



GAOKAO BEIKAO ZHINAN

新课程 新考纲

2009

高考备考指南

数学(文科) 专题训练用书

广州市教育局教学研究室 编

华南理工大学出版社

2009 高考备考指南

数 学 (文科)

专题训练用书

(第十二版)

广州市教育局教学研究室 编

华南理工大学出版社

· 广州 ·

《2009 高考备考指南》编委会

主 编 黄 宪

副主编 谭国华 张经纬

编 委 语文分册主编 谭健文 李月容
数学分册主编 曾辛金 陈镇民
英语分册主编 黄丽燕 何 琳 镇祝桂
政治分册主编 张云平 胡志桥
历史分册主编 何 琼 刘金军
地理分册主编 许少星
物理分册主编 刘雄硕 陈信余 符东生
化学分册主编 李南萍 马文龙
生物分册主编 麦纪青 钟 阳

图书在版编目(CIP)数据

数学(文科)专题训练用书/广州市教育局教学研究室编.—12版.—广州:华南理工大学出版社,2008.4

(2009 高考备考指南/黄宪主编)

ISBN 978-7-5623-2904-6

I. 数… II. 广… III. 数学课-高中-习题-升学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 036972 号

总 发 行: 华南理工大学出版社(广州五山华南理工大学 17 号楼, 邮编 510640)

营销部电话: 020-22236378 22236185 87111048(传真)

E-mail: z2cb@scut.edu.cn http://www.scutpress.com.cn

出版策划: 范家巧 潘宜玲

责任编辑: 吴兆强 王建洲

印 刷 者: 广州市番禺区友联彩印厂

开 本: 787mm × 1092mm 1/16 印张: 6 字数: 165 千

版 次: 2008 年 4 月第 12 版 2008 年 4 月第 12 次印刷

定 价: 36.00 元(上下册)

本册定价: 7.20 元

版权所有 盗版必究

说 明

《高考备考指南·数学(文科)》包括系统复习用书、专题训练用书和习题解答共三册书,三册书相互配套,构成了一个特别适合数学高考复习特点的内容体系。

其中,系统复习用书包含了高中数学课程标准中必修课程和选修系列1的全部内容。在充分考虑高中数学课程标准各种不同版本实验教科书的基础上,根据2008年新课程标准高考数学考试大纲和对2009年高考数学(广东卷)命题趋势的分析,系统复习用书将高中数学课程标准中的必修内容和选修内容进行了有机的整合,使得知识之间的内在联系更加紧凑、连贯。为方便使用,系统复习用书按课时编写,而且将每课时的配套练习分为基础训练和综合提高两个部分。系统复习用书可供考生作为数学高考第一轮复习使用。

专题训练用书配合系统复习用书,为每章提供了一套测试卷,既可作为班级单元测试用,也可作为考生自行检测用。

习题解答一书给出了系统复习用书中全部习题的详尽解答,以方便考生解题时及时查对答案,比较解法的优劣。

《高考备考指南·数学(文科)》由广州市教育局教研室曾辛金、陈镇民担任主编。参加编写的人员分别是:许建中(第一章),杨仁宽、宋洁云(第二章),肖凌慧(第三章),伍晓焰(第四章),罗华、谭建东(第五章),陈镇民、谭国华、罗晓斌(第六章),周伟锋(第七章),曾辛金、赖青松(第八章),许建中、吴华东(第九章),翁之英、李大伟(第十章),肖勇钢(第十一章),彭雨茂(第十二章),赵霞(第十三章),严运华(第十四章),谭曙光(第十五章)。参加编写的人员均为广州市中学数学骨干教师,他们有着丰富的数学高考复习的实践经验,同时又都是高中数学课程标准实验的亲身参与者。

为了保证书稿的质量,《高考备考指南·数学(文科)》还邀请了一批无论在数学专业上、还是在课堂教学上都具有较高造诣的广州市高中数学青年教师参与审校工作。他们是:曹小恩、伍勋、温效良、刘殷、廖秋凡、梁明月、贺小意。

