

你缺少的不是知识，而是发现知识

首席教师

专题小课本

- 小方法大智慧
- 小技巧大成效
- 小单元大提升
- 小课本大讲坛

初中数学

实数与二次根式

总主编/钟山



中国出版集团 现代教育出版社

读图时代

图书在版编目(CIP)数据

首席教师专题小课本. 初中数学. 实数与二次根式 / 钟山主编. —北京: 现代教育出版社, 2008. 4
ISBN 978-7-80196-646-9

I. 首… II. 钟… III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 038472 号

书 名: 首席教师专题小课本·初中数学·实数与二次根式
出版发行: 现代教育出版社
地 址: 北京市朝阳区安华里 504 号 E 座
邮政编码: 100011
印 刷: 北京市梦宇印务有限公司印刷
发行热线: 010-61743009
开 本: 890×1240 1/32
印 张: 6.25
字 数: 270 千字
印 次: 2008 年 4 月第 1 版 第 1 次印刷
书 号: ISBN 978-7-80196-646-9
定 价: 10.80 元

目 录

首席寄语	(1)
单元提升篇	(3)
第一章 有理数	(3)
第一单元 正数和负数	(4)
第二单元 数 轴	(11)
第三单元 绝对值	(23)
第四单元 有理数的加法	(32)
第五单元 有理数的减法	(40)
第六单元 有理数的加减混合运算	(48)
第七单元 有理数的乘法	(58)
第八单元 有理数的除法	(71)
第九单元 有理数的乘方	(82)
第十单元 有效数字与科学记数法	(93)
章末综合提升	(102)

方法·技巧·策略

确定数的分类(4)/正、负数在实际中的应用(5)/挖掘数轴定义、深刻领悟(12)/数轴是“数形结合”的典型(13)/多重符号的化简(15)/绝对值的有关计算(23)/比较有理数的大小(24)/绝对值的非负性(25)/绝对值与数轴的综合(25)/有理数的加法(32)/利用运算律简化有理数的加法运算(33)/建立有理数加法模型解决问题(34)/有理数的加法学法指导(40)/有理数减法的简单运算(41)/有理数减法的综合计算(42)/有理数减法在生活中的实际应用(42)/熟练掌握运算法则,避免一些运算错误(48)/多角度思维,一题多解(57)/拆数变形,巧妙计算(58)/巧用运算定律(59)/借助图形巧计算(65)/灵活选用运算法则(72)/巧转化,妙计算(72)/拆分分配,巧计算(76)/阅读理解,妙解题(76)/共性重组法(79)/有理数乘方运算中的转化技巧(83)/有理数快速计算策略(86)/分段计算(86)/整体计算(87)/乘法分配律逆用法(87)/错位相减(87)/实际中取近似值的方法不唯一(94)/由近似数的精确度推断实际数所在范围(95)/有关近似数计算的技巧与原则(98)/巧解题,妙检验(99)/巧解有省略号题的几种方法(115)

第二章 实数与二次根式	(117)
第十一单元 平方根	(117)
第十二单元 立方根	(124)
第十三单元 无理数	(130)

第十四单元	二次根式	(139)
第十五单元	二次根式的乘除法	(149)
第十六单元	二次根式的加减法	(159)
章末综合提升		(167)

方法·技巧·策略

运用平方根概念解题(118)/运用平方根的性质解题(118)/解决字母取值范围的方法(119)/求未知字母的值的方法(119)/平方根的学法指导(124)/平方根与立方根的联系与区别(129)/用概念辨析(131)/模糊思想——估计无理数的大致范围(131)/用定义来辨析二次根式(140)/根据定义来确定二次根式中被开方数所含字母的取值范围(140)/运用二次根式的性质解题(141)/两个二次根式相乘,将系数、被开方数分别相乘,再把所得的结果进行化简(150)/逆用二次根式的乘法、除法公式时易忽略被开方数的条件,在运用公式 $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ 及 $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 时易忽略算术平方根的性质,即 a 和 b 必须均为非负数且除法运算中 $b\neq 0$ 的条件,造成错解(152)/欲去重根号,配方试一招(165)/条件变形用,零值代入法(166)/整体巧配方(166)/非负数的性质及其应用(167)/比被开方数法(168)

