

理科

华东师范大学 第二附属中学 校本课程

华东师范大学第二附属中学 主编

L I K E



风险决策 与博弈论入门

施洪亮 编著



华东师范大学出版社



华东师范大学 第二附属中学 校本课程

华东师范大学第二附属中学 主编

风险决策与博弈论入门

施洪亮 编著



华东师范大学出版社

前 言

最近几十年,决策科学越来越引起人们的重视。本书是一名中学教师基于在中学生中教授有关“决策科学”的课程实践编写的。本书的产生首先要感谢上海市科协为推进“全民科学素质行动计划”推出的“上海试点项目”,该项目组织了一批学会专家面向中学生编写科学课程。本书主要参考了《竞争与风险决策的数学模型》资料包,其中大量深入浅出的案例在本书中被引用。作者在该课程资料包的基础上作了大胆的改编和创新,增加了许多实践下来受学生欢迎的一些内容(具体的改编细节及思考详见本书附录)。本教材笔者从课程准备、课程实施、课程成果(学生作品)及课程思考等多角度阐述了风险决策和博弈论的基础知识。如何从数学角度关注决策的科学性与艺术是本课程的宗旨,作者始终面向中学生组织内容,兼顾他们的学科基础和兴趣爱好。教材以大量的案例解决和分析为特色,坚持从身边的问题出发,强调数学应用思维,突出数学建模,使本教材既明显区别于介绍决策科学与博弈论的专业数学教材,也明显区别于宣传风险决策和博弈论基础思想的科普读物。

本书的编写主要是想把笔者这些年在课程实践中的经验和感悟整理融合,以使对风险决策和博弈论感兴趣的同学学习起来更得心应手。感谢上海市科协“2049 上海试点项目”,感谢编写《竞争与风险决策的数学模型》资料包的上海应用数学学会的专家,感谢多年来选修《竞争与风险决策的数学模型》的同学,正是有了他们的帮助与支持才有了本书。

鉴于作者水平以及时间仓促,书中肯定仍有许多不足与疏漏之处,请大家谅解并多提宝贵意见。

施洪亮

目录

前言 / 1

一、课程准备知识 / 1

- 1.1 你是理性人吗? ——有限理性学说简介 / 1
- 1.2 “大哉! 数学之为用。”——应用数学思想 / 9
- 1.3 偶然中的必然——概率论基础 / 14
 - 1.3.1 概率、古典概型及其计算 / 14
 - 1.3.2 概率运算公式 / 21
 - 1.3.3 经典案例赏析:小华的生日问题 / 26

二、风险决策的数学模型 / 29

- 2.1 随机变量与数学期望 / 29
 - 2.1.1 随机变量及其分布 / 29
 - 2.1.2 数学期望 / 32
 - 2.1.3 福利彩票现象分析 / 33
 - 2.1.4 经典案例赏析:“命运”的解析 / 36
- 2.2 风险决策 / 40
 - 2.2.1 数学期望最优决策 / 40
 - 2.2.2 他该如何选择(面包进货问题) / 42
 - 2.2.3 经典案例赏析:验血效率问题 / 44

三、博弈论基础 / 48

- 3.1 竞争与对策——博弈论简介 / 48
- 3.2 两人零和对策 / 57
- 3.3 两人非零和对策 / 69
- 3.4 常见的博弈案例 / 77

一、课程准备知识

1.1 你是理性人吗？

——有限理性学说简介

1.1.1 理性是什么？

理性是什么？按字面理解，理性(Rationality)，即合理、理智、有理、按理行事。

诺贝尔经济学奖获得者西蒙(H. A. Simon)创立的有限理性学说认为：理性指的是一种行为方式，是指在给定条件和约束的限度内适合于达到给定目标的行为方式。通俗地说，理性就是要用评价行为后果的某个价值体系，去选择令人满意的备选行为方案。