感谢华南理工大学出版社的编辑和校对人员,正是由于他们的帮助,才使本书得以顺利出版。

尽管本书的编写、编辑和校对人员均抱着非常严肃认真的态度对待本书的编写与出版工作,但由于水平有限,或偶有疏忽,本书必定还存在一些不足之处,恳请广大教师和学生提出批评、建议,以便再版时修订。

编 者
2008年3月

目 录

(测试题)(答案)

第一章	“集合与常用逻辑用语”测试题	(1)	(61)
第二章	“函数概念与幂函数、指数函数、对数函数”测试题	(5)	(63)
第三章	“导数及其应用”测试题	(9)	(64)
第四章	“平面向量”测试题	(13)	(67)
第五章	“三角函数、三角恒等变换与解三角形”测试题	(17)	(68)
第六章	“数列”测试题	(21)	(70)
第七章	“不等式”测试题	(25)	(72)
第八章	“立体几何初步”测试题	(29)	(75)
第九章	“直线和圆的方程”测试题	(33)	(77)
第十章	“圆锥曲线方程”测试题	(37)	(79)
第十一章	“算法初步和框图”测试题	(41)	(81)
第十二章	“统计”测试题	(45)	(82)
第十三章	“概率”测试题	(49)	(84)
第十四章	“推理与证明”测试题	(53)	(86)
第十五章	“复数”测试题	(57)	(88)

第一章 “集合与常用逻辑用语”测试题

(满分 150 分, 时间 120 分钟)

班级: _____ 姓名: _____ 学号: _____ 成绩: _____

一、选择题(本大题有 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

1. 如图 1 所示, U 表示全集, 用 A, B 表示阴影部分, 正确的是().

- (A) $A \cup B$ (B) $\complement_U A \cup \complement_U B$
(C) $\complement_U (A \cap B)$ (D) $\complement_U (A \cup B)$

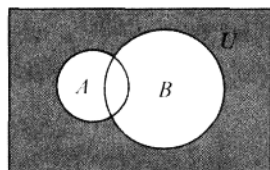


图 1

2. 已知全集为 $U = \mathbf{R}$, 集合 $P = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$, $Q = \{x \mid x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 2\}$, 则 $\complement_U Q \cap P =$ ().

- (A) $\{x \mid 0 < x \leq 1\}$ (B) $\{x \mid 0 < x < 1\}$
(C) $\{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$ (D) $\{x \mid -1 \leq x < 2\}$

3. 已知集合 $A = \{1, 2\}$, 那么 A 的真子集的个数是().

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

4. 若 $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Q = \{0, 2, 3\}$, 且定义 $Q - P = \{x \mid x \in Q \text{ 且 } x \notin P\}$, 则 $Q - P =$ ().

- (A) P (B) Q (C) $\{1, 4, 5\}$ (D) $\{0\}$

5. 设集合 $M = \{1, m^2\}$, $N = \{2, 4\}$, 那么“ $M \cap N = \{4\}$ ”是“ $m = -2$ ”的().

- (A) 充分但非必要条件 (B) 必要但非充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

6. 设全集 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, 则满足 $A \cap B = \{3, 5\}$ 的所有集合 B 的个数是().

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

7. 已知: ① p : 两直线平行, q : 斜率相等;

② p : $c = 0$, q : 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过原点;

③ p : $A \subseteq B \subseteq S$, q : $\complement_S B \subseteq \complement_S A$.

其中三组命题中, 命题 p 是命题 q 的充要条件是().

- (A) ①② (B) ②③ (C) ①③ (D) ②



8. 下列四组条件中, p 是 q 的充分非必要条件的是().

(A) $p: x \neq 0; q: xy \neq 0$

(B) $p: a > b; q: \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

(C) $p: a = b; q: a + b = 2\sqrt{ab}$

(D) $p: \begin{cases} 0 < a < 1 \\ 0 < b < 1 \end{cases}; q: \begin{cases} 0 < a + b < 2 \\ -1 < a - b < 1 \end{cases}$

9. 若命题 $p: “\exists m \in \mathbf{R}, \text{使方程 } x^2 + mx + 1 = 0 \text{ 有实数根}”$, 则“ $\neg p$ ”形式的命题是().

