GAOZHONGWULI
AOLINPIKE JINGSAIJIAOCHENG

# 高中物理
# 奥林匹克
## 竞赛教程

浙江教育出版社

高中物理

奥林匹克

竞赛教程

- 高中数学 奥林匹克竞赛教程
- 高中生物 奥林匹克竞赛教程
- 高中化学 奥林匹克竞赛教程
- 高中物理 奥林匹克竞赛教程

AOLINPIKE

ISBN 978-7-5338-5212-2

9 787533 852122 >

定 价：29.50元

# 高中物理奥林匹克竞赛教程

**主编：**金　鹏
**编写：**金　鹏　陈明华
俞国富　蒋永贵
胡亦民　黄镇宇
许　钢　毛朝亮
钟小平　张焕标

浙 江 教 育 出 版 社

**图书在版编目(CIP)数据**

高中物理奥林匹克竞赛教程/金鹏主编. —杭州:浙江教育出版社,2004.4(2008.1 重印)

ISBN 978-7-5338-5212-2

Ⅰ.高… Ⅱ.金… Ⅲ.物理课-高中-教学参考资料 Ⅳ.G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 012365 号

**责任编辑** 郑德文 周延春 **责任校对** 雷 坚
**封面设计** 韩 波 **责任印务** 温劲风

# 高中物理
# 奥林匹克竞赛教程

主编 金 鹏

- 出版发行:浙江教育出版社
  (杭州市天目山路 40 号 邮编:310013)
- 印 刷:杭州富春印务有限公司
- 开 本:787×1092 1/16
- 印 张:32.75
- 字 数:740 000
- 印 数:17 001—20 000
- 版 次:2004 年 4 月第 1 版
- 印 次:2008 年 1 月第 4 次印刷
- 书 号:ISBN 978-7-5338-5212-2
- 定 价:29.50 元

联系电话:0571-85170300-80928
e-mail:zjjy@zjcb.com
网 址:www.zjeph.com

# 前　　言

全国中学生物理竞赛是在中国科协领导下，由中国物理学会主办，各省、自治区、直辖市自愿参加的群众性的课外学科竞赛活动，这项活动一直得到教育部的同意和支持。参加奥林匹克物理竞赛的目的是促使中学生提高学习物理的主动性和兴趣，改进学习方法，增强学习能力；促进学校开展多样化的物理课外活动，活跃学习气氛；发现具有突出才能的青少年，以便更好地对他们进行培养。

为了适应奥林匹克竞赛的要求，1985 年，杭州市教育局和杭州市科协联合创办了杭州市中学生业余科技学校，分别对数、理、化的尖子学生进行培训。在历届全国中学生物理竞赛活动中，杭州市中学生业余科技学校的学生，都取得了优秀的成绩。在浙江赛区，杭州市学生的获奖人数最多，获奖等次最高，并已有数十名同学获历届全国物理竞赛一等奖。1989 年 7 月，在波兰举行的第 20 届国际中学生物理奥林匹克竞赛中，我校学生毛甬（杭四中）荣获银牌。1998 年 10 月，在冰岛举行的第 29 届国际中学生物理奥林匹克竞赛中，我校学生吴欣安（杭二中）夺得金牌。

为了总结办学经验，杭州市中学生业余科技学校的任课教师整理了讲义，改编成了《高中物理奥林匹克竞赛教程》。几年来该书一直作为杭州市中学生业余科技学校高中物理班的物理竞赛教材，深受广大师生的欢迎。最近，《全国中学生物理竞赛内容提要》作了调整和修改，我们决定对原书进行修订，以满足广大师生的要求。

本书不是罗列往届的试题和解答，而是着眼于学生的基本功和物理素养的培养，增长能力，扩大视野，增强适应性。本书以《全国中学生物理竞赛内容提要》顺序，分理论基础和实验基础两部分。在每章的知识要点中，我们对高中物理知识作了深入和精辟的阐述。在例题中，我们让例题紧紧围绕如何建立物理模型，如何分析物理问题，如何寻找最佳的解题方法，如何充分利用数学工具解决物理问题，如何理论联系实际等方面开展讨论和引导，注重知识的加深和拓宽，注重概念、规律、方法的综合应用，注重培养学生分析问题和解决问题的能力，注重激发学生的学习兴趣和求知欲。为了让学生能进一步独立思考、加强练习，我们在每章都精选了适量的习题，以便学生巩固和检验所学的知识。为帮助同学们自学，书后均附有答案。

