

# 数学控制理论与应用

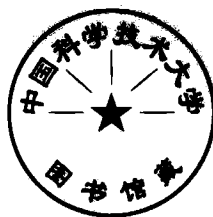
张晓晔 编著



内蒙古科学技术出版社

# 数学控制理论与应用

张晓晔 编著



内蒙古科学技术出版社  
中国·赤峰

# 数学控制理论与应用

张晓晔 编著

---

出版发行/内蒙古科学技术出版社

地 址/赤峰市红山区哈达街南一段4号

电 话/(0476)8224848 8231924

邮 编/024000

责任编辑/斯勤夫

印 刷/齐齐哈尔大学印刷厂

开 本/1/32

印 张/7

字 数/160千

印 数/1-1000册

版 次/1999年3月第1版

印 次/1999年3月第1次印刷

---

ISBN 7-5380-0550-1/O·22 定价:12.00元

## 内 容 简 介

本书较系统地介绍了几种数学控制方法的基本原理及其应用,主要有:模糊控制、模糊综合评价、AHP 控制、灰色控制、神经网络控制、价值工程控制、统计控制、可拓控制、混沌现象、教学过程控制、故障树分析法和决策树法。

全书以介绍基本原理和概念为主,其内容反映了本学科的新发展。叙述时尽量避免或简化了繁琐的数学推导和定理证明,深入浅出,通俗易懂。为了帮助读者解决遇到的实际模型分类问题,书中列举了许多分类算法的具体步骤,并用了大量例子。本书可以作为中学数学教师继续教育的教材,也可作为理工科和师范院校学生及有关研究人员和学校领导的参考书。

# 前 言

随着时代的发展,我国实施素质教育迫切要求我们在研究学校的教育内容与教学方法时,研究数学教育控制问题。即数学教育中的各种因素相互作用和运动发展的控制。在教学实践中,课程和教学结构的优化使教和学的各个方面在动态中的组合具有高度的和谐性。

探索 21 世纪未来的数学教育、教学的新模式,终身教育概念“是进入 21 世纪的一把钥匙。”在我国,随着经济的发展和普及程度的提高,数学教育工作者普遍面临着一个难题:一方面,现代社会处处充满着数学,每个人都应掌握大量的数学知识,以便更好地适应日常生活。另一方面,现代数学越来越只能为少数人所理解,数学教育的改革如何深化是每一个数学教师必须思考、探索的科研课题。

目前数学教育科研远远落后于实际的需要。本书立足于对数学控制理论及其应用给出简要介绍,补上数学教育心理学这一课。编著的目的是为有志于在数学教育领域里进行研究的科研人员,特别是刚刚踏入数学教育科研领域的教师及有关人员进行探索研究提供一个指引,以满足数学教师提高教育教学质量,加强科研能力的需要。本书是为数学教师接受继续教育而编写的教学用书和参考用书,也是为提高学校管理干部、教师的教育科研能力、管理水平及撰写论文而提供的参考资料和简明工具书。

本书是在广泛收集材料的基础上,经教学和生产经营实践落笔成稿的。由于涉及内容较广,编写时以“少而精”为原

则,结合实例简明阐述方法的内涵与应用,注意结合中学数学教育教学和生产经营实际,突出实用性。

最后,由于笔者的专业和文字水平的限制,疏漏和错误之处在所难免,尚希读者和同行不吝赐教。

**张晓晔**

**1999年3月**

# 目 录

|                    |     |
|--------------------|-----|
| 第一章 数学教育与数学控制理论    | 1   |
| 第一节 数学教育改革的必要性     | 1   |
| 第二节 数学教育改革思路       | 4   |
| 第三节 数学控制理论         | 8   |
| 第二章 模糊控制           | 11  |
| 第一节 模糊控制工作原理       | 11  |
| 第二节 学生智力因素的模糊控制    | 18  |
| 第三节 学习能力因素控制       | 24  |
| 第四节 教学质量控制         | 30  |
| 第五节 模糊熵控制          | 34  |
| 第三章 模糊综合评价         | 38  |
| 第一节 数学模型           | 38  |
| 第二节 决策模型           | 47  |
| 第三节 关于心理特征的综合评价    | 53  |
| 第四节 模式识别           | 66  |
| 第四章 AHP 控制         | 71  |
| 第一节 数学教育方案的 AHP 控制 | 72  |
| 第二节 学生心理活动的 AHP 控制 | 80  |
| 第五章 灰色控制           | 87  |
| 第一节 灰色评价法          | 87  |
| 第二节 数学文献情报价值的评估    | 91  |
| 第三节 灰色关联分析控制       | 96  |
| 第四节 效用分析在决策分析中的应用  | 111 |