理性是行为方式，这种行为方式的特征是：

(1) 理性的行为方式总是受大脑控制的，或者说是在大脑支配下的行为方式；

(2) 理性的行为方式总是按照一定的程序进行的，这种程序包括确定的目标、确定的条件与约束，以及在上述条件和约束下适合于给定目标的行动方案；

(3) 理性的行为方式有着稳定的评价标准。评价标准就是决策者对备选方案的喜爱程度(即偏好)。

1.1.2 完全理性人的特征

微观经济学(描述人的经济行为的学科)的两个前提假设：

(1) 人是自私的，都追求利益的最大化；

(2) 人是理性的，其所有行为都是为了实现追求利益最大化这个目的。

完全理性人(理想人/经济人)的特征：他自身不存在任何会影响其决策正确性的弱点，全知全能，头脑冷静，绝不感情用事。他具备以下条件：

第一，具有完备的知识；

第二，有一个条理清楚的、稳定的偏好体系；

第三,拥有很强的计算能力。

现实生活中的真实人与理想人存在显著的差别:首先,真实人不可能具有完备的知识,信息感知能力、记忆能力、信息处理能力都是有限的;其次,真实人并不能永远保持自己有条理的、稳定的偏好体系。

科学研究表明,混沌无所不在。自然界与人类社会作为复杂系统,自身存在着内部的不确定性很好地证明了:真实人不可能具有完备的知识,信息感知能力、记忆能力、信息处理能力都是有限的。量子力学研究表明:对于微观粒子运动,我们只能求出概率性的分布函数,而不能精确测定其轨道,因为它们受制于所谓“测不准关系”。耗散结构与协同学研究表明:任何一个系统,只要满足三个条件:第一,它是开放的,即它与周围环境有着能量、物质与信息交换;第二,远离平衡态;第三,系统内部各要素之间存在着非线性相互作用(自然界的物种竞争与人类社会中的战争都是典型的非线性相互作用)。一旦系统内的某个参量变化达到一定的阈值,通过涨落,系统可能发生突变。在临界点附近,究竟哪一个、哪一次极其微小的涨落会被迅速放大,并影响整个系统突变,我们无法预知。著名科学家拉普拉斯趣言:我们今天的文明,可能正是许许多多多年前印度洋上的一只蝴蝶偶尔煽动了一下翅膀的结果。

1.1.3 真实选择对理性的挑战

要使得自己能够按照最大期望效用值理论去决策需要一个基础,那就是:你的偏好体系,必须是稳定的、有序的。具体表现为如下三点:

第一,支配性(Dominance)。决策者的偏好仅受到备择方案中起支配作用的因素的影响,编辑(Editing)操作不应导致偏好的变化。

第二,不变性(Invariance)。决策者对备择方案的偏好不应受到备择方案表述方式变化的影响。

第三,传递性(Transitivity)。对备择方案 A、B、C,若认为 A 优于 B, B 优于 C,则必有 A 优于 C。

然而,在真实的选择中这三点能够保持吗?

研究真实人的选择不能从我们熟悉的某种理论出发,去想象或规定被试的选择,因为至今为止还没有一种成熟的理论能够准确地

描述真实人的选择(决策行为分析作为一个学科发展至今,也只是在这个方向上进行了一些探索)。要了解真实人选择的规律,就应该为被试创设尽可能真实的环境,让被试根据自己的偏好去选择,然后,根据结果进行分析,找出统计学的规律。例如,为了测试被试究竟更喜欢100%地得到100元,还是更喜欢有50%的可能得到200元,另外50%一分不得,最好的方法是把真实的钱放在桌子上,由被试决定取舍。

下面的试验问题将测试你是否具有理性人特征?如果你感兴趣的话,请根据你的直觉进行回答。

问题1 你是一位侦察员,在一个案子中你需要对居住在某地区的刘某的职业作出判断。据反映,刘某很节俭,对生活细节很留意。他服从领导,只要上级指示的他都会认真去做。他很热心,只要别人对他提出要求,他都会去帮助。刘某是农民、工人、售货员、飞机领航员、图书馆馆员、内科医师,还是其他职业人员?他属于各种职业的概率是多少?

