

南京创新专修学校教材编写组 编

创新 数学

凤凰出版传媒集团
江苏文艺出版社
JIANGSU LITERATURE AND ART
PUBLISHING HOUSE

4 年级

编者的话

中国印,五环旗;水立方,紫禁城。北京奥运圣火点燃了华夏儿女一百年的奥运梦想,光耀了五千年悠久灿烂的华夏文明。现代奥林匹克不仅是竞技体育的舞台,更是人类不断超越自己,向着“更快、更高、更强”的目标冲击的精神力量。在南京创新专修学校成立十周年之际,我们特别为同学们奉献了这套向着数学更高目标进军的《创新数学》,它凝聚了创新专修学校全体数学老师十年的探索、十年的教学结晶。

在很多同学的头脑里,数学被强加了一些不公正的偏见。有些同学会不自觉地排斥数学,甚至远离数学,这是非常遗憾的事情,就像运动员莫名其妙地离开原本属于他的赛场。

其实,数学是亲切的。无论是早期数学还是现代数学都和现实生活紧密地联系在一起。最早的数学就产生于我们祖先的日常生活中,在结绳数物、丈量土地、治理河水泛滥等过程中,数学慢慢产生和发展起来了。

数学是不可缺少的。小到每天的衣食住行,大到金融、军事、航天、生命科学等领域,无不以数学作为研究问题的主要手段和工具。

数学是讲理的。为什么加减法计算需要数位对齐?因为只有相同数位上的数才能直接相加减。为什么规定除数不能为0?因为如果除数是0,比如 $3 \div 0$ 结果是多少呢?没有哪一个数和0相乘得3呀。

数学是美的。古代哲学家、数学家普洛克拉斯断言:“哪里有数,哪里就有美。”数学拥有简单、对称、和谐和奇异的美。1棵树、1朵花、1群鸭子、1个班级的学生,都可以用简洁的数字“1”来表示,这是数学抽象的美;轴对称的物体和图形,是和谐均衡的美;1,2,3,5,8…这一串简单的数列竟和很多植物花瓣的数量相吻合,真是不可思议的美……

数学是可以学好的。只要你消除对她的偏见,投入一定的精力,以认真和严谨的态度对待每天的学习,你就会慢慢喜欢上她。就像一个奥林匹克运动员因为热爱某一项运动,所以能够为了奥林匹克的梦想顽强拼搏,不断超越。相信,数学同样能使你获得不断超越自我的力量!

带着这样的信念,我们就可以自由驰骋在数学学习的天地里。因而,你也将愉快地接受你手中的这本《创新数学》。

《创新数学》将成为你学习数学的好帮手。它紧密结合你在学校课本里学习的数学知

识,可以帮助你解除在课堂学习中的困惑,并根据你的学习能力,提供一些具有挑战性和探索性的数学问题,使你的思维更加开阔,更加灵活。

《创新数学》将成为你数学学习的好朋友。这里选择的问题尽量通俗易懂,使你通过自主阅读和思考就能够理解。特别是在例题部分,我们鼓励你自己先开动脑筋,然后再随着书中的分析和讲解进行思考。在练习部分,我们注意问题的层次,其中的基本题,你模仿例题就能够获得解决问题的思路;提高题,则需要你灵活运用所学的知识进行思考。当然,还有一些最新的数学竞赛的问题,真正挑战你的智力极限。

我们希望《创新数学》不加重你的学习负担,使你在主动的思考中,通过少量的练习,获得事半功倍的效果。当然,“没有最好,只有更好”,奥林匹克的精神重在参与,数学学习同样如此。冠军只有一个,但走上赛场的每一个人都是值得鼓励和尊敬的。我们只是希望每一个人都能做得更好!