(A) $\exists m \in \mathbf{R}, \text{使方程 } x^2 + mx + 1 = 0 \text{ 无实数根}$

(B) 不存在实数 m , 使方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 无实数根

(C) $\forall m \in \mathbf{R}, \text{使方程 } x^2 + mx + 1 = 0 \text{ 无实数根}$

(D) 至多有一个实数 m , 使方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有实数根

10. 函数 $y = x^2 + bx + c (x \in (-\infty, 0])$ 是单调函数的充要条件是().

(A) $b > 0$

(B) $b < 0$

(C) $b \geq 0$

(D) $b \leq 0$

二、填空题(本大题有 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上)

11. 设 $A = \{(x, y) | y = 2x + 3\}$, $B = \{(x, y) | y = 3x + 1\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

12. 在空间中, ①若四点不共面, 则这四点中任何三点都不共线; ②若两条直线没有公共点, 则这两条直线是异面直线; ③若两条直线都垂直于同一直线, 则这两条直线互相平行; ④若一条直线垂直于平面内任何一条直线, 则这条直线垂直于这个平面. 以上命题中, 逆命题为真命题的是_____. (把符合要求的命题序号填在横线上)

13. 已知 a, b, c 是非零的平面向量, 甲: $a \cdot b = a \cdot c$, 乙: $b = c$, 则甲是乙的_____条件(填写充分不必要、必要不充分、充要); 若 $a \cdot b = a \cdot c$, 且 $a \perp b$, 则 b 与 c 是_____关系.

14. 下列命题中正确的是_____. (只填写正确命题的序号)

①“ $xy > 0$ ”是“ $|x + y| = |x| + |y|$ ”的充要条件;

② A, B 是非空集合, 若“ $A \cap B = A$ ”是“ $A = B$ ”的必要非充分条件;

③条件甲: 方程 $f(x) = x^2 + (a - 1)x + 1 = 0$ 在区间 $(0, 2)$ 上有两个实数根; 条件乙: $\Delta = (a - 1)^2 - 4 \geq 0$, 且 $f(0) > 0, f(2) > 0$, 那么乙是甲的充分非必要条件;

④关于 x 的方程 $ax^2 + 2x - 1 = 0$ 至少有一个正实数根的充要条件是 $a \geq -1$;

⑤已知 $p: x \in \{x | 4x^2 - 4x + 1 > 0\}$, $q: x \in \{x | -6x^2 - x + 2 < 0\}$, 则 q 是 p 的充分非必要条件;

⑥ A, B 是两个命题, 若 A 是 $\neg B$ 的充分非必要条件, 则 B 是 $\neg A$ 的必要非充分条件.

三、解答题(本大题有 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (本题 12 分)

市数、理、化竞赛时, 高三(1)班有 24 名学生参加数学竞赛, 28 名学生参加物理竞赛, 19 名学生参加化学竞赛, 其中参加数、理、化三科竞赛的有 7 名, 只参加数、理两科竞赛的有 5 名, 只参加理、化两科竞赛的有 3 名, 只参加数、化两科竞赛的有 4 名. 若该班学生有 48 名, 问没有参加任何一科竞赛的学生有多少名?

16. (本题 13 分)

设 $f(x) = \sqrt{2 - \frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 A , $g(x) = \lg[(x-a-1)(2a-x)]$ ($a < 1$) 的定义域为 B .

(1) 求 A ;

(2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

17. (本题 13 分)

证明: 若 $a^2 + 2ab + b^2 + a + b - 2 \neq 0$, 则 $a + b \neq 1$ 为真命题.

18. (本题 14 分)

已知 $A = \{x \mid x^2 + 3x - 4 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + (a+1)x - a - 2 = 0\}$, 且 $A = A \cup B$, 求实数 a 的值和集合 B .