|                        |     |
|------------------------|-----|
| 第五节 灰色熵在评价数学教育理论体系中的应用 | 123 |
| 第六章 神经网络控制             | 133 |
| 第一节 生物神经网络             | 133 |
| 第二节 神经网络控制             | 137 |
| 第三节 学生认知系统的神经网络控制      | 143 |
| 第七章 价值工程控制             | 148 |
| 第一节 价值工程的产生与发展         | 148 |
| 第二节 教学过程质量分析           | 149 |
| 第三节 数学知识内容的价值分析        | 153 |
| 第四节 顾客选择商品行为的分析        | 154 |
| 第五节 价值工程在生产中的应用        | 158 |
| 第八章 统计控制               | 162 |
| 第一节 新 S—P 表控制          | 162 |
| 第二节 标准分控制              | 166 |
| 第三节 双向细目表法             | 172 |
| 第四节 统计图示控制             | 174 |
| 第九章 其他控制               | 185 |
| 第一节 可拓控制               | 185 |
| 第二节 混沌现象               | 190 |
| 第三节 教学过程控制             | 194 |
| 第四节 故障树分析法             | 199 |
| 第五节 决策树法               | 206 |
| 主要参考文献                 | 213 |



# 第一章 数学教育与数学控制理论

在这面向新世纪之际,为使我国的数学教育质量再上一个新的台阶,反思一下我们这些年来所走过的道路,特别是清理一下左右我们工作的一些基本数学观念,树立具有时代特色的科学的数学教育观,显得十分必要。为了搞好研究,本章对数学教育与数学控制理论作以简要论述。

## 第一节 数学教育改革的必要性

现代数学教育发展的主要矛盾是,一方面社会处处充满数学,每个人都应掌握大量数学知识,以便更好地适应快节奏的工作学习和日常生活;另一方面,现代数学越来越只能为少数人掌握。原因是,我国的现代数学教育体制滞后,以至脱离社会发展的需要,主要表现是中小学数学知识体系陈旧,大多是16、17世纪的知识,随机事件、抽样、数据统计与处理、规划与统筹、决策分析、优化思想以及数学建模等一系列现代社会人们所应具备的数学修养内容在数学课堂上几乎无可寻觅。如“十一”号及降雨的概率通过电视涌入千万家庭。可是,我们中小学数学课程中,直到初中一年级学生才有机会接触到正、负数,到高年级才可能了解概率的内涵。面对这种状况,必须寻找新的数学教育改革思路。

## 一、计算机的发展,要求人们具有更高深的数学观念

当今社会正进入信息时代,如何通过获取信息是事业发展和参与竞争的关键因素,电子计算机便为人们快捷获取、交流信息提供了无限广阔的空间,而对计算机的开发和使用,都需要运用抽象意识,建立数学模型。

又如,智能机器人,办公自动化以及电脑储蓄,售货和私人电脑的高速发展,据统计,发达国家中从事信息产业的人数占就业人口的 50% 左右,以此推算,到 21 世纪中叶,我国要跻身于世界强国之林,就需要数以亿计的人从事第四产业,大多数职业必将要求从业人员具有收集、分析和处理资料、信息的能力。近年来,与数学的应用密切相关的、用计算机表示各种知识的研究获得了显著的进展。此外,良好的数学素养对于计算机的使用、软件的研究以至计算机的设计都有重要的作用。要培养跨世纪人才,中小学课程必须有一个适应新形势的改革,即引入计算机教程,更要设置与之相适应的高层次的数学观念。

## 二、市场经济需要人们掌握更多有用的数学

现在我国处于改革开放的时期,社会主义市场经济将成为今后几十年我国人民社会政治生活和经济生活的主旋律,打开报纸、电视到处可以看到股市行情,外汇牌价,市场预测,

保险事业,风险评估,投入产出等概念。但现在我国中小学数学教学大纲中,仍然以算(运算能力,逻辑推理能力及空间观念)为核心,知识面狭窄,忽视数学的实际应用,事实上,随着技术时代、信息社会的到来,对人们计算能力的要求已大大降低,逻辑推理能力局限于欧几里德几何体系为重点,其效果事倍功半,而空间观念在小学、初中书本中只不过是简单几何体的体积和表面积的计算。

国外一些发达国家已将应用数学引入中小学。例如,美国从幼儿园就开始把简单的数据收集、整理分析和预测作为教学内容,日本在应用数学上也取得很好的经济效益和社会效益。由此可见,进入 21 世纪,各国间的竞争,就是综合国力的竞争,归根到底是人才素质的竞争,如果我们不很好地将一系列与经济活动相关的数学列为中小学数学课程的内容,就会不适应社会发展的需要。