物理学是一门实验科学，实验基础部分介绍了《全国中学生物理竞赛内容提要》规定的基本仪器的使用知识、典型实验分析，并选编了部分选做实验，有利于提高学生的实验能力。为了加强对实验的辅导，根据竞赛要求，我们从历届全国物理竞赛试题中精选了典型的例子，通过对试题的剖析，使学生进一步了解全国物理竞赛实验竞赛试题的命题原则和命题规律。作为附录，书后还附第二十届（2003 年）全国中学生物理竞赛预、复赛试题及解答。

本书以参加国内物理竞赛的中学生及指导教师为主要对象，也可供学有余力的学生使用。

参加本书编写的老师有：金鹏、陈明华、俞国富、蒋永贵、胡亦民、黄镇宇、许钢、毛朝亮、钟小平、张焕标等，全书由金鹏统稿。

**编　者**

**2003 年 12 月于杭州**

# 目　录

## 理论基础

## 实验基础



## 附录



## 习题答案

**理论基础**

# 第一篇　力　学

## 第一章　运动学

### 一、知识要点

**1. 参照系**

我们把描述运动时选作参照的物体或物体群称为参照系或参考系.我们通常在研究地球的运动时,取太阳为参照系;研究地面上物体的运动时,取地球为参照系.

**2. 质点运动的位移、路程、速度、加速度**

(1) 质点:在某些情况下,具有一定质量的物体,其几何尺寸可以忽略不计,这样的物体称为质点.

(2) 位移和路程:位移是用来描述质点在一定时间间隔内位置的变动,它可以刻画出质点在一段时间内位置变动的总效果.而路程用来描述质点沿轨迹的运动.在一段时间内,质点在其轨迹上经过的路径的总长度叫做路程.

(3) 速度:描述质点运动的方向和快慢.质点的位移 $\Delta s$ 和进行这段位移所用时间 $\Delta t$ 的比值$\frac{\Delta s}{\Delta t}$叫这段时间(或位移)的平均速度 $\overline{v}$;当 $\Delta t\to 0$ 时,$\overline{v}$ 的极限叫那一时刻(或位置)的即时速度 $v$,$v=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}$.

(4) 加速度:描述速度变化的方向和快慢,速度的变化 $\Delta v$ 和这一变化所用的时间 $\Delta t$ 的比值$\frac{\Delta v}{\Delta t}$,叫做这段时间的平均加速度,记作 $\overline{a}$.当 $\Delta t\to 0$ 时,$\overline{a}$ 的极限叫即时加速度 $a$,

$$a=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

**3. 相对运动**

(1) 运动的合成与分解:一个物体同时参与两个运动,这两个运动称为分运动,物体的总的运动称为合运动,由分运动求合运动的过程称为运动的合成;由合运动求分运动的过程称为运动的分解.运动的合成与分解都要运用平行四边形定则:以两个分运动为邻边作平行四边形,平行四边形的对角线就是两个分运动的合成.

运动的合成与分解可以是物体位移的合成与分解,也可以是物体即时速度的合成与分解,还可以是物体加速度的合成与分解.

已知两个分运动的大小和方向,通过平行四边形定则求合运动,可以得到惟一的解;已知合运动,求其分运动,可以得到无数组不同的解.

(2) 相对运动:运动和静止都是相对的,为了说明物体的运动情况必须首先指明参照系,只有明确了参照系才能说明物体相对于这个参照系是否运动及如何运动.

一个物体同时参与两种运动实质上就是参照系的转换.

物体 $A$ 相对于物体 $B$ 运动,同时物体 $B$ 相对于物体 $C$ 运动,那么物体 $A$ 相对于物体 $C$ 的运动就是前两种运动的合成运动.物体 $A$ 相对于物体 $B$ 的运动,就是认为物体 $B$ "不动",从物体 $B$ 来看物体 $A$ 如何运动;而物体 $A$ 相对于物体 $C$ 的运动,则是认为 $C$ 物体"不动",从物体 $C$ 来看物体 $A$ 如何运动,这个过程,实际上就是把参照系从物体 $B$ 转换到物体 $C$ 上了.

