}\dot{3}$ 化成分数。

因为

$$0.39\dot{2} \times 1000 = 392.22\cdots$$

$$\text{—) } 0.39\dot{2} \times 100 = 39.22\cdots$$

$$0.39\dot{2} \times 900 = 392 - 39$$

所以

$$0.39\dot{2} = \frac{392 - 39}{900} = \frac{353}{900}$$

因为

$$0.4\dot{1}\dot{3} \times 1000 = 413.1313\cdots$$

$$\text{—) } 0.4\dot{1}\dot{3} \times 10 = 4.1313\cdots$$

$$0.4\dot{1}\dot{3} \times 990 = 413 - 4$$

所以

$$0.4\dot{1}\dot{3} = \frac{413 - 4}{990} = \frac{409}{990}$$

一个混循环小数也可以化成分数，这个分数的分子是第二个循环节以前的小数部分的数所组成的数减去小数部分中不循环部分数所组成的数所得的差，分母的头几位数是9，末几位是0，9的个数与一个循环节中的位数相同，0的个数与不循环部分的位数相同。

练习一

1. 把下面小数化成分数。

$$\begin{array}{cccc} 0.2 & 0.15 & 0.205 & 3.25 \\ 0.08 & 4.32 & 10.85 & 100.075 \end{array}$$

2. 把下面的分数化成小数。

$$\begin{array}{cccc} \frac{7}{10} & 3\frac{71}{100} & 5\frac{37}{1000} & 70\frac{9}{1000} \\ 2\frac{7}{20} & 10\frac{18}{125} & 4\frac{4}{25} & 8\frac{11}{40} \end{array}$$

3. 下面分数中, 哪些能化成有限小数, 哪些不能化成有限小数, 请在各题的括号内分别画上√或者×。

$$\begin{array}{cccc} \frac{5}{6} () & \frac{4}{7} () & 4\frac{8}{15} () & 2\frac{1}{11} () \\ 3\frac{7}{40} () & 3\frac{4}{5} () & 10\frac{7}{8} () & 12\frac{7}{20} () \end{array}$$

4. 填表。

用复名数表示	用小数表示	用分数表示
		$10\frac{1}{4}$ 吨
3 小时 18 分		
	2.6 米	
		$1\frac{7}{20}$ 立方分米
	6.05 平方米	

5. 直接写出各题的结果。

(1) 把下面各数化成百分数。

$$0.36 \quad 20.05 \quad 4.07$$

1.24 5.6 6
4.15 13.71 0.4

(2) 把下面的百分数化成小数或整数。

35% 2.08% 200%
3.009% 480% 4%
13.96% 5.4% 79%

6. 把下面的分数先化成小数再化成百分数。

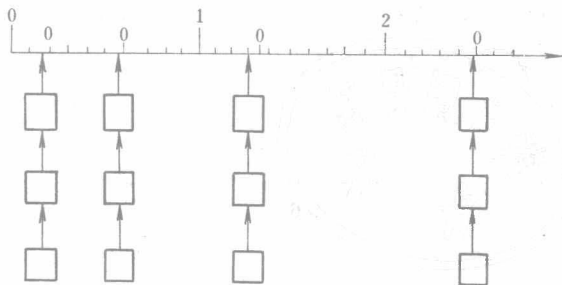
$\frac{5}{10}$ $\frac{7}{25}$ $\frac{4}{9}$
 $\frac{23}{50}$ $1\frac{3}{20}$ $3\frac{7}{80}$

7. 把下面的百分数化为分数。

35% 4.6% 250%
0.84% 44% 5.5%

8. 填空。

(1) 在□里填上相应的分数、小数和百分数。



(2) 在()里填上适当的数, 使等式成立。

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{()} = ()(\text{小数}) = ()\% = \frac{()}{32}$$

$$\frac{5}{7} = ()\% = \frac{45}{()} \approx ()(\text{三位小数})$$