问题2 某地区由两所医院提供服务。在大医院中,每天出生的婴儿约45个,在较小的医院中,每天出生的婴儿约15个。据长期观察,所有的婴儿中大约50%是男婴。可是,每天出生的婴儿中男婴的确切数字总是变化的。有时多些,有时少些。每个医院都准确地记载着每个婴儿的出生记录。若将出生男婴数的数目超过这一天出生婴儿数的60%的那一天做上记号,请你判断在一年的期限中,两个医院中哪一个可能会得到更多的记号?

问题3 一枚硬币具有两个面;正面用H来表示,反面用T来表示。反复掷这枚硬币六次。请你判断,序列HHHHHH和序列HTHTHT哪一个出现的可能性更大?

问题4 随机地从一本英文书中抽出一章,请你回答,这一章中r打头的单词多,还是在第三个字符处出现字母r的单词多?

问题5 请估计,70年代在我国死于肺癌的人多还是死于车祸的人多?

问题6 试试你的记忆判断能力。(表1.1中问题的答案都是数值,请你给你的解答设定一个区间,并给出一个自信水平,假如你认为10个答案会有9个落在你给出的区间内,则自信水平为90%)。

表 1.1

问 题	低 限	高 限
1. 毛泽东去世时的年龄		
2. 长江的长度		
3. 联合国成员国的数目		
4. 《三国演义》有多少回		
5. 月球的直径是多少厘米		
6. 空载时的波音 747 飞机的重量		
7. 莫扎特出生的年份		
8. 亚洲母象从受精到分娩共多少天		
9. 从伦敦到东京的空中距离		
10. 地球上海洋最深的点离海平面是多少米		

你的自信水平为：_____

也许，你会质疑：这些问题一定科学合理吗？这种质疑精神很好。但如果你是进行直觉判断，它将反映你的直觉思维的思考偏差。我们以问题 2 为例，统计学告诉我们，小样本会比大样本有更多的机会偏离期望值。心理学家以此问题做过测试，被测学生并非对统计学毫无所知，只是当他们使用直觉进行判断时，与统计学的基本观念发生了抵触。测试表明，大多数人认为序列 HTHTHT 出现的可能性更大，因为序列 HHHHHH 对两个面显得太不公平。但他们的预测是不正确的。正确的答案是两个序列出现的概率完全相同。因为所有可能的序列都是平权的。如果把这个例题换成轮盘赌游戏，试验效果将更加明显。令轮盘上红黑各半，当赌红色的人已经连续得到了五次胜利后，下一次轮到被试赌，请被试选择颜色，被试将如何选择？人们几乎毫无例外地选择黑色。为什么？他们会异口同声地告诉你，红已经赢了那么多次，这次该轮到黑赢了。其实，只要稍加思索，就不难理解，第六次轮盘赌和前五次没有关系，红、黑的胜率仍然各半。这种对概率的误解并非那些天真的缺乏专业知识的人专有的，实验心理学家的研究表明，许多有一定专业知识的人甚至也相信存在着一个“小数定律”，即样本总能反映总体的基本特征。人们总是希望由随机过程产生的一个事件序列会具有这个随机过程的基本特征。这种偏见会导致在统计工作中懒得选取必要数量的样本，而对于统计分析的结论的意义不恰当地

夸大。

大量研究结论表明,真实的选择表明,人们的偏好体系往往是做不到稳定、有序的。

1.1.4 理性的困境

理性人的所有行为都是为了实现利益最大化这个目的。换言之,他不但知道自己的利益何在,而且知道该如何去追求。他可以“损人利己”,也可能“利人利己”,但并不会去“损己利人”、“损人损己”和“损人不利己”。这里有两个疑问,一个涉及道德,即如何解释某些“毫不利己,专门利人”的高尚行为;另一个涉及理性,在现实中,我们都见到过“损人损己”和“损人不利己”的行为,又该如何解释?道德问题我们会在稍后讨论,这里主要探讨人类的理性问题:人是否聪明到了知道自己利益所在,并知道追求利益的正确途径?