专题提升篇	(179)
-------	-------

第一单元	专题思想方法	(179)
------	--------	-------

方法·技巧·策略

转化与化归思想(179)/数形结合思想(180)/分类思想(182)/方程思想(183)/归纳探索方法(184)

第二单元	专题中考热点	(190)
------	--------	-------

方法·技巧·策略

专题速记图解(196)



首席寄语

■专题导引

有三个好朋友一起去逛商场,不慎损坏了商场一件价值 30 元的商品,他们主动到柜台赔偿了 30 元钱,刚要出门时商场经理追上来对他们说:“我们商场正搞促销,你们损坏的商品现在只卖 25 元,所以退回你们 5 元。”三人一商量,这商场挺讲诚信的,干脆给他们写封表扬信,于是花去 2 元钱买来纸和笔,剩下的 3 元一人 1 元,突然其中一个人想到一个问题“我们当初每人赔了 10 元,后来每人又退回了 1 元,实际上每人赔了 9 元,共 27 元,再加上写表扬信的 2 元,一共 29 元,还有 1 元呢?”这是怎么回事?请同学们帮他们算算。



由上面的实例可以看出:有理数来源于生活,它让我们体会到了数学知识和现实世界有着密切联系,实数是初中代数的基础知识和基本内容,本章是对小学算术中数的概念的扩充,又是初等数学的重要基础.实数与二次根式的概念、二次根式的运算、数形结合的思想、转化的思想,这些知识方法在学习函数、分式、一元二次方程、解三角形以及在物理等自然科学中有着十分广泛的应用,并且在日常生活、科学研究中也有着十分重要的作用.

本专题的主要内容是有理数的有关概念(数轴、相反数、绝对值)及其运算以及平方根与立方根、算术平方根、二次根式的性质及运算.二次根式的概念及运算是本专题的重点;绝对值的几何意义很直观、易于理解,绝对值的代数定义比较抽象,要求出各种情况的绝对值,就必须理解实数的分类;对运算法则的理解:有理数加法运算法则是初次按法则、按程序进行代数运算,同时既要符号,又要计算绝对值,因此是一个难点,它掌握的好坏直接影响到后续代数运算的学习,因而应突破难点,方法如下:一化代数和,二想简便法,三定正负号,四算绝对值.

■中考命题规律

1. 中考中以数形结合的形式考查相反数、绝对值等的概念与性质是热点,以填空

题与选择题为主;用实际生活的题材为背景,结合当今社会的热点、焦点问题考查近似数、有效数字、科学记数法等,以选择题与填空题为主;有理数的混合运算及运算律的应用,以解答题为主,另外还出现探索一类有规律的计算题.

2. 平方根、立方根的意义及求法,在近几年中考中分值为 3% 左右,二次根式的化简及运算也是中考题涉及较多的题目,同时,用计算器求一个数的平方根、立方根的题目也逐年增多,利用其探索规律是中考中的一个热点.

■ 学习应试策略

1. 实数是初中代数的基础知识和基本内容,所以中考数学试题中有关实数的命题都属于低中档题. 正、负数的意义和有理数分类方面的命题要特别注意零的特殊性.

2. 绝对值的计算问题,关键是先判断绝对值号中各个数或式子的正负,再由绝对值性质去掉绝对值号.

3. 初中代数中常用的非负数有三类:实数的偶次方,绝对值和算术平方根,即 a^{2n} 、 $|a|$ 和 $\sqrt{a}(a \geq 0)$. 非负数及性质在求值、计算、比较大小、解方程中有重要作用,其中有一条常用性质:若几个非负数的和为零,则每个非负数必定为零.

4. 科学记数法与近似数的有效数字时常结合在一起考查,对科学记数法和有效数字的概念的理解是解决问题的关键.