期待你在使用本书的过程中,给我们提出宝贵的意见和建议。

《创新数学》编写组

2008年8月



目 录

上 册

第一讲	定义新运算	1
第二讲	有趣的幻方	4
第三讲	消去法(1)	8
第四讲	消去法(2)	11
第五讲	速算与巧算	14
第六讲	二进制计数与简单计算	17
第七讲	平均数	20
第八讲	逻辑推理	22
第九讲	游戏的规则	25
第十讲	火柴棒游戏(1)	28
第十一讲	火柴棒游戏(2)	31
第十二讲	还原问题	34
第十三讲	简单的排列组合	37
第十四讲	操作问题(1)	40
第十五讲	盈亏问题	43
第十六讲	列表法解题	46
第十七讲	假设法	49
第十八讲	智巧问题	52
第十九讲	期中测试	55
第二十讲	综合测试	60

下 册

第二十一讲	合理巧安排(1)	64
第二十二讲	合理巧安排(2)	67
第二十三讲	植树问题	70



第二十四讲 错中求解	73
第二十五讲 差倍问题	76
第二十六讲 操作问题(2)	79
第二十七讲 最值问题	82
第二十八讲 重复计算怎么办	85
第二十九讲 抽屉原理	88
第三十讲 行程问题	91
第三十一讲 平均数问题	95
第三十二讲 算式谜问题	98
第三十三讲 数的整除特征	101
第三十四讲 奇数和偶数	104
第三十五讲 扑克牌中的数学游戏	107
第三十六讲 从简单的问题考虑	110
第三十七讲 图形的周长与面积	113
第三十八讲 数形结合法	116
第三十九讲 期末测试	119
第四十讲 综合测试	123
参考答案	126



上册

第一讲 定义新运算



知识准备

同学们学过的常用运算有 $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$ 等。如 $2+3=5$, $2\times 3=6$ 。都是2和3,为什么运算的结果不同呢?主要是运算的法则不同。可见一种运算实际就是一个数与另一个数的一种对应关系。如果我们新定义一种运算符号“ $\oplus$ ”,并规定 $a\oplus b=3a+4b$,那么a与b这两个数的对应关系就应该是a的3倍加上b的4倍。这就是所谓的定义新运算。



例题导引

例1 定义一种新的运算“ $*$ ”,规定 $a*b=4a-3b$ 。求 $6*5$, $5*6$ 各等于多少?

【提示】 解答本题的关键是要抓题目里规定的运算方式,即用运算符号($*$)前面的数的4倍减去运算符号后面的数的3倍。

$$\begin{aligned} \text{【详解】 } 6*5 &= 4\times 6 - 3\times 5 \\ &= 24 - 15 \\ &= 9 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 5*6 &= 4\times 5 - 3\times 6 \\ &= 20 - 18 \\ &= 2 \end{aligned}$$

例2 定义一种运算“ $\odot$ ”, $a\odot b$ 表示把a和b加起来再除以4。求:

(1) $2\odot(3\odot 5)$ (2) $1\odot 7\odot 6$

【提示】 这题的运算方式是把运算符号前后的数加起来除以4。要注意运算顺序,有括号的要先做括号里面的,没有括号的要从左到右依次计算。

$$\begin{aligned} \text{【详解】 } (1) \quad 2\odot(3\odot 5) & \qquad (2) \quad 1\odot 7\odot 6 \\ 3\odot 5 &= (3+5)\div 4=2 & 1\odot 7 &= (1+7)\div 4=2 \\ 2\odot 2 &= (2+2)\div 4=1 & 2\odot 6 &= (2+6)\div 4=2 \\ \text{所以 } 2\odot(3\odot 5) &= 1 & \text{所以 } 1\odot 7\odot 6 &= 2 \end{aligned}$$

例3 有一个运算符号“ $\otimes$ ”,使下列算式成立: $2\otimes 4=8$, $5\otimes 3=13$, $3\otimes 5=11$, $9\otimes$

$7=25$ 。求 $8\otimes 3$ 和 $3\otimes 8$ 各等于多少?