有这样一个博弈:

两人分一笔总数固定的钱,比如 100 元。方法是:一人提出方案,另外一人表决,如果表决的人同意,那么就按提出的方案来分,如果不同意的话,两人将一无所得。比如 A 提方案, B 表决,假如 A 提的方案是 70:30,如果 B 接受,则 A 得 70 元, B 得 30 元;如果 B 不同意,则两人将什么都得不到。

你也许要怀疑这种情况完全是虚构出来的,没有什么现实意义,其实并不如此。在现实中,这种情况有可能出现。比如,一个人在路上捡了 100 元,他想据为己有;可是另一个人看到了,于是威胁说如果不分给他一部分,他就要向警察报告,在那种情况下,这笔钱就要上缴,谁也得不到。你可能又要说,这两个人的境界太低。需要再次申明,这里探讨的是理性(即“合理自私”)问题,而不是道德问题。

A 提方案时要猜测 B 的反应, A 会这样想:根据“理性人”的假定, A 无论提出什么方案给 B——除了将所有 100 元留给自己而一点不给 B 这个极端的情况, B 只有接受,因为 B 接受了还有所得,而不接受将一无所获——当然此时 A 也将一无所获。此时理性的 A 的方案可以是:留给 B 一点点比如 1 分钱,而将 99.99 元归为己有,即方案是 99.99:0.01。B 接受了还会有 0.01 元,而不接受将什么也没有。

这是根据理性人的假定的结果,而实际则不是这个结果。英国博弈论专家宾谟做了实验,发现提方案者倾向于提 50:50,而接受者会倾向于:如果给他的少于 30%他将拒绝,多于 30%则不拒绝。这个博弈

反映的是，“人是理性的”这样的假定在某些时候存在着与实际不符的情况。

理论的假定与实际不符的另外一个例子是“彩票问题”。

我们说理性的人是力图使自己的效益最大，如果在信息不完全的情况下则是使自己的期望效益最大。但是这难以解释现实中人们购买彩票的现象。

人们愿意掏少量的钱去买彩票，如福利彩票、体育彩票等，以博取高额的回报。在这样的过程中，人们自己的选择理性发挥不出来，而惟有靠运气。在这个博弈中，人们要在决定购买彩票还是不买彩票之间进行选择。根据理性人的假定，选择不买彩票是理性的，而选择买彩票是不理性的。

因为彩票的命中率肯定低，并且命中率与命中所得相乘肯定低于购买的付出（如你花费 2 元买一张彩票，假定最高奖金是 100 万元，中奖概率是百万分之一，你其实已经亏了），因为彩票的发行者早已计算过了，他们通过发行彩票将获得高额回报，他们肯定赢。在这样的博弈中，彩票购买者是“不理性的”：他未使自己的期望效益最大。但在社会上有各种各样的彩票存在，也有大量的人来购买。可见，理性人的假定是不符合实际情况的。

当然我们可以给出这样一个解释：现实中人的理性的计算能力往往用在不符合实际情况的“高效用”问题上，而在“低效用”问题上，理性往往失去作用，对于人，存在着“低效用区的决策陷阱”。在购买彩票问题上，付出少量的金钱给购买者带来的损失不大，损失的效用几乎为零，而所能命中的期望也几乎是零，这时候，影响人抉择的是非理性的因素。比如，考虑到如果自己运气好的话，可以获得高回报，这样可以给自己带来更大的效用，等等。彩票发行者正是利用人存在着“低效用区的决策陷阱”而寻求保证赚钱的获利途径。

“非理性”似乎是个贬义词，可事实上，正是许多所谓“非理性”的行为促进了人类的福利。就拿前面那个分钱的戏来说吧；拒绝只得 1 分钱的分配方案真的不理智吗？如果同意，你得到 1 分，对方获得 99.99 元，对方从你身上占尽便宜；可是如果你拒绝，那么你所损失的也就是这 1 分钱，而他损失 99.99 元，比你损失的要惨重得多。既然对于双方达成交易的收益如此不平衡，那么到底是你不“理性”，还是提出这么个自作聪明的分配方法的他不“理性”？这类“非理性”行为正是依据人所推崇的“以直报怨”原则，我们的“公平”、“正义”等等观念都是建

立在这一基础上的,如果这不叫理性,那么什么才叫理性?