相对运动的基本规律可以用两个公式来代表(式中量均为矢量):

$$\vec{s}_{A对B} = -\vec{s}_{B对A},$$

$$\vec{s}_{A对B} + \vec{s}_{B对C} = \vec{s}_{A对C}.$$

上述两个基本规律也适用于速度和加速度.

**4. 矢量和标量**

(1) 矢量:既有大小,又有方向,并符合一定的运算定则的量,称矢量.

(2) 标量:只具有数值大小,而没有方向的量,这些量之间的运算遵循一般代数法则,这样的量称为标量.

**5. 匀速及匀变速直线运动及图象**

(1) 匀速直线运动及图象.

物体在一条直线上运动,如果在任意相等的时间内所通过的位移都相等,这样的运动称匀速直线运动,其 $v-t$、$s-t$ 图象分别如图 1-1(甲)(乙)所示.

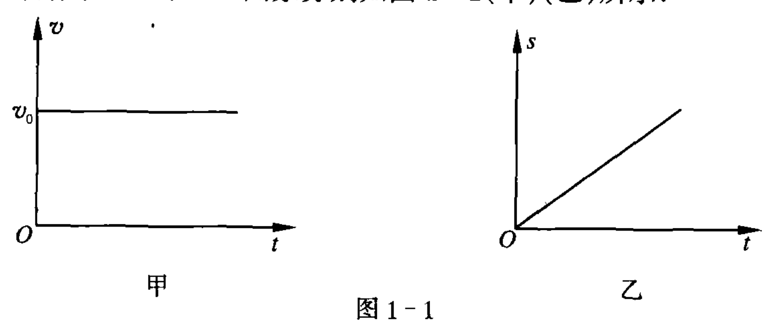


图 1-1

(2) 匀变速直线运动及其图象

物体在一条直线上运动,并且在任意相等的时间内速度的改变量都相等,该物体的运动就称为匀变速直线运动.

匀加速直线运动的 $s-t$、$v-t$、$a-t$ 图象分别如图 1-2 甲、乙、丙所示.

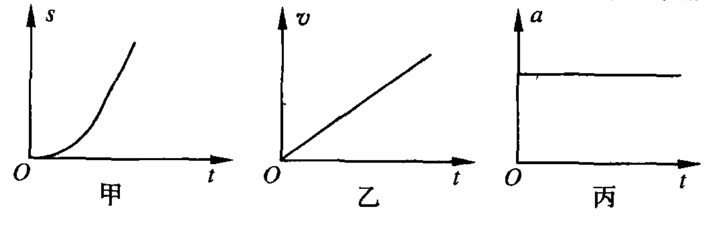


图 1-2

匀减速直线运动的 $s-t$、$v-t$、$a-t$ 图象分别如图 1-3 中的甲、乙、丙所示.

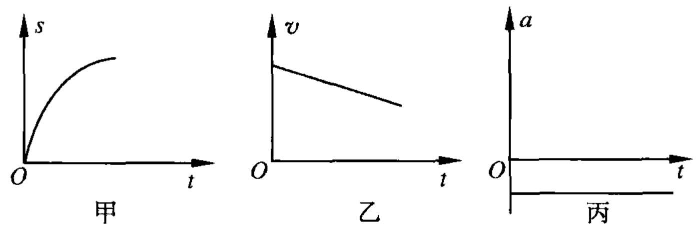


图 1-3

**6. 抛体运动**

所有抛体运动都可视为匀速直线运动与自由落体运动的合运动.

**7. 圆周运动**

(1) 匀速圆周运动:轨迹为圆、速率不变的运动.

(2) 描述圆周运动的物理量:角速度 $\omega$、线速度 $v$、周期 $T$、向心加速度 $a$.

对于半径为 $R$ 的匀速圆周运动,以上各量的关系是:$v=\omega\cdot R$,$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$,$a=\dfrac{v^2}{R}$或$a=\omega^2R$.

**8. 刚体的平动和绕定轴转动**

(1) 刚体:在任何情况下,其形状和大小都不发生任何变化的物体.