【提示】 本题中的运算方式需要从已有的几个算式中去寻找。通过找规律可以发



现： $2\otimes 4=8=2\times 2+4=8$ ； $5\otimes 3=13=2\times 5+3=13$ ； $3\otimes 5=11=2\times 3+5=11$ ； $9\otimes 7=25=2\times 9+7=25$ 。

所以： $a\otimes b=2a+b$ 。

【详解】 $8\otimes 3=2\times 8+3=19$

$3\otimes 8=2\times 3+8=14$



巩固拓展

1. 定义一种新的运算“ $\triangle$ ”，规定 $a\triangle b=3a+2b$ ，求 $4\triangle 6$ 和 $6\triangle 4$ 各等于多少。

2. 对于数 a, b ，定义运算“ $*$ ”为 $a*b=(a+3)\times(b-5)$ ，求 $5*(6*7)$ 等于多少。

3. 定义运算 $\textcircled{a}$ 为： $a\textcircled{a}b=a\times b-(a+b)$ ，求：

(1) $5\textcircled{a}7$

(2) $7\textcircled{a}5$

(3) $12\textcircled{a}(3\textcircled{a}4)$

(4) $(12\textcircled{a}3)\textcircled{a}4$

(5) 这种运算有交换律吗？有结合律吗？



4. 对于数 x, y , 定义两种运算“ $*$ ”及“ $\triangle$ ”如下: $x * y = 6 \times x + 5 \times y$, $x \triangle y = 3 \times x \times y$ 。求 $(2 * 3) \triangle 4$ 等于多少?



挑战自我

5. 规定 $a \triangle b = a + (a+1) + (a+2) + \cdots + (a+b-1)$ (a, b 均为非零自然数, $b > a$), 如果 $x \triangle 10 = 65$, 求 x 等于多少?

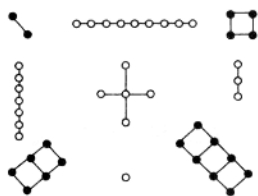


第二讲 有趣的幻方



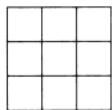
知识准备

相传,在我国远古夏禹时代,洛水(一条河的名称)中曾出现过一只硕大的神龟,它的背壳上有一幅图,人们把这幅图称作“洛书”。这个图实际上就是将 1~9 这九个数排成三行三列,使每行、每列、每条对角线上三个数的和都等于 15。这就是一个三阶幻方。三阶幻方又称为九宫格或九宫图。15 是这个幻方的和,叫做幻和。



例题导引

例 1 将 1~9 这九个数填入右图中的方格内,使每行每列及两条对角线上三个数的和相等。



【提示】 1~9 这九个数的和是 45,正好是三个横行(或竖列)中的数之和。因此,每一横行,每一竖列,每条对角线上三个数之和都等于 $45 \div 3 = 15$ 。

【详解】 1~9 九个数中,三个不同的数相加等于 15,只可能是: $9+5+1$, $9+4+2$, $8+6+1$, $8+5+2$, $8+4+3$, $7+6+2$, $7+5+3$, $6+5+4$ 。因此,每一横行,每一竖列或每一条对角线上的数可以是其中任何一算式中的三个数。进一步分析可以发现中心数有 4 条线经过,即要求它能在四个等式中出现,除 5 之外别无选择。而 8,2,4,6 各出现在三个算式中,因此它们是四个角上的数,这样就可填出这个幻方了。

2	9	4
7	5	3
6	1	8

(填法不止这一种)

例 2 写出一个三阶幻方,使其幻和为 24。

【提示】 幻和是指每行、每列、每条对角线上三个数相加的和。幻和是九格中处在正中间位置的数的 3 倍。所以此题正中间位置上的数应是 $24 \div 3 = 8$ 。再仿照例 1 就能填出这道题。



【详解】

5	12	7
10	8	6
9	4	11

例 3 在九宫图中,第一行第三列的位置上填了 5,第二行第一列的位置上填了 6 (如下图)。请你在其他方格中填上适当的数,使方阵横、纵、斜三个方向三个数的和为 27。