回报伤害的确不能医治已有的伤害,正如惩罚一个杀人犯,被害者也不能复生一样,但是它能有效防止新的伤害。现在有人告诉你:反正人已经死了,属于“沉没成本”,再怎么也回不来了,何必再耗费社会资源惩罚罪犯呢?你一定会骂他“混账”而不会夸他“理性”。而且,仅仅从策略的角度说,这种拒绝合作的“非理性”行为也是可取的,它其实有这样的意思:你受的伤害,远远大于我受的伤害。如果你要避免这种最坏结果,你就不要伤害我。事实上,聪明人都懂得不要把事情做得太过火,古代的“明君”轻徭薄赋,也正是这个道理。只有那些昏君、暴君才会横征暴敛,就是因为他们把老百姓看得太“理性”,以为只要人民能对付活下去,就不敢造反寻死。这倒也不算错。可往往是这样:你越“理性”,对方就越“不理性”,你已经受不住了,可他还认为有“利润空间”,继续压榨不休,人们很难知道“临界点”的确切位置——终于弄到官逼民反、玉石俱焚的地步,莫非这个结果该怪老百姓“理性”不够吗?

其实,理性与非理性的区分。往往要看人们关注的目标,或者说是短期利益与长期利益的不同。许多夫妻经常为了一些鸡毛蒜皮的琐事大吵大闹,这当然可以被认为是非理性的,事过境迁,当事人可能也觉得不值得。可是下一次还是要吵闹。为什么?除了顾及面子这类“人性弱点”外,吵闹还有一个争夺家庭控制权或维护自身“话语权”的微妙作用。我们都知道“小洞不补,大洞尺五”的道理,在一些小事上退让是理智的,可是谁能保证这不会助长对方的气焰,并最终导致自己权利的丧失?所谓“不值得”的感觉并不是因为打架伤害感情,而是人们发现不能“一战定乾坤”:吵了闹了,可是没什么用处,下次还是要再交锋。

把这个问题放大看,民主政治中各种利益集团的争吵都具有“夫妻吵架”的含义。我们时常可以看到某某国家政府、议会间僵持不下,导致效率低下、政府更迭或解散议会的事件,这些事件中当然有“非理性”的成分,但是比较合理的政治不正是在各利益集团的交锋中达成的吗?

有这样一个故事:一个男孩被视为傻瓜,因为每当别人拿一枚一角的硬币和一枚五分的硬币让他选择时,他总是选五分的硬币拿。有一个人觉得很奇怪,就问这个男孩:“为什么你不拿一角钱的?”小男孩小声回答:“假若我拿的是一角硬币,下一次他们就不会拿钱来给我选了。”这是目光长远的最佳例子。这个男孩选五分的硬币拿,从短期效果看“非理性”,但他明白这样可以长期拿下去;选一角的硬币,只能有

眼前的利益,实际上并不是好办法。

1.1.5 理性假设有用吗?

如果经济学建立在一个不可靠的理性假设上,那么它还有什么用呢?的确,不能说理性假设很完美,否则,经济学家们就可以跑到股市上大赚一把,而不会在几乎所有问题上都争论不休了。

但是我们不能否认,理性假设还是很有用,尽管有各种非理性行为存在,但是总体而言,人们还是懂得权衡利弊,并作出于己有利的选择。前面的例子之所以“不合情理”,是因为经济学家或博弈论专家为了说明道理,将理性“极端化”了。它们更像“守株待兔”、“郑人买履”之类的寓言,内容虽然荒诞,但内涵合理。其实,我们不必把理性看得太理想化或者高深莫测,生活中有大量理性选择的例子。如普通百姓常说的“胳膊拧不过大腿”、“人在屋檐下,怎能不低头”、“吃亏是福”等等,都是理性的表现,也正是前面那些例子中想要说明的道理。

其实,人类的非理性并不集中体现在利益分配上,而是体现在对客观事物的错误认识上。但这并非理性的困境,而是由于知识的缺乏导致的“非理性困境”。

举个例子:“计划生育”在中国已经实行了20多年,但是“一对夫妻只生一个孩子”只是在城市得到了比较严格的贯彻,在广大农村地区,很多家庭会生育几个小孩,至少在有一个男孩之前,人们不愿停止生育。这倒未必是农民兄弟观念落后的表现,而是家庭农业生产确实需要男丁。现在请考虑这个问题:假如每个家庭都要生一个男孩才肯停止生育,会不会导致人口比例失调?