(2) 平动:刚体在运动过程中,如果其上任一条直线在各个时刻的位置始终保持平行,这种运动称为平动.

(3) 绕固定轴转动:刚体运动时,如果刚体上所有质元都绕某一固定的转轴转动,这种运动称为定轴转动.

## 二、重点、难点、方法

**1. 质点的复合运动**

(1) 相对运动、绝对运动和牵连运动

相对运动:动点相对于动参考系的运动.

绝对运动:动点相对于静参考系(通常是指固定于地面的参考系)的运动.

牵连运动:动参考系相对于静参考系的运动.

(2) 速度合成定理

①动点的相对速度、绝对速度和牵连速度.

动点相对于动参考系运动的速度称为动点的相对速度;动点相对于静参考系运动的速度称为动点的绝对速度;动参考系相对于静参考系的速度,称为动点的牵连速度.

②速度合成定理

动点在每一瞬时的绝对速度等于其牵连速度与相对速度的矢量和,即

$$v_{绝对}=v_{相对}+v_{牵连}.$$

例:火车在雨中以 30 m/s 的速率向南行驶,雨滴被风吹向南方,在地球上静止的观察者测得雨滴的径迹与竖直方向成 21°角,而坐在火车里的乘客看到雨的径迹却恰好沿竖

直方向，求雨滴相对于地球的速率.

这里，$\vec{v}_{绝对}$：雨滴相对于地面的速度，用 $\vec{v}_{雨地}$表示.

$\vec{v}_{相对}$：雨滴相对于火车的速度，用 $\vec{v}_{雨车}$表示.

$\vec{v}_{牵连}$：火车相对于地面的速度，用 $\vec{v}_{车地}$表示.

所以 $\vec{v}_{雨地}=\vec{v}_{雨车}+\vec{v}_{车地}$.

现在分析三个矢量中哪个是已知的，题目告诉我们乘客在车内看到雨滴是竖直方向运动的，所以 $\vec{v}_{雨车}\perp\vec{v}_{车地}$. 而 $|\vec{v}_{车地}|=30$ m/s. 且 $\vec{v}_{雨地}$与竖直方向的夹角 21°，根据这些条件可画出一个直角三角形(如图 1－4)，解三角形得

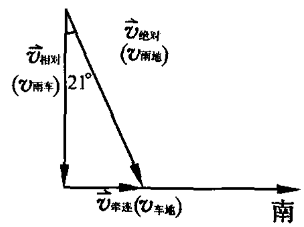

图 1－4

$$|\vec{v}_{雨地}|=\frac{|\vec{v}_{车地}|}{\sin 21^\circ}=\frac{30}{0.3584}\text{ m/s}=83.7\text{ m/s}.$$

(3) 加速度合成定理

①动点的相对加速度、绝对加速度和牵连加速度.

动点相对于动参考系运动的加速度称为动点的相对加速度. 动点相对于静参考系运动的加速度称为动点的绝对加速度；动参考系相对于静参考系的加速度称为动点的牵连加速度.

②牵连运动为平动时点的加速度合成定理.

当牵连运动为平动时，动点在每一瞬时的绝对加速度等于其牵连加速度与相对加速度的矢量和，即

$$\vec{a}_{绝对}=\vec{a}_{相对}+\vec{a}_{牵连}.$$

*(注：牵连运动为转动时点的加速度的合成在中学阶段不讨论)*

**2. 抛体运动**

(1) 关于抛体的几个名词.

抛射角：质点的抛射方向与过抛射点的水平面的夹角.

轨道：质点运动的路径.

射程：抛射点跟轨道与通过抛射点的任意平面的点之间的水平距离.

(2) 处理问题的原则：分别考虑运动的竖直分量和水平分量.

由于重力在竖直方向，它不影响质点水平方向的速度，因此，在整个运动中，水平方向的速度保持不变.

如果把质点以速度 $v$ 沿仰角为 $\alpha$ 方向抛射，则初速度的水平分量为 $v\cos\alpha$，竖直分量为 $v\sin\alpha$.

在整个运动中水平方向的速度始终为 $v\cos\alpha$.

但由于竖直方向的速度受到向下的重力加速度 $g$ 的影响，抛射后任一时刻 $t$ 的竖直速度为 $v\sin\alpha-gt$.