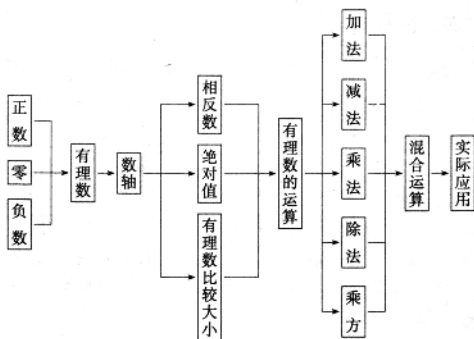
5. 有理数的运算有时用常规解法比较麻烦,只要你综合运用相关知识,细心考察其特点,运用多种数学思想方法,就不难找到处理问题的方法和技巧.

6. 二次根式的化简与计算,是中考中的重要内容,其实是对求一个数的平方根、立方根及无理数的考查,多以填空、选择的形式出现,属于低档难度题,复习时要准确把握概念的实质,加强计算能力的训练,强化数形结合的思想,切实弄清实数与数轴上的点一一对应的含义.

[单元提升篇]

第一章 有理数

本章概念图示



课程标准要求

1. 理解有理数的意义,能用数轴上的点表示有理数,会比较有理数的大小.
2. 借助数轴理解相反数和绝对值的意义,会求有理数的相反数和绝对值(绝对值符号内不含字母).
3. 掌握有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算,并能运用运算律简化运算.
4. 能够学会用数表达和交流信息,在解决问题的过程中选择适当的算法,对运算结果的合理性作出解释.
5. 培养接触社会环境中的数学信息的乐趣,通过观察、实验、归纳、类比、推断可以获得数学猜想,体验数学活动充满着探索性和创造性.

第一单元

正数和负数

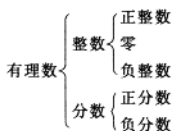
知识清单精解

1 相反意义的量

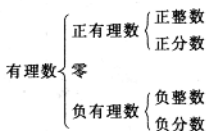
	表示方法	实际意义
相反意义的量	用“+”	前进、上升、收入、盈利、零上、高于等
	用“-”	后退、下降、支出、亏损、零下、低于等

2 有理数的分类

(1) 按定义分类:



(2) 按符号性质分类:



注意: (1) 两种分类方法, 分类标准不同, 分类结构也不同, 应特别注意, 分类结果应做到不重不漏, 即每一个数必须属于某一类, 不能同时属于不同的两类; (2) 习惯上, 把正数和零统称为非负数, 负数和零统称为非正数, 正整数和零统称为非负整数, 负整数和零统称为非正整数。

方法技巧突破

技巧 1 确定数的分类

在研究相反意义的量, 引入正数和负数后, 数的范围由算术数扩大为有理数, 因此, 在考查有理数时, 必须明确: (1) 分数是指分母不为 1 的数; (2) 由于有限小数、无限循环小数、百分数都可转化为分数, 所以有限小数、无限循环小数、百分数都看做分数; (3) “0”既不是正数, 也不是负数, 但“0”是整数, 是有理数, 因此“0”不再是小学学过的“0”表示“没有”了; (4) 引入负数后, 奇数和偶数也由自然数扩大为整数, 整数也分为奇数和偶数。因此, 在分类时, 通常从实际需要出发, 选取恰当的标准, 然后根据对象的属性, 把它们不重复、不遗漏地划分为若干类。

例 1 下列语句: ①所有整数都是正数; ②所有正数都是整数; ③分数是有理数; ④在有理数中除了正数就是负数; ⑤小学学过的数都是正数。其中错误的语句个

数为()

A. 0

B. 1

C. 3

D. 4

解析:因为整数包括正整数、零、负整数,所以①是错误的;因为正数包括正整数和正分数,所以②是错误的;因为整数和分数统称有理数,所以③是正确的;在有理数中除了正数,还有负数和零,所以④是错误的;因为0既不是正数,也不是负数,所以⑤是错误的. 答案:D

点评:此题较全面地考查了有理数的分类,各语句的表达非常相似,只要有一个语句判断错误,则必然导致全题错误,故解此类题目的关键是认真读题,透彻理解概念;对概念中的语言、词汇要做到字斟句酌,所以解决此类问题宜用举反例法排除错误答案.