		5
6		

【提示】 为了叙述方便,我们把其余方格用字母表示。再根据幻和是 27 进行推算。

【详解】

A	B	5
6	C	D
E	F	G

根据幻和为 27,可知 $C=27 \div 3=9$,第二行知道了 6 和 9,可知 $D=27-9-6=12$;第三列知道了 5 和 12,可知 $G=27-5-12=10$ 。依此类推,其他位置的数都能填出来了。

8	14	5
6	9	12
13	4	10



巩固拓展

1. 用 2~10 九个数字填入下面的九宫格内,使每一横行,每一竖列及两条对角线上的



三个数之和相等。

2. 将九个连续自然数填入下面 3×3 的方格图内,使每一横行,每一竖列及两条对角线上三个数之和等于 60。

3. 在下图的方格中填上适当的数,使每行每列和每条对角线上的三个数的和都是 45。

19		
		20
16		

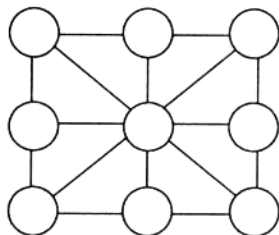
* 4. 下图中有 9 个方格,要求每个方格中填入不同的数,使得每行、每列及每条对角线上三个数之和都相等。问:图中左上角上的数是多少?

?		
		19
	13	



挑战自我

5. 将 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}$ 这九个数填入下图中, 使每一横行、每一竖列、两条对角线上三个数的和都相等。





第三讲 消去法(1)



知识准备

有些实际问题中,有两个或两个以上的未知量。解决这样的问题,可以根据题中这两个量之间的关系,进行适当变化,找到合适的方法消去其中的一个未知量,从而解决问题,这种方法被称为消去法。



例题导引

例1 妈妈买6双丝袜,4双棉袜共用去48元;王阿姨买同样的丝袜6双,同样的棉袜8双,用去72元。问每双丝袜和棉袜各多少元?

【提示】 根据题意,列出两道等式,比较丝袜和棉袜的价格:

$$6 \text{ 双丝袜的价钱} + 4 \text{ 双棉袜的价钱} = 48 \text{ 元}$$

$$6 \text{ 双丝袜的价钱} + 8 \text{ 双棉袜的价钱} = 72 \text{ 元}$$

比较上面两个等式,两次买丝袜的双数相同,我们可以利用这一条件,把6双丝袜的价钱消去,先求出每双棉袜的价钱。因72元和48元的差正好是4双棉袜的价钱,就很容易把棉袜的价钱先求出来,然后再求出丝袜的价钱。

【详解】 每双棉袜的价钱: $(72-48) \div (8-4) = 24 \div 4 = 6$ (元)

$$\text{每双丝袜的价钱: } (48-6 \times 4) \div 6 = 24 \div 6 = 4 \text{ (元)}$$

$$\text{或 } (72-6 \times 8) \div 6 = 24 \div 6 = 4 \text{ (元)}$$

答:每双丝袜4元,每双棉袜6元。

例2 买3个篮球和5个足球共用去480元,买同样的6个篮球和3个足球共用去519元。篮球和足球的单价各是多少元?

【提示】 根据题意可以列出下面两道等式:

$$3 \text{ 个篮球} + 5 \text{ 个足球} = 480 \text{ 元} \quad (1)$$

$$6 \text{ 个篮球} + 3 \text{ 个足球} = 519 \text{ 元} \quad (2)$$

篮球和足球的数量都不相等,不能直接消去某一个量该怎么办?