在 $t$ 时间内，沿水平方向运动的距离为$(v\cos\alpha)t$，而竖直距离为$(v\sin\alpha)t-\frac{1}{2}gt^2$.

(3) 抛体在过抛射点的水平面上的射程将质点从 $P$ 点以速度 $v$，沿与过 $P$ 点的水平面 $Px$ 成 $\alpha$ 角的方向抛出，如图 1-5 所示.

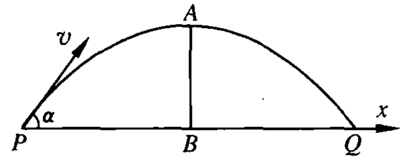

图 1-5

则飞行时间

$$T=\frac{2v\sin\alpha}{g},$$

射程

$$R=\frac{v^2\sin 2\alpha}{g}.$$

(4) 抛体在通过抛射点的斜面上的射程将质点以速度 $v$ 沿与水平面成 $\alpha$ 角的方向，从倾角为 $\beta$ 的斜面上的 $P$ 点抛出，如图 1-6 所示.

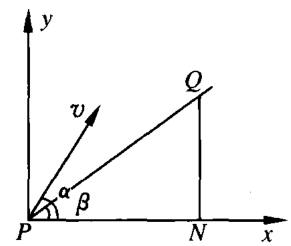

图 1-6

则飞行时间

$$T=\frac{2v\sin(\alpha-\beta)}{g\cos\beta},$$

射程

$$R=\frac{2v^2\sin(\alpha-\beta)\cos\alpha}{g\cos^2\beta}.$$

(5) 抛体的轨道

取 $Px$ 和 $Py$ 分别为水平和竖直的坐标轴，则抛体的轨迹方程为

$$y=x\tan\alpha-\frac{gx^2}{2v^2\cos^2\alpha},$$

这是一个抛物线方程，它表示抛体的运动轨迹是一条抛物线.

当 $y=0$，从方程得

$$x=0 \text{ 和 } x=\frac{2v^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}.$$

第一个值相当于 $P$ 点，第二个值相当于 $N'$ 点，$PN'$ 为飞行的水平射程.

**3. 圆周运动**

圆周运动是平面曲线运动，轨迹上各点的曲率均相等.

(1) 匀速圆周运动

若 $v=$ 常数，这样的圆周运动称为匀速圆周运动. 由于其切向速率不变，故切向加速度为零，而法向加速度则为 $a_n=\frac{v^2}{r}$（半径为常数），故可得向心加速度 $a_n$ 的大小与速率的平方成正比，向心加速度的大小随 $v$ 的变化而变化.

(2) 变速圆周运动

若在做圆周运动过程中速度的大小发生变化，则其切向加速度 $a_\tau=\frac{\Delta v}{\Delta t}$，而法向加速度为 $a_n=\frac{v^2}{r}$.

故合加速度的大小

$$a=\sqrt{\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)^2+\left(\frac{v^2}{r}\right)^2}.$$

设 $a$ 与向心加速度的夹角为$\theta$,则

$$\theta=\arctan\left(\frac{a_r}{a_n}\right).$$

向心加速度 $a=\frac{v^2}{r}$的推导(物体在做匀速圆周运动):

物体以速度 $v$ 做匀速圆周运动,在时间 $t$ 内由$D$ 点移动到$E$ 点(图 1-7),那么弧长$\overset{\frown}{DE}=vt$.取时间 $t$ 小到这样的程度,使 $DE$ 弧和$DE$ 弦互相重合,即 $DE=vt$,而 $DF=\frac{1}{2}at^2$.