答案是“不会”。道理很简单,每个家庭生育头胎的几率,男女比例是1:1,生育二胎的比例仍然是1:1,第三胎还是一样,在每一轮生育中,女孩的数目总是趋向于与男孩的数目相等,因此男孩与女孩的比例是永远也不会改变的。既然在任何一轮的生育中,男孩对女孩的比例都是1:1,那么当你把各轮生育的结果全部加起来以后,比例始终保持着1:1。只要排除流产女婴的人为因素,男女比例就不会失调。

所以说,与其为人类理性的局限担忧,还不如通过不断发现和掌握新知,使我们摆脱非理性的困扰,决定我们的对策和选择。

强盗分赃问题

有五个强盗抢得 100 枚金币,在如何分赃问题上争吵不休。于是他们决定:(1)抽签决定各人的号码(1、2、3、4、5);(2)由 1 号提出分配方案,然后 5 人表决,如果方案超过半数同意就被通过,否则他将被扔进大海喂鲨鱼;(3)1 号死后,由 2 号提方案,4 人表决,当且仅当超过半数同意时方案通过,否则 2 号同样被扔进大海;(4)依次类推,直到找到一个每个人都接受的方案(当然,如果只剩下 5 号,他当然接受一人独吞的结果)。

假定每个强盗都是经济学假设的“理性人”,都能很理智地判断得失,作出选择。为了避免不必要的争执,我们还假定每个判决都能顺利执行。那么,如果你是第一个强盗,你该如何提出分配方案才能够使自己的收益最大化?

小贴士:如果你对自己的头脑很有自信,请独立认真地思考本问题,它曾被微软公司选做入门面试题,以测试应聘者的逻辑思维能力。据说,凡在 20 分钟内答出此题的人有望在美国赚取 8 万美元以上的年薪。

1.2 “大哉!数学之为用。”

——应用数学思想

1.2.1 数学科学和数学技术

古代数学是公元前一千多年伴随着土地丈量、器皿和工具制造以及记数诞生的。第一次工业革命又催生了以微积分为代表的高等数学。随着科技发展和社会进步,数学向其他自然科学和社会科学渗透,发挥了越来越重要的作用。许多物理学家、化学家、生物学家由于运用数学解决各自领域中的重要问题而获得诺贝尔奖;更进一步,获诺贝尔经济学奖的科学家,大部分都是因为用数学工具解决了重大经济问题而获奖的,其中不少人甚至本身就是数学家。为肯定数学的重要性和广泛应用,在国际上传统的“数学”(Mathematics)这一称呼,已经逐渐被“数学科学”(Mathematical Sciences)代替。联合国也将新世纪的开始年——2000 年命名为国际数学家年。

第二次世界大战后,新技术、特别是高技术像雨后春笋般出现。数学在工程技术中的应用,也从传统的机械制造等领域迅速扩展到这些

高新技术中。在有些应用中还发挥着关键性的作用。鉴于这一特点,很多科学家认为,现在已经进入了“数学工程技术的时代”。他们认为数学已经成为一种关键性的、可以实行的技术。于是“数学技术”(Mathematical-Technique)的名称出现了。“高技术本质上是一种数学技术”的观点也得到了越来越广泛的认同。

目前,数学在航空航天技术、先进制造技术、信息技术、网络技术和网络安全、能源勘探开发、环境保护和生态、经济管理、城市规划和交通、基因工程和生物信息技术、生物医学和疾病防治等方面起着非常重要的作用。数学素养已经成为文明社会中各类人才的必须具备的素质的一个重要组成部分。