### 三、人们生活质量有待数学知识的丰富而提高

随着生活水平的提高,人们的饮食、穿着住房、交通通讯条件将会出现极大的变化。过去,人们迫切追求的是从无到有,得温饱,奔小康;而今后,特别是下世纪,人们企盼的将是营养、美观、舒适、有利于身心健康等一系列更高层次的目标,要求人们不仅能够掌握那些在日常技术资料中已经明确指出的数学内容,去考虑解决有关问题,更重要的是要有高度的积极性去了解和有能力掌握资料中没有指出而实际是已经应用的数学知识。例如,营养成分的比例,吸收引进设备、设计工艺、设计原理、数学模型和计算以及数据。而伴随着这一切的

出现,需要人们具备更多的数学知识和数学思想方法。

#### 四、数学语言正在生活化

数学语言可以说是迄今为止唯一的世界语言,以准确、简明、抽象著称的数学语言正越来越多地进入人们的工作和日常生活。例如,相当多的学校引进了标准分,这就要求学生及家长应该了解统计学知识。质量管理中直方图的运用需要人们了解概率论中正态分析的知识。铁道部规定,旅客所携带行李外观大小限于长、宽、高之和不超过  $160\text{cm}$ ,这意味着旅客应有不定方程的概念。又譬如,高考语文、数学以 120 分计分,体现了数学上的加权思想。看来由应试教育转向素质教育势在必行,有利于提高数学教育质量,减轻学生负担。

当今,“大众数学”即为“一切人的数学”,已被欧美各国广泛接受,应当除了在数学教学中向学生讲解应用外,还应该通过各种方式广泛地宣传数学在建设现代社会中的作用,让数学从数学家的书本里解放出来,成为人们手中的真正武器。这样在未来的 21 世纪,数学就会在社会主义现代化的建设中发挥重大的作用。

### 第二节 数学教育改革思路

#### 一、数学教育教材改革

(1) 数学教育课程改革应与义务教育精神相一致,使每一个人接受必要的数学教育。数学教育必须与未来社会的需

求相一致。精选适应经济和社会发展的需要对学生就业和升学以及对培养数学思想方法有用的知识。如英国 SMP 教材,除纳入了面向学生离校后的日常生活、工作所需要的数学知识外,还编入了适应信息社会经济发展需要的数学知识,如拓扑、网络、统计、概率、计算机和程序设计、线性规划等实用性很强的现代数学内容。

(2) 统一性和灵活性相结合。我国幅员广大,人口众多,经济、社会和文化教育发展不平衡。就教育而言,生源、教学设备和师资条件等差异较大,加以学生授受义务教育后就业方向是多方面的,义务教育数学课程教材,要从我国实际情况出发,坚持统一要求与因地制宜,因材施教相结合。另外,还应考虑基础教育与职业技术教育适当结合的问题。英国的 SMP 教材也具有很大弹性,以适应不同水平教学的需要。

(3) 教学内容的整体性和用近现代数学观点处理初等数学内容。当前许多国家的中学数学教材,如日本等,许多初等数学内容渗透着集合、映射、变换等思想。如英国的 SMP 教材中的统计内容,从介绍条形图、圆形图、形象图等图表的简单知识开始,陆续介绍有关统计知识。

## 二、促使“应试教育”向素质教育转变

根据事物之间都有联系的这一哲学观点,素质教育应与考试相互联系、相互依存、相互促进。科学的考试制度和评价机制对推行素质教育起着积极的导向作用。作为数学教育的一个必要环节的数学命题,就必须有相应的反映和导向。例如,我国古代数学家祖冲之,在公元 5 世纪就已算得  $\pi$  的近

似值 3.1415926 与 3.1415927 之间,如果保留五个有效数字,那么  $\pi$  的近似值是\_\_\_\_\_。寓民族自豪感、责任感与使命感于考查近似值、有效数字和四舍五入法等基本概念和基本方法之中。若  $a, b$  是方程  $x^2 + (m-2)x + 1 = 0$  的两根,则  $(1+ma+a^2)(1+mb+b^2)$  的值为( )

- (A)1      (2)2      (3)3      (D)4

这道题涉及的知识点并不多,它要求在理解一元二次方程的根的概念的基础上,发现  $a^2 + (m-2)a + 1 = 0$  与  $(1+ma+a^2)$  之间的联系,可见这是一道考查学生观察力的好题。

### 三、数学教育心理学研究

数学的教与学中的心理问题始终是数学教育研究的一个重要方面,这项研究不仅要揭示教学中的心理规律与心理现象,积累可靠的结论和观点以形成系统的理论,更重要的是可以直接指导学校的教学,提高效果和水平。从学生的学习方面看,概念形成的认知规律是一个重要的课题。例如绝对值、数、对数、向量、空间、函数、变量、反射、平移和旋转、排列组合、数学归纳法、极限、集合等等概念的学习过程都可探索。数学表象主要是指学习过程中学生用来帮助自己认识、理解、描述、记忆、应用数学的概念、法则、原理等等的或抽象的表示物,例如圆形、实例、符号,甚至某一种特色的形象。对非认知因素主要包括学习动机、信心、兴趣、意志、学习习惯、师生感情等。数学教育的心理过程组织主要有:

#### 1. 创设学习情境

学习活动始于新的学习情境,一般来说,呈现新的学习内

容必须首先创设有利于学生观察、思考、分析、辨别和抽象概括的情境,在这样的学习情境中,新的知识信息输入学生的头脑,并与原认知结构发生冲突,使他们在心理上产生学习的需要,为了引起学习,一方面要通过创设学习情境激发学生强烈的学习动机和学习热情,即造成学习的心向;另一方面要通过必要的复习提问强化与新知识有关的观念,这也是创设学习情境的重要组成部分。

## 2. 突出数学知识整体性与结构性

数学是一个有机的整体,任何数学知识都不仅具有某种自身的结构,而且又存在于一定的数学知识结构之中,从数学知识的这种整体性与结构性出发,数学学习必须充分揭示知识的结构模式,将认知材料化繁为简,以便精练知识,使学生掌握其基本结构。

所谓精练知识和掌握基本结构,其涵义有两个方面:第一,抽取并突出知识中心点的学习,中心点是学科领域中的基本概识,是一般数学知识之源,突出知识中心点的学习,就是以中心点为学习重点,围绕中心点组织学习活动;第二,把知识中心点从纵横两个维度上逻辑地组织起来,形成知识的网络系统,即揭示和形成数学的知识结构。

## 3. 突出方法与过程的学习

学生的数学学习过程,是以其原数学认知结构为基础,通过同化或顺应把新知识纳入数学认知结构的过程,在这一过程中必须使新的数学知识与原有数学认知结构中相应的观念建立起非人为的实质性联系,也就是要使学生真正理解数学知识的本质特征与内在联系。

突出数学思想与方法的学习,充分展现数学知识的产生与发展过程对于学生深刻理解和掌握知识具有十分重要的作

用。数学方法是思维活动的步骤、程度和格式,具有思维路线与规则的意义,而数学思想则是数学方法的概括,制约和调节着思维活动的方向。加强数学思想与方法的学习和整理,不仅有助于学生透彻地理解数学知识,而且能促进智力发展。其次,全部数学中存在着两个系统,纵向上有知识的内在逻辑体系,横向上则是数学思想方法的系统,这两个系统的相互交织是数学认知结构的物质基础,因此,突出数学思想方法的学习有助于学生形成良好的认知结构。再次,充分展现新知识发生的思维过程,强化思维过程的学习,这本身就是建立新知识与原有认知结构之间非人为的实质性联系的具体步骤,因而有利于新知识以简化或顺应的方式纳入到学生的数学认知结构之中,从而实现有效的学习。

### 第三节 数学控制理论

对于控制技术从理论上进行分析概括,是从马克斯韦尔关于蒸汽机调速器反馈原理的数学分析这一著名工作开始的。第二次世界大战前后,在奈魁斯特、伯德等人的工作的基础上,形成了伺服系统理论。维纳把生物学、生理学引为科学等关于生命机体和社会系统中的控制问题的研究成果与阐述机器控制原理的伺服系统理论综合起来,建立用统一的观点考察各种系统中的控制问题的一般理论,于40年代末创立了控制论。

数学教育控制涉及施控者与受控者两种实体,即教师和学生。如图1.3.1所示,控制是教师和学生之间的一种关系,一种系统现象。



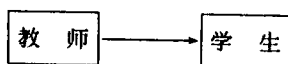


图 1.3.1

概言之,所谓控制,是教师选择适当的手段作用于学生,以期引起学生学习效果发生预期变化的一种策略性的主动行为。

如果用输入和输出来描述数学教育系统,可以把控制理解为选择适当的输入以求获得预期输出的操作,把研究控制问题归结为研究系统的输入输出关系,令  $u$  记输入空间,  $y$  记输出空间,系统的输出对输入的响应特性可定义为从  $u$  到  $y$  的映射  $f: u \rightarrow y$ 。映射  $f$  表示输入与输出之间的因果关系。这种关系通常都有某种不确定性、不确知性。控制的意义正在于使系统在不确定的条件下达到比较确定的目标。

把数学教育系统受上一步控制作用而产生的效果(输出)作为决定对系统下一步如何控制(输入)的依据,这种行为或策略称为反馈。反馈代表一种控制原理,能为各类控制论系统的运行机制提供科学的解释,在工程、经济、政治、文化诸领域有广泛应用。贯穿数学教学控制过程的共同本质是信息的获取、加工传输、存储和利用。信息是控制的基础,信息论是由美国数学家申农( $C \cdot E \cdot Shannon$ )等人创立的,他提出了度量信息量的数学公式:

$$H = K \sum_{i=1}^n P(i) \log P(i)$$

其中  $P(i)$  为各种事件出现的概率,  $K$  为常数。