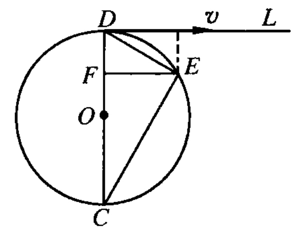

图 1-7

由于$\triangle DFE\backsim\triangle DEC$,所以 $DF:DE=DE:DC$,

即 $(DE)^2=DC\times DF$,

因为 $DE=vt,DC=2r,DF=\frac{1}{2}at^2$,代入上式有

$(v\cdot t)^2=2r\times\frac{1}{2}at^2$,化简后可得

$$a=\frac{v^2}{r}.$$

## 三、例　　题

**【例题 1】** 有一船在河水中逆行,它经过岸边一棵柳树时,由于不慎使一木桶落入水中,顺流而下.经过时间 $t$ 后划船人才发觉,并立即回头追赶,结果在距那棵树的下游 $s$ 处追上.设船对水的划行速率始终不变,问水流的速度是多少?

**分析与解** 求解本题时,若按习惯解法即以地面或那棵树为参照物,虽然可解出此题,但过程较烦.我们若以水为参照物,就可以大大简化解题步骤.以船和桶为研究对象.由于船对水划行速率不变,因此船离桶而去用时间 $t$,船追上桶必然也要用时间 $t$.又由于船是在树的下游 $s$ 处追上桶的,所以,从船离桶到船又追上桶的 $2t$ 时间内,树相对桶运动的距离是 $s$,可见在木桶看来树的运动速度是$\frac{s}{2t}$.因此,以树为参照物,桶顺流而下的速度大小也必为$\frac{s}{2t}$,由此可推知水的流速为$\frac{s}{2t}$.

**【例题 2】** 某人手拿一只停表,上了一次固定楼梯,又以不同方式上了两趟自动扶梯,为什么他可以根据自己测得的数据来算出自动扶梯的台阶级数?

**分析与解** 他先通过上固定楼梯,数出了楼梯的台阶级数 $n_1$,并用停表记下了上楼梯用的时间 $t_1$,这样,他就可求出上楼的速度

$$v_{人梯}=\frac{n_1}{t_1}(级/秒).$$

然后,他站在自动扶梯上,自下端上升到顶端,记下了时间 $t_2$,假设自动扶梯下端到上端共有台阶 $n$ 级,那么他可得出自动扶梯上升的速度表达式为

$$v_{梯地}=\frac{n}{t_2}(级/秒).$$

他再回到自动扶梯下端,第二次踏上自动扶梯,在扶梯自动上升的过程中,他也同时

向上走.他记下了从自动扶梯下端到达顶端所用的时间 $t_3$,因而他也可得出人沿自动扶梯上升的实际速度表达式为

$$v_{人地}=\frac{n}{t_3}(级/秒).$$

而这个速度就是他相对于自动扶梯的速度 $v_{人梯}$和扶梯自动上升的速度 $v_{梯地}$的合速度,即

$$v_{人地}=v_{人梯}+v_{梯地}.$$

所以有 $\frac{n}{t_3}=\frac{n_1}{t_1}+\frac{n}{t_2}$,

即得自动扶梯的台阶级数 $n$ 为

$$n=\frac{t_2t_3}{(t_2-t_3)t_1}\cdot n_1.$$

**【例题 3】** 一列长为 $l$ 的队伍沿直线匀速前进.有一士兵位于路旁的开阔地面上,到路的距离为 $l$.当队尾与士兵的连线正好与路正交时,士兵开始以 2 倍于队伍行进的速率奔跑,想插入队列中,问士兵向什么方向跑,才能在到达路面时,刚好插入队列之中?

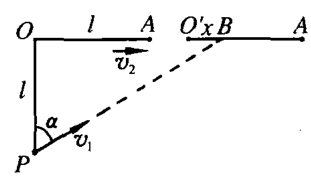

图 1-8

**分析与解** 设士兵从 $P$ 点开始沿着与道路的垂线成 $\alpha$ 角的方向奔跑,速度为 $v_1$.队尾此刻位于 $O$ 点,队首为 $A$,速度为 $v_2=\frac{1}{2}v_1$,如图 1-8 所示.经时间 $t$,士兵到达路上的 $B$ 点,队伍进行到 $O'A'$.设 $B$ 距 $O'$的距离为 $x$,则按题意有 $0<x<l$.

由图可见 $\sin\alpha=\frac{OB}{PB}=\frac{v_2t+x}{v_1t}=\frac{v_2}{v_1}+\frac{x}{v_1t}$, …………… ①

$\cos\alpha=\frac{OP}{PB}=\frac{l}{v_1t}$. ……………………………… ②

从以上两式消去 $t$ 得

$\sin\alpha=\frac{v_2}{v_1}+\frac{x}{l}\cos\alpha$. ………………………………… ③

由于要求 $0<x<l$.