19. (本题 14 分)

已知 $p: -2 \leq x \leq 10$, $q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

20. (本题 14 分)

对于函数 $f(x)$, 若 $f(x) = x$, 则称 x 为 $f(x)$ 的“不动点”; 若 $f[f(x)] = x$, 则称 x 为 $f(x)$ 的“稳定点”. 函数 $f(x)$ 的“不动点”和“稳定点”的集合分别记作 A 和 B , 即 $A = \{x | f(x) = x\}$, $B = \{x | f[f(x)] = x\}$.

(1) 求证: $A \subseteq B$;

(2) 若 $f(x) = ax^2 - 1 (a \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{R})$, 且 $A = B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.



第二章 “函数概念与幂函数、指数函数、对数函数” 测试题

(满分 150 分, 时间 120 分钟)

班级: _____ 姓名: _____ 学号: _____ 成绩: _____

一、选择题(本大题有 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

1. 若集合 $M = \{x | 2^x \geq 4, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{x | x^2 - 4x + 3 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$.

(A) $\{-1, -3\}$ (B) $\{1\}$ (C) $\{3\}$ (D) $\{1, 3\}$

2. 若函数 $f(x) = x^3 (x \in \mathbf{R})$, 则函数 $y = f(-x)$ 在其定义域上是().

(A) 单调递减的偶函数 (B) 单调递减的奇函数
(C) 单调递增的偶函数 (D) 单调递增的奇函数

3. 已知函数 $f(x) = \log_a(x+1)$ 的定义域和值域都是 $[0, 1]$, 则 a 的值是().

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) 2 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\frac{1}{3}$

4. 已知函数 $y = f(x)$ 的图象是连续不断的, 有如下的对应值表.

x	1	2	3	4	5	6
y	-5	2	8	12	-5	-10

则函数 $y = f(x)$ 在 $x \in [1, 6]$ 上的零点至少有().

(A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

5. 若 $a > 1$, $0 < b < 1$, 则下列不等式中正确的是().

(A) $a^b < 1$ (B) $b^a > 1$ (C) $\log_a b < 0$ (D) $\log_b a > 0$

6. 对于函数① $f(x) = \lg(|x-2|+1)$, ② $f(x) = (x-2)^2$, ③ $f(x) = \cos(x+2)$. 判断如下三个命题的真假: 命题甲: $f(x+2)$ 是偶函数; 命题乙: $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 2)$ 上是减函数, 在区间 $(2, +\infty)$ 上是增函数; 命题丙: $f(x+2) - f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数. 能使命题甲、乙、丙均为真的所有函数的序号是().

(A) ①③ (B) ①② (C) ③ (D) ②

7. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足关系式: $f\left(\frac{1}{2}+x\right) + f\left(\frac{1}{2}-x\right) = 2$, 则 $f\left(\frac{1}{8}\right) +$



$f\left(\frac{2}{8}\right) + \cdots + f\left(\frac{7}{8}\right)$ 等于().

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

8. 函数 $y = x^2 - 2x + 3$ 在区间 $[0, m]$ 上有最大值 3、最小值 2, 则 m 的取值范围是().

- (A) $(-\infty, 2]$ (B) $[0, 2]$ (C) $[1, 2]$ (D) $[1, +\infty)$

9. 将函数 $y = \frac{3}{x+a}$ 的图象 C 向左平移一个单位后, 得到 $y = f(x)$ 的图象 C_1 , 若曲线 C_1 关于原点对称, 那么实数 a 的值为().

- (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) -3

10. 某纯净水制造厂在净化过程中, 每增加一次过滤可减少水中杂质 20%, 要使水中杂质减少到原来的 5% 以下, 则至少需过滤的次数为(). ($\lg 2 = 0.3010$, $\lg 3 = 0.4771$)

- (A) 5 (B) 10 (C) 14 (D) 15

二、填空题(本大题有 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上)

11. 已知幂函数 $f(x)$ 的图象过点 $\left(2, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, 它的反函数是 $f^{-1}(x)$, 那么 $f^{-1}(4)$ 的值是_____.