哲学家培根说过:“数学是打开科学大门的钥匙”。有志于将来为我们国家的繁荣富强做出贡献的青年同学,不但要学好常规的数学课程,而且要拓展自己的数学知识,提高运用数学解决实际问题的意识和培养用数学解决实际问题的能力,全面提高自己的数学素养。

1.2.2 数学在你身边

当你准备分期付款购买一所新居时,面对五花八门的还款方式(期限、利率不同,按月或按年偿还,……),哪一种对你最有利,最适合你?你注意过录像机计数器数字的跳动吗,这里有什么规律?你找到规律,就可以根据计数器的读数算出录像带已经走过了多长时间,也就知道未转过的那段带子能否录下一定时间的一个节目……

数学是在实际应用的需求中产生的,要解决实际问题就必需建立数学模型,从此意义上讲数学建模和数学一样有古老历史。例如,欧几里得几何就是一个古老的数学模型,牛顿万有引力定律也是数学建模的一个光辉典范。模型无处不在。你的照片不是反映你容貌的模型吗,地图不是用特定的符号表示山川、道路的吗。简单地说,模型就是实物、过程的表示形式,是人们认识事物的概念框架;数学模型当然更抽象些,数学模型就是由数字、字母和数学符号组成的描述对象数量规律的公式、图表或者程序,简单理解就是对所研究对象的数学模拟,它具有解释、判断、预测等重要功能。解决分期付款和计数器读数那两个问题,就要建立数学模型。今天,数学以空前的广度和深度向其他科学技术领域渗透,过去很少应用数学的领域现在迅速走向量化、数量化,需建立大量的数学模型。特别是新技术、新工艺

蓬勃兴起,计算机的普及和广泛应用,数学在许多高新技术上起着十分关键的作用。当你用数学的眼光看世界时,你会发现你的身边到处都是数学。所以,我国著名数学家华罗庚先生由衷感叹:“大哉!数学之为用。”

1.2.3 数学建模

要用数学去解决实际问题,第一步就是要建立实际问题的数学模型,也就是将现实问题归结成数学问题。即用数学的语言将现实问题的本质描述出来。1965年诺贝尔物理学奖获得者费曼(R. Feynman)说过:“没有数学语言,宇宙几乎是不可描述的”。数学模型就是我们用来刻画宇宙和刻画自然和社会最好的语言。一般地说,当人们设计产品参数、规划交通网络、制定生产计划、控制工艺过程、预报经济增长、确定投资方案时,都需要将研究对象的内在规律用数学的语言和方法表述出来,并将求解得到的数量结果返回到实际对象的问题中去,这种解决问题的全过程就称为建立数学模型,简称数学建模。数学建模是针对现实世界的一个特定对象,为了某特定目的,做出一些重要的简化和假设,运用适当的数学工具得到一个数学结构,用它来解释特定现象的现实性态,预测对象的未来状况,提供处理对象的优化决策和控制,设计满足某种需要的产品。数学建模有自己独特的方法和规律。首先要对实际问题进行适当的假设与简化,找出问题中的关键的量,这些量之间的相互关系,从而找出支配问题的内在规律,用数学的语言——公式、图表或算法来描述这种内在规律,然后用数学的方法进行演绎、推断。这就是数学建模的过程。一旦建立了数学模型之后,还需要对它用各种方法进行检验和验证,考察模型是否合理,是否能有合适的解法等,还需不断对模型进行改进。所以实际上,数学建模还贯穿在用数学解决实际问题的全过程中。

只有通常的数学论证和数学计算的能力还不足以胜任建立好的数学模型,还需要有分析问题、解决问题的能力,能用恰当的数学语言描述实际问题内在规律的能力。建立数学模型的过程,是把错综复杂的实际问题简化、抽象为合理的数学结构的过程。在这一过程中,要通过调查、收集数据资料,观察和研究实际对象的固有特征和内在规律,抓住问题的主要矛盾,建立起反映实际问题的数量关系,然后利用数学的理论和方法去分析和解决问题。这就需要一定的数学基础、敏锐的洞察力和想象力以及对实际问题的浓厚兴趣和广博