【详解】 对比发现两次购买的篮球个数有2倍关系,我们只要将它们的个数变相同,就可以将两次买篮球的钱消去。因此(1)式 $\times 2$ 得6个篮球+10个足球=960(元),再与(2)式比较可知,10-3=7(个)足球的钱是960-519=441(元)。



每个足球的价钱： $(480 \times 2 - 519) \div (5 \times 2 - 3) = 441 \div 7 = 63$ (元)

每个篮球的价钱： $(480 - 63 \times 5) \div 3 = 165 \div 3 = 55$ (元)

答：每个足球的单价是 63 元，每个篮球的单价是 55 元。

例 3 7 袋大米和 3 袋面粉共重 425 千克，同样的 3 袋大米和 7 袋面粉共重 325

千克。求每袋大米和每袋面粉的重量。

【提示】 根据题意列出两道等量关系式：

$$7 \text{ 袋大米} + 3 \text{ 袋面粉} = 425 \text{ (千克)} \quad (1)$$

$$3 \text{ 袋大米} + 7 \text{ 袋面粉} = 325 \text{ (千克)} \quad (2)$$

大米和面粉的数量不相等，也没有倍数关系，怎样才能消去其中的一个量呢？在两个等式中大米和面粉的袋数相加有什么特点？

【详解】 (1)+(2)得：

$$10 \text{ 袋大米} + 10 \text{ 袋面粉} = 425 + 325 = 750,$$

$$\text{即：} 1 \text{ 袋大米} + 1 \text{ 袋面粉} = 75,$$

$$\text{则：} 3 \text{ 袋大米} + 3 \text{ 袋面粉} = 75 \times 3 = 225 \text{ (千克)} \quad (3)。$$

将(3)与(1)对比即可消去面粉的重量。

$$(425 + 325) \div 10 \times 3 = 225 \text{ (千克)}$$

$$\text{每袋大米的重量：} (425 - 225) \div (7 - 3) = 200 \div 4 = 50 \text{ (千克)}$$

$$\text{每袋面粉的重量：} 75 - 50 = 25 \text{ (千克)}$$

答：每袋大米重 50 千克，每袋面粉重 25 千克。



巩固拓展

1. 买 3 千克茶叶和 5 千克糖一共用去 420 元，买同样的 3 千克茶叶和 3 千克糖一共用去 384 元。每千克茶叶和每千克糖各是多少元？



2. 3 头牛和 6 只羊一天共吃草 93 千克,6 头牛和 5 只羊一天共吃草 130 千克。每头牛每天比每只羊多吃草多少千克?

3. 3 筐苹果和 5 筐梨共重 138 千克,5 筐同样的苹果和 3 筐同样的梨共重 134 千克。每筐苹果和每筐梨各重多少千克?

4. 已知猫 5 只,狗 4 只,共重 44 千克,猫比狗轻,如果各换一只以后再分别称,它们的重量相等。猫狗每只各重多少千克?



挑战自我

5. 妈妈给小聪 23 元钱正好可以买 5 千克香蕉和 4 千克苹果。结果他把香蕉和苹果的数量弄颠倒了,因此还剩 1 元钱。那么苹果和香蕉的售价每千克各是多少元?



第四讲 消去法(2)



知识准备

我们知道,如果题目中某种未知量的个数相同,可以通过“加”或“减”的方式直接消去这种未知量;如果某种未知量的个数是倍数关系,可以通过扩大倍数的方法消去这种数量。但有时还会遇到两种未知量的个数都不相等,也没有倍数关系,相加后也不相等,那该怎么使用消去法呢?



例题导引

例 1 已知 3 支钢笔和 2 支圆珠笔合起来值 55 元,又知 2 支钢笔和 7 支圆珠笔合起来值 65 元。求每支钢笔和每支圆珠笔的价格各是多少元?