12. 已知函数 $f(x) = |\log_2 x|$, 若 $f(a) > f(3)$, 则 a 的取值范围是_____.

13. 定义符号函数 $\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$, 设函数 $g(x) = e^x \operatorname{sgn}(x)$, 则不等式 $g(x) > 0$

的解集是_____.

14. 设函数 $f(x) = x^5 + x$, 若 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, $f(m \sin \theta) + f(1 - m) > 0$ 恒成立, 则 m 的取值范围是_____.

三、解答题(本大题有 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (本题 12 分)

设函数 $f(x) = ax^2 + bx + 1$ ($a, b \in \mathbf{R}$).

(1) 若 $f(-1) = 0$, 且对任意实数 x 均有 $f(x) \geq 0$ 成立, 求 $f(x)$ 的表达式;

(2) 在(1)的条件下, 当 $x \in [-2, 2]$ 时, $g(x) = f(x) - kx$ 是单调递增函数, 求实数 k 的取值范围.

16. (本题 12 分)

设函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 分别满足 $f\left(x + \frac{1}{2}\right) = \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - \frac{9}{4}\right)$ 和 $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x-1) - 1$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的表达式;

(2) 若 $f(x) > g(x)$, 求 x 的取值范围.

17. (本题 14 分)

已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{x}$, $x \in [1, +\infty)$.

(1) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 证明函数 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上为增函数;

(2) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 求 $f(x)$ 的最小值;

(3) 若对任意 $x \in [1, +\infty)$, $f(x) > 0$ 恒成立, 试求实数 a 的取值范围.



18. (本题 14 分)

函数 $f(x) = 2^x$ 和 $g(x) = x^3$ 的图象的示意图如图 1 所示, 设两函数的图象交于点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 且 $x_1 < x_2$.

(1) 请指出示意图中曲线 C_1, C_2 分别对应哪一个函数?

(2) 若 $x_1 \in [a, a+1]$, $x_2 \in [b, b+1]$, 且 $a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, 指出 a, b 的值, 并说明理由;

(3) 结合函数图象的示意图, 判断 $f(6), g(6), f(2007), g(2007)$ 的大小, 并按从小到大的顺序排列.

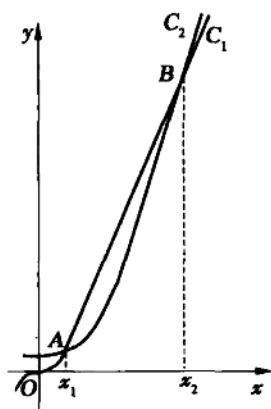


图 1

19. (本题 14 分)

某企业生产的新产品先靠广告来打开销路, 该产品的广告效应是产品的销售额与广告费之差. 如果销售额与广告费的算术平方根成正比, 根据市场抽样调查显示: 每付出 100 元广告费, 所得的销售额是 1000 元. 问该企业应该投入多少广告费, 才能获得最大的广告效应? 是不是广告做得越多越好?

20. (本题 14 分)

函数 $f(x)$ 对任意的实数 m, n , 都有等式 $f(m+n) = f(m) + f(n) - 1$ 成立, 并且当 $x > 0$ 时, $f(x) > 1$.

(1) 求证: $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数;

(2) 若 $f(3) = 4$, 求 $f(1)$, 并解关于 a 的不等式 $f(a^2 + a - 5) < 2$.

第三章 “导数及其应用”测试题

(满分 150 分, 时间 120 分钟)