例2 把下列各数填在相应的集合内:

$$15, -6, +2, -0.9, \frac{1}{2}, 0, 0.23, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}.$$

正数集合{ ... }; 负数集合{ ... };

正分数集合{ ... }; 负分数集合{ ... };

整数集合{ ... }; 有理数集合{ ... }.

分析:正数包括正整数和正分数;负数包括负整数和负分数;正分数包括正分数本身外,还有正小数;同样,负小数也属于负分数;整数包括正整数,负整数和零;有理数包括整数和分数.

解:正数集合 $\left\{15, +2, \frac{1}{2}, 0.23, \frac{1}{4}, \dots\right\}$; 负数集合 $\left\{-6, -0.9, -\frac{1}{3}, \dots\right\}$;

正分数集合 $\left\{\frac{1}{2}, 0.23, \frac{1}{4}, \dots\right\}$; 负分数集合 $\left\{-0.9, -\frac{1}{3}, \dots\right\}$;

整数集合 $\{15, -6, +2, 0, \dots\}$;

有理数集合 $\left\{15, -6, +2, -0.9, \frac{1}{2}, 0, 0.23, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$.

点评:此题主要考查学生对数的分类能力.在有理数中,一个数可以有多重“身份”,如:15和+2,它们既是正数也是正整数;像 $\frac{1}{2}, 0.23$,它们既是正有理数还是分数,且是正分数.另外,填整数集合时,不要漏掉“0”.

技巧2 正、负数在实际中的应用

中考中,对基础知识的考查,并不一定是考查单一知识,也可能是考查基础知识在实际问题中的应用,或是考查知识的综合,因此形式是多样化的,应特别注意实际生活中数的应用,如食品袋上标注净含量为 (250 ± 3) g,设计图纸上标注尺寸为 ϕ : (50 ± 0.5) mm等的含义.

例3 若身高以163厘米为基准,甲的身高为168厘米,记为+5厘米,问:

(1)乙的身高为157厘米,记为_____;

(2)丙的身高为_____厘米,记为+9厘米;

(3)丁的身高为161厘米,记为_____;

(4)甲、乙、丙、丁、戊的平均身高为_____厘米,记为+2厘米;

(5)戊的身高为_____厘米,记为_____.

解析:(1)由隐含的正负数的意义可知,高出标准身高部分记为正数,那么低于标准身高部分就应记为负数;(2)丙的身高记为+9厘米,说明高出标准身高9厘米;(3)丁的身高低于标准身高的部分,应记为负数;(4)由平均身高记为+2厘米可知,平均身高高出标准身高2厘米;(5)用平均身高乘上5,减去甲、乙、丙、丁四人的身高,即可得出戊的身高.

答案:(1)-6厘米 (2)172 (3)-2厘米 (4)165 (5)167,+4厘米

点评:本题具有一定的综合性,需要灵活运用正、负数的概念.问题(5)也可用这样的方法解决:平均身高记为+2厘米,说明五个人身高总和比标准身高总和高出 $2 \times 5 = 10$ (厘米),而甲、乙、丙、丁四人的身高和比标准身高和高出 $(5+9)-(6+2)=6$ (厘米),所以戊的身高比标准身高高4厘米.



1. 学科间综合能力

能力点津:本单元知识,在中考中常与物理、地理、生物等学科结合起来,往往用这些学科知识作为设计问题的背景,因此要结合这些学科知识进行解答,这种题型是近几年中考的热点问题.

例1 由地理知识可知,各地气温的差异受海拔高度的影响明显,海拔每升高100米,气温就下降 0.6°C .现已知重庆的海拔高度为260米,峨嵋山的海拔高度为3099米,则当重庆气温为 28°C 时,峨嵋山山顶的气温为_____.