故 $\frac{v_2}{v_1}<\sin\alpha<\frac{v_2}{v_1}+\cos\alpha$ ……………………………… ④

据题意应有 $\alpha<\frac{\pi}{2}$,故由④式第一个不等式得

$\sin\alpha>\frac{v_2}{v_1}=\frac{1}{2}$,即 $\alpha>30^\circ$. ……………………………… ⑤

由④式的第二个不等式可解得

$\sin\alpha<\frac{1+\sqrt{7}}{4}=0.9114$,

即 $\alpha<65.7^\circ$. ………………………………………………… ⑥

即按题目要求,士兵奔跑的方向与 $PO$ 的夹角应满足

$30° < \alpha < 65.7°$. ………………………………………… ⑦

**【例题 4】** 如图 1-9 所示,在 $xOy$ 平面上有两个半径均为 $R$ 的圆,左圆圆心固定在坐标原点 $O$,右圆圆心 $O'$沿 $x$ 轴以速度 $v_0$ 做匀速直线运动,$t=0$ 时刻两圆心重合.试求两圆交点之一 $P$ 点的速率$v$及向心加速度 $a_n$ 与时间 $t$ 的关系.

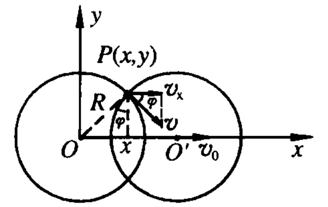

图 1-9

**分析与解** 右圆圆心 $O'$被约束在$x$ 轴上,以 $v_0$ 做匀速直线运动,其坐标 $x_{o'}$与两圆交点$P$ 的 $x$ 坐标是相互关联的,两者的关系不难找出,再由速度的定义可求出 $P$ 点速度$v$ 的$x$分量$v_x$ 与 $v_0$ 的关系,然后利用几何关系即可求出 $P$ 点速率$v$ 随时间 $t$ 的变化,而两圆交点 $P$ 应沿着固定的左圆做圆周运动,由向心加速度的公式可求出 $a_n$ 随时间$t$ 的规律.由图 1-9,因两圆半径相同,在任一时刻,交点 $P$ 的$x$ 坐标与$O'$点的坐标$x_{o'}$的关系为$x=\dfrac{1}{2}x_{o'}$.

设在 $\Delta t$ 时间内,$x$ 和$x_{o'}$的改变量分别为 $\Delta x$ 和 $\Delta x_{o'}$则必有

$$\Delta x=\frac{1}{2}\Delta x_{o'},\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{1}{2}\frac{\Delta x_{o'}}{\Delta t},$$

当 $\Delta t\to 0$ 时有 $v_x=\dfrac{1}{2}v_0$,可见,交点 $P$ 在$x$ 方向的运动是匀速直线运动.如图 1-9,交点 $P$ 的速度$v$ 的方向是过$P$ 点的左圆切线方向,故 $v$ 与$v_x$ 的关系为 $v=\dfrac{v_x}{\cos\varphi}$,式中$\cos\varphi=\dfrac{y}{R}$,$y$ 是$P$ 点的$y$ 坐标,由上可得 $v=\dfrac{R}{y}v_x=\dfrac{Rv_0}{2y}$.式中 $y=\sqrt{R^2-x^2}$,$x=v_xt=\dfrac{v_0}{2}t$.代入 $v$ 表达式,得 $v=\dfrac{Rv_0}{\sqrt{4R^2-v_0^2t^2}}$.因 $P$ 点绕左圆做圆周运动,故其向心加速度为 $a_n=\dfrac{v^2}{R}=\dfrac{Rv_0^2}{4R^2-v_0^2t^2}$.

**【例题 5】** 有一质点由 $A$ 向$B$ 做直线运动,$A$、$B$ 间的距离为$L$,已知质点在 $A$ 点的速度为$v_0$,加速度为 $a$.如果将 $L$ 分成相等的 $n$ 段,质点每通过$\dfrac{L}{n}$的距离,加速度均匀增加$\dfrac{a}{n}$,求质点到达 $B$ 时的速度.