班级: _____ 姓名: _____ 学号: _____ 成绩: _____

一、选择题(本大题有 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

- 若 $f(x) = x^3$, $f'(x_0) = 12$, 则 x_0 的值是().
 (A) $\sqrt{2}$ (B) $-\sqrt{2}$ (C) ± 2 (D) ± 1
- 函数 $f(x) = x^3 - 3x^2$ 是减函数的区间为().
 (A) $(0, 2)$ (B) $(2, +\infty)$ (C) $(-\infty, 2)$ (D) $(-\infty, 0)$
- $f'(x_0) = 0$ 是可导函数 $f(x)$ 在点 x_0 处有极值的().
 (A) 充要条件 (B) 充分条件
 (C) 必要条件 (D) 不充分也不必要条件
- 已知曲线 $y = \frac{x^2}{4}$ 的一条切线的斜率为 $\frac{1}{2}$, 则切点的横坐标为().
 (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1
- 若 $f(x) = \frac{1}{2^x + 1}$, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上().
 (A) 单调递减无最小值 (B) 单调递减有最小值
 (C) 单调递增无最大值 (D) 单调递增有最大值
- 函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 在 $x = -1$ 处有极小值 -2 , 则 a, b 值分别为().
 (A) $a = 4, b = 5$ (B) $a = 5, b = 4$
 (C) $a = 1, b = -3$ (D) $a = 1, b = 3$
- 函数 $f(x) = x \ln x$ 的单调递增区间是().
 (A) $(0, +\infty)$ (B) $(0, e]$ (C) $(0, \frac{1}{e}]$ (D) $[\frac{1}{e}, +\infty)$
- 经过点 $P(1, 0)$ 的抛物线 $y = (1 - 2x)^2$ 的切线方程是().
 (A) $y = 0$ (B) $8x - y - 8 = 0$
 (C) $x = 1$ (D) $y = 0$ 或 $8x - y - 8 = 0$
- 曲线 $y = e^x$ 在点 $(2, e^2)$ 处的切线与坐标轴所围三角形的面积为().

(A) $\frac{9}{4}e^2$

(B) $\frac{e^2}{2}$

(C) $2e^2$

(D) e^2

10. 设函数 $f(x) = \frac{x-a}{x-1}$, 集合 $M = \{x | f(x) < 0\}$, $P = \{x | f'(x) > 0\}$, 若 $M \subsetneq P$, 则实数 a 的取值范围是().

(A) $(-\infty, 1)$

(B) $(0, 1)$

(C) $(1, +\infty)$

(D) $[1, +\infty)$

二、填空题(本大题有4小题, 每小题5分, 共20分. 把答案填在题中横线上)

11. 曲线 $y = x^3 + x + 1$ 在点 $(1, 3)$ 处的切线方程是_____.

12. 若 $f(x) = x^3 - 4x^2 + x$ 的单调递减区间是_____.

13. 已知函数 $f(x) = x^3 - 12x + 8$ 在区间 $[-3, 3]$ 上的最大值与最小值分别为 M, m , 则 $M - m =$ _____.

14. 一正方形铁板在 0°C 时, 边长为 8cm , 加热后会膨胀, 当温度为 $t^\circ\text{C}$ 时, 边长变为 $8(1 + at)\text{cm}$, a 为正常数, 则铁板面积对温度的膨胀率为_____.

三、解答题(本大题有6小题, 共80分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (本题12分)

已知函数 $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1} + \tan x$, 求 $f'(0)$.

16. (本题12分)

已知 $a \geq 0$, 函数 $f(x) = (x^2 - 2ax)e^x$. 当 x 为何值时, $f(x)$ 取得最小值? 证明你的结论.

17. (本题 14 分)

一艘轮船在航行中的燃料费和它的速度的立方成正比. 已知速度为每小时 10 海里时, 燃料费是每小时 6 元, 而其他与速度无关的费用是每小时 96 元. 问轮船的速度是多少时, 航行 1 海里所需的费用总和最小?

18. (本题 14 分)

用长为 18m 的钢条围成一个长方体形状的框架, 要求长方体的长与宽之比为 2:1, 问该长方体的长、宽、高各为多少时, 其体积最大? 最大体积是多少?



19. (本题 14 分)

已知函数 $f(x) = e^x - (x+1)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $x > 0$, 证明: $\ln x < x < e^x$.

20. (本题 14 分)

已知 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}ax^2 + 2ax (x \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

(2) 函数 $f(x)$ 是否在 $\mathbf{R}$ 上单调递减, 若是, 求 a 的取值范围; 若不是, 请说明理由;

(3) 若函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上单调递增, 求 a 的取值范围.