分析:以重庆的海拔高度和气温为标准,算出峨嵋山比重庆的海拔高出多少个100米,然后再用这个数乘上0.6,即得气温下降的度数.

解:峨嵋山的海拔高度比重庆的高: $3099-260=2839$ (米),升高了 $2839 \div 100=28.39$ (个)100米,所以气温下降了 $0.6 \times 28.39=17.034(^{\circ}\text{C})$.因此,峨嵋山山顶的气温为 $28-17.034=10.966(^{\circ}\text{C})$. 答案:10.966 $^{\circ}\text{C}$

点评:此题充分体现了学科之间的紧密联系,使同学们不仅学会了数学,也了解了地理常识.

2. 创新能力

能力点津:根据问题的条件和情境,充分挖掘问题的含义,综合运用知识,全面思考来解决问题.

例2 小虫从某点O出发在一直线上来回爬行,假定向右爬行的路程记为正数,向左爬行的路程记为负数,爬过的各段路程依次为(单位:厘米):

+5, -3, +10, -8, -6, +12, -10.

(1)小虫最后是否回到出发点O?

(2)在爬行过程中,如果每爬1厘米奖励一粒芝麻,则小虫一共得到多少粒芝麻?

分析:(1)小虫能否回到出发点,主要取决于向左和向右爬行的路程是否相等;

(2)小虫获得芝麻的粒数是由爬行的总路程决定的.

解:(1)向右爬行的路程: $5+10+12=27$ (厘米),

向左爬行的路程: $3+8+6+10=27$ (厘米).

由于小虫向右、向左爬行的路程都是27厘米,所以小虫能回到出发点.

(2)小虫爬行的总路程: $27+27=54$ (厘米),

因为小虫每爬行1厘米便能得到一粒芝麻,所以共得到54粒芝麻.

点评:解决问题要抓住问题的实质,本题小虫能否回到出发点要考虑小虫爬行的方向,而获得芝麻的多少主要由总路程决定.

3. 探索问题的能力

能力点津:从课程标准到中考都要求,把考查学生的基础知识和方法向创新能力发展,因此探索型题体现了这一思想,以学生熟悉的生活为背景命题,让学生从中“悟出”道理,发现规律和思考方法等,借以锻炼探索能力.

例3 观察下面依次排列的一列数,请接着写出后面的3个数,你能说出第10个数、第101个数、第2004个数是什么吗?

(1) $-1, -2, +3, -4, -5, +6, -7, -8, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \dots$;

(2) $-1, \frac{1}{2}, -3, \frac{1}{4}, -5, \frac{1}{6}, -7, \frac{1}{8}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \dots$.

解析:仔细观察各数的特点,尤其是符号的分布特点,从变化中发现一般性的规律.由第(1)题所给的一列数中的前8个可以看出:各数的绝对值是从1开始的一列连续整数,其中3的倍数的符号为正,其余为负;由(2)可知奇数位是序号的相反数,偶数位是序号的倒数.

答案:(1) $+9, -10, -11$;这列数中的第10个数为 -10 ,第101个数为 -101 ,第2004个数为 $+2004$.

(2) $-9, \frac{1}{10}, -11$;这列数中的第10个数为 $\frac{1}{10}$,第101个数为 -101 ,第2004个数为 $\frac{1}{2004}$.

点评:探索数字规律时,应充分考查题中所给的所有数据,这样才能得到一列数的准确规律.



1. 考点导航

正、负数	正、负数的意义及其实际应用	
有理数	有理数的分类及有关数集的分类	注意0的特殊性和分类思想的应用



比最低气温高 _____ $^{\circ}\text{C}$ 。

- 某种食品包装袋上的说明印有：保质期： $20 \pm 3^{\circ}\text{C}$ 下保存一个月，其意义是_____。
- 如果以上午 10 时为准，上午 7 时用 -3 时表示，则下午 2 时用_____时表示；如果以中午 12 时为准，下午 2 时表示为 $+2$ 时，则上午 8 时 30 分表示为_____时。
- 一个零件的内径尺寸在图纸上标注是 $20^{+0.03}_{-0.04}$ (单位：mm)，表示这种零件的标准尺寸是 20 mm，加工要求最大不超过标准尺寸_____，最小不低于标准尺寸_____。
- 下列四种说法，正确的是()
 - 所有的正数都是整数
 - 不是正数的数一定是负数
 - 正有理数包括整数和分数
 - 0 不是最小的有理数