【提示】 根据题意列出下面两道等式:

$$3 \text{ 支钢笔} + 2 \text{ 支圆珠笔} = 55(\text{元}) \quad (1)$$

$$2 \text{ 支钢笔} + 7 \text{ 支圆珠笔} = 65(\text{元}) \quad (2)$$

为了使钢笔的支数相同,我们可以把(1)式各项扩大 2 倍,(2)式各项扩大 3 倍,得到:

$$6 \text{ 支钢笔} + 4 \text{ 支圆珠笔} = 55 \times 2 = 110(\text{元}) \quad (3)$$

$$6 \text{ 支钢笔} + 21 \text{ 支圆珠笔} = 65 \times 3 = 195(\text{元}) \quad (4)$$

【详解】 钢笔的支数相同,也就可以消去了。先求出圆珠笔的单价,再求出钢笔的单价。

$$(65 \times 3 - 55 \times 2) \div (7 \times 3 - 2 \times 2) = 85 \div 17 = 5(\text{元})$$

$$(55 - 5 \times 2) \div 3 = 15(\text{元})$$

答:每支钢笔 15 元,每支圆珠笔 5 元。

例 2 3 头牛和 7 只羊一天共吃青草 101 千克,5 头牛和 9 只羊一天共吃青草 147 千克。1 头牛和 1 只羊每天各吃青草多少千克?

【提示】 根据题意列出等式:

$$3 \text{ 头牛} + 7 \text{ 只羊} = 101(\text{千克}) \quad (1)$$

$$5 \text{ 头牛} + 9 \text{ 只羊} = 147(\text{千克}) \quad (2)$$

将两道等式怎样变化就能消去牛或羊的数量?

【详解】 可以仿照例 1,将(1)式 $\times 5$, (2)式 $\times 3$,使牛的数量相同。



通过观察,用(2)式-(1)式得:2头牛+2只羊=46(千克),

即:1头牛+1只羊=23(千克),

则:3头牛+3只羊=69(千克)。(3)

这样也同样可以将牛的数量消去:

$$(147-101) \div 2 \times 3 = 69 \text{ (千克)}$$

每只羊吃草的数量: $(101-69) \div (7-3) = 32 \div 4 = 8 \text{ (千克)}$

每头牛吃草的数量: $23-8=15 \text{ (千克)}$

答:每头牛每天吃青草 15 千克,每只羊每天吃青草 8 千克。

例 3

学校体育室购买篮球、排球和足球,第一次各买两个球用去 90 元,第二次买 5 个篮球、3 个排球、2 个足球共用去 165 元,第三次买 6 个篮球、5 个排球、2 个足球共用去 215 元。问每个篮球、排球、足球各是多少元?

【提示】 根据题意,可以列出下面三个等式:

$$2 \text{ 篮} + 2 \text{ 排} + 2 \text{ 足} = 90 \text{ (元)} \quad (1)$$

$$5 \text{ 篮} + 3 \text{ 排} + 2 \text{ 足} = 165 \text{ (元)} \quad (2)$$

$$6 \text{ 篮} + 5 \text{ 排} + 2 \text{ 足} = 215 \text{ (元)} \quad (3)$$

用(2)式-(1)式,用(3)式-(2)式得:

$$3 \text{ 篮} + 1 \text{ 排} = 75 \text{ (元)} \quad (4)$$

$$1 \text{ 篮} + 2 \text{ 排} = 50 \text{ (元)} \quad (5)$$

根据(4)式与(5)式先求出篮球与排球的单价,再求出足球的单价。

【详解】 $165-90=75 \text{ (元)}$, $215-165=50 \text{ (元)}$

$$(50 \times 3 - 75) \div (2 \times 3 - 1) = 15 \text{ (元)} \cdots \cdots \text{排球}$$

$$50 - 15 \times 2 = 20 \text{ (元)} \cdots \cdots \text{篮球}$$

$$90 \div 2 - 15 - 20 = 10 \text{ (元)} \cdots \cdots \text{足球}$$

答:每个篮球 20 元,每个排球 15 元,每个足球 10 元。



巩固拓展

1. 9 筐苹果和 6 筐香蕉共重 270 千克,同样的 5 筐苹果和 10 筐香蕉共重 250 千克。每筐苹果和每筐香蕉各重多少千克?