**分析与解** 由于质点在整个过程中是变加速运动,且每一个小段上的加速度是均匀变化的,因此我们可以求出任意一段上的平均加速度$\overline{a}$,找出每一小段的初速与末速的关系,然后得到 $v_B$.根据以上分析,每段上加速度均匀增加,故各段上的平均加速度分别为

$$\overline{a}_1=\frac{a+\left(a+\dfrac{a}{n}\right)}{2}=a+\frac{a}{2n},$$

$$\overline{a}_2=\frac{\left(a+\dfrac{a}{n}\right)+\left[\left(a+\dfrac{a}{n}\right)+\dfrac{a}{n}\right]}{2}=a+\frac{3a}{2n},$$

$$\overline{a}_3=\frac{\left(a+\dfrac{2a}{n}\right)+\left[\left(a+\dfrac{2a}{n}\right)+\dfrac{a}{n}\right]}{2}=a+\frac{5a}{2n},$$

……

$$\overline{a}_n = a + \frac{(2n-1)a}{2n}.$$

由公式 $v_t^2 - v_0^2 = 2as$ 可知：

$v_1^2 - v_0^2 = 2\overline{a}_1 \frac{L}{n} = 2\frac{aL}{n}\left(1+\frac{1}{2n}\right)$,

其中 $v_1$ 为第一段路程$\frac{L}{n}$的末速度，同理

$v_2^2 - v_1^2 = 2\overline{a}_2 \frac{L}{n} = 2\frac{aL}{n}\left(1+\frac{3}{2n}\right)$,

$v_3^2 - v_2^2 = 2\overline{a}_3 \frac{L}{n} = 2\frac{aL}{n}\left(1+\frac{5}{2n}\right)$,

……

$v_n^2 - v_{n-1}^2 = 2\overline{a}_n \frac{L}{n} = 2\frac{aL}{n}\left(1+\frac{2n-1}{2n}\right)$.

上述各式相加可得

$$\begin{aligned} v_n^2 - v_0^2 &= \frac{2aL}{n}\left\{n + \frac{1}{2n}[1+3+5+\cdots+(2n-1)]\right\} \\ &= 2aL + \frac{aL}{n^2}\cdot\frac{1+(2n-1)}{2}n \\ &= 3aL. \end{aligned}$$

所以 $v_n = \sqrt{v_0^2 + 3aL}$.

**【例题 6】** 如图 1－10 所示，圆 $A$ 的半径为圆 $B$ 半径的$\frac{1}{3}$，圆 $A$ 从图上位置出发绕圆 $B$ 做匀速无滑动滚动. 若圆 $A$ 的圆心第一次返回到它的出发点需 1 s，问圆 $A$ 的角速度多大?

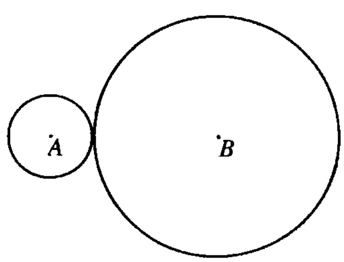


图 1－10

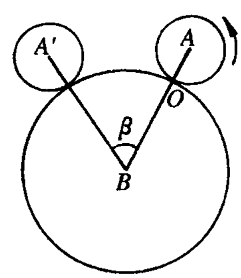


图 1－11

**分析与解** 我们可以把小圆绕大圆滚动看做是两个运动的合运动：一个是小圆自身的旋转运动，另一个是小圆绕大圆的圆周运动. 如图 1－11 所示，设圆 $A$ 的半径为 $r$，圆 $B$ 的半径为 $R$. 当圆 $A$ 逆时针滚动到圆 $A'$ 的位置时，半径 $OA$ 在圆 $A$ 中逆时针旋转 $\alpha$ 弧度，同时圆 $A$ 绕圆 $B$ 旋转 $\beta$ 弧度，则此时 $OA$ 共旋转了 $\alpha+\beta$ 弧度，因此，圆 $A$ 绕圆 $B$ 滚动一周时，$\beta = 2\pi$ 弧度，而此时 $\alpha = \frac{2\pi \cdot R}{r}$，所以圆 $A$ 共旋转的弧度为 $\alpha + \beta = 2\pi\left(\frac{R}{r}+1\right)$，即圆 $A$ 共滚动了$\left(\frac{R}{r}+1\right)$圈.