误区二 考虑问题不周全

- 已知下列各数： $-8, 2.01, \frac{2}{9}, 3, 0, -0.25, -50, 1$ ，其中非负数的个数是()
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
- a 是有理数， $-a$ 是()
 - 正数
 - 零
 - 负数
 - 以上三种都有可能
- 下列各数： $-1.01, 0, 2.2, \frac{1}{3}, -\frac{5}{2}, \frac{\pi}{3}, -2\frac{2}{7}, 0.26$ ，其中分数的个数是()
 - 5
 - 6
 - 7
 - 8

综合创新题组

综合 学科内综合

- 2006 年冬季某地区发生了禽流感疫情，为了防止疫情扩散，防疫站在公路上加大检查力度，下表是工作人员连续 5 天的检查记录：(单位：辆)

+5	-10	+12	+6	-8
----	-----	-----	----	----

如果规定向东为正，那么这几天中开往西边方向的车辆有()

- 5 辆
- 22 辆
- 18 辆
- 12 辆

创新一 创新应用

- 工厂生产足球的质量大小是有规定的，但实际生产的足球，可能都有差距。假如规定超过标准质量的记为正数，不足的记为负数，正好等于标准质量的记为 0，现抽查了 10 个足球，称得结果与标准质量的差距如下(单位：克)：

$0.02, 0.01, 0.02, -0.01, -0.03, 0.02, 0, -0.01, +0.03, 0$ 。

问：(1)你能分别求出它们的实际质量吗？

(2)假如规定产品质量最多不高于标准质量 0.02 克，最少不低于标准质量 0.02 克为合格，这 10 个足球合格的有多少个？合格率为多少？

- 体育课上进行引体向上的测试，完成 7 个(含 7 个)以上为达标，超过的次数记作正数，不足的次数记作负数，其中第 3 小组 8 人完成成绩如下：

$2, -1, 0, 3, -2, -3, 1, 0$ 。

问：(1)第 3 小组有几个达标？_____。

(2)第3小组共做了多少个引体向上? _____.

探究规律

12. 观察下列各数,找出规律,把每一列数的后三个数写出来,并写出它的第100个数、第101个数.

(1) 2, -4, 6, -8, 10, _____, _____, _____, ..., _____ (第100个), _____ (第101个), ...;

(2) $\frac{1}{2}$, $-\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $-\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, _____, _____, _____, ..., _____ (第100个), _____ (第101个),

题组答案注解

1. 17 2. 保质期:在 17°C 到 23°C 之间可保存一个月

3. +4, -3.5 解析:本题考查具有相反意义的量的表示法.

4. 0.05 mm, 0.03 mm 解析: 20 ± 0.05 (单位:mm) 表示标准尺寸为 20 mm, 可变动范围最大不超过标准尺寸 0.05 mm, 最小不低于标准尺寸 0.03 mm.

5. D 解析:此题考查了有理数的分类,解答此题的关键是明确有理数的两种不同的分类标准.

6. D 解析:非负数即为正数和零.

7. D 解析:若 a 是正数,则 $-a$ 是负数;若 a 是负数,则 $-a$ 是正数;若 a 是零,则 $-a$ 是零.

8. B 解析:小数也是分数,其中分数有 -1.01 , 2.2 , $\frac{1}{3}$, $-\frac{5}{2}$, $-2\frac{2}{7}$, 0.26 . 要特别注意:“ π ”是无理数不是有理数,因此含有“ π ”的式子不属于有理数的分类范畴.

9. C 解析:由题目中的规定,开往西边方向的车辆数记为负数,图表中的负数有 -10 , -8 , 这些车的辆数之和为 18, 故选 C.

10. 解: (1) 不能. 10 个球的标准质量没有给出, 因此写不出每个球的实际质量.

(2) 这 10 个球合格的有 8 个, 合格率为 $\frac{8}{10} \times 100\% = 80\%$.

点拨:按照质量的合格标准,10 个球中符合合格标准的数据有 0.02, 0.01, 0.02, -0.01 , 0.02, 0, -0.01 , 0.

11. (1) 5 个 (2) 56 个 解析:由数据知,合格的数据有 2, 0, 3, 1, 0, 因此有 5 人成绩达标. 根据题意,这 8 名同学的成绩如下: 9, 6, 7, 10, 5, 4, 8, 7, 所以第 3 小组共做引体向上 $9+6+7+10+5+4+8+7=56$ (个).

12. (1) -12, 14, -16, -200, 202 解析:先探究规律,可以看出每个数都是 2 的倍数,去掉正、负号后用 $2n$ 表示,其中 n 为正整数,且表示第 n 个数. 可以看出,当 n 为奇数时,符号都为正,即 $2n$; 而当 n 为偶数时,符号都为负,即 $-2n$. 因此第 100

个应为 $-2 \times 100 = -200$, 第 101 个应为 $2 \times 101 = 202$.

(2) $-\frac{6}{7}, \frac{7}{8}, -\frac{8}{9}, -\frac{100}{101}, \frac{101}{102}$ 解析: 观察这一列数可以发现, 第 n 个数, 分子为 n , 而分母为 $n+1$, 若去掉正、负号可表示为 $\frac{n}{n+1}$, 并且发现, 当 n 为奇数时, 这个数为正数; 当 n 为偶数时, 这个数为负数. 所以第 100 个数应为 $-\frac{100}{101}$, 而第 101 个数应为 $\frac{101}{102}$.

题组规律

在含有相反意义的量的实际问题中, 将其转化为数学问题, 用数学符号来表示, 可见数学知识来源于生活, 又应用于生活.

附录

负数的作用

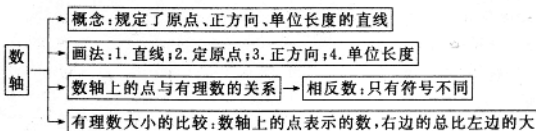
正数和负数都是实际问题的数量概括, 二者相互对立、相互依存, 又都统一在有理数中, 而 0 作为一个中性数, 再也不仅仅表示没有的意思. 在学习过程中要注意领会实际问题中的正数、负数的意义及用正数、负数表示具有相反意义的量. 在有理数的分类中初步领会分类的思想、分类的技巧, 由于分类也是因为实际操作的需要, 并且按不同的分类标准分类结果也不相同, 在学习时要仔细体会这种不同. 数由小学的算术数扩充到有理数以后, 随之而产生了符号问题, 对一个表示有理数的字母 (如 a), 要知道它有三种可能: 正数、0、负数, 因此不能认为 a 就是正数, 或一定是 0, 或一定是负数. 总之, 在本节的学习中, 要进一步体会字母表示数的含义, 进一步认识到数学的发生、发展都是对实际问题的数量概括, 初步领会分类思想, 并能用所学知识解决实际问题.

第二单元

数轴



知识清单精解
ZHISHIQINGDANJINGJIE



技巧1 挖掘数轴定义、深刻领悟

数轴的定义是研究有理数的工具、是基础,因此必须加深对定义的理解.数轴是规定了原点、正方向和单位长度的直线.必须注意:数轴的定义包含三层含义:(1)数轴是一条直线,可以向两端无限延伸,表明它可以表示无穷多个实数;(2)数轴有三要素:原点、正方向、单位长度,三者缺一不可;(3)原点位置的选定、单位长度大小的确定、正方向的取向,都是根据实际需要“规定”的,一般情况:取向右的方向为正方向,单位长度根据具体情况,可长可短,但同一数轴的单位长度是一致的.

画数轴的步骤:

- (1)先画一条水平的直线(通常如此);
- (2)在该直线的适当位置选取一点为原点,并用这点表示有理数中的0;
- (3)确定向右的方向为正方向,用箭头表示出来;
- (4)选取适当的长度作为单位长度,从原点向右,每隔一个单位长度取一点,依次表示为1,2,3,...,从原点向左,每隔一个单位长度取一点,依次表示-1,-2,-3,...,如图1-2-1所示.

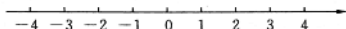


图1-2-1

例1 指出图1-2-2中所画数轴的错误.

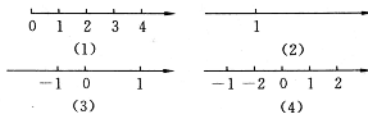


图1-2-2

分析:判断所画图形是否是数轴,应从数轴的三要素考虑,三者缺一不可.

- 解:(1)画的不是直线,从而无法找到负数的位置;(2)没有标明原点与单位长度;
(3)单位长度不一致;(4)负方向上的数字顺序标注错误.

点评:本题考查了数轴的定义、数轴的三要素以及正确画数轴的方法.

例2 “数轴是规定了原点、正方向和长度单位的直线”,这句话对不对?为什么?

分析:此题错在“长度单位”这四个字上,应该把“长度单位”改为“单位长度”,单位长度和长度单位是两个不同的概念,长度单位有毫米、厘米、分米等,无论何时何地,1 cm 的长度都不会改变,但我们在画数轴时,可根据需要以 0.5 cm、1 cm、1.2 cm、2 cm、5 cm 等作为一个单位长度.

解:这句话不对,应将“长度单位”改为“单位长度”.

点评:“长度单位”和“单位长度”的意义是不同的,要准确使用数学概念.

技巧2 数轴是“数形结合”的典型

数轴上有无数个点,而每一个点都表示一个实数,不同的点所表示的实数也不同.这样,每一个有理数都可以用数轴上的一个点来表示,不同的有理数用不同的点来表示.

在数轴上,原点右边的点表示的是正数,原点左边的点表示的是负数,原点表示0.

注意:(1)数轴上的点表示的数不一定都是有理数,还可能为无理数(以后将会学到),但有理数都可以用数轴上的一个点来表示.

(2)表示正数的点都在原点右边,表示负数的点都在原点左边.

例3 在数轴上画出表示下列各数的点:

$$-\frac{1}{2}, 0, 0.5, -3\frac{1}{3}, 4, 2\frac{1}{2}.$$

分析:表示数的点一定要画在数轴上,一般在相应位置加小黑点,以示该点所表示的有理数,或该有理数对应的点.

解:如图1-2-3所示.

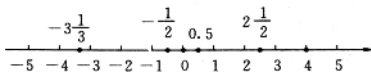


图1-2-3

点评:用数轴上的点表示有理数时,通常把要表示的数写在数轴上所对应点的位置,有理数都可以用数轴上的点来表示.

例4 如图1-2-4所示,指出数轴上A、B、C、D、E各点分别表示的有理数.

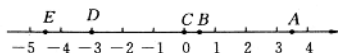


图1-2-4

分析:根据各点距原点多少个单位长度,在原点的右边为正数,在原点的左边为负数,在原点上是“零”,来读出或标出它们的数值.

解: A. $3\frac{1}{2}$ (在原点的右边为正数,距离原点 $3\frac{1}{2}$ 个单位长度); B. 0.5 (在原点的右边为正数,距离原点 0.5 个单位长度); C. 0 (在原点上); D. -3 (在原点的左边为负数,距离原点 3 个单位长度); E. $-4\frac{1}{2}$ (在原点的左边为负数,距离原点 $4\frac{1}{2}$ 个单位长度).

点评:读一个负数时,要注意和正数的区别,如点E不要误认为是 $-5\frac{1}{2}$.

例5 (1)在数轴上与原点距离是5个单位长度的点表示的数是_____;

(2)在数轴上将表示 -2.5 的点先向左移动2个单位长度,然后再向右移动3个