（经济类）

概率论与数理统计历年考研真题详解与常考题型应试技巧

余长安 编著

真题汇集齐全　推演方法精当　疑难诠释透彻
题型归类科学　考点评析简明　模拟试题逼真

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

（经济类）

概率论与数理统计
历年考研真题详解
与常考题型应试技巧

余长安 编著

真题汇集齐全　推演方法精当　疑难诠释透彻
题型归类科学　考点评析简明　模拟试题逼真

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计(经济类)历年考研真题详解与常考题型应试技巧/余长安编著.—武汉:武汉大学出版社,2008.4

ISBN 978-7-307-06184-2

Ⅰ.概…　Ⅱ.余…　Ⅲ.①概率论—研究生—入学考试—解题　②数理统计—研究生—入学考试—解题　Ⅳ.O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 032005 号

责任编辑:顾素萍　　责任校对:黄添生　　版式设计:詹锦玲

出版发行:**武汉大学出版社**　(430072　武昌　珞珈山)

(电子邮件:wdp4@whu.edu.cn　网址:www.wdp.com.cn)

印刷:湖北省通山县九宫印务有限公司

开本:720×1000　1/16　　印张:19.25　字数:342 千字　插页:1

版次:2008 年 4 月第 1 版　　2008 年 4 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-307-06184-2/O·383　　定价:28.00 元

内容简介

本书是编者根据国家最新硕士研究生入学考试大纲要求，全面搜集、整理1987年以来全国硕士研究生入学考试统一试题，并紧密结合自身多年教学实践经验，尤其是考研数学辅导的切身体会，悉心组织、充实加工编撰而成的。

全书共分为8章。每章含有7个方面的内容：考纲要求，考试重点，历年试题分类统计与考点分析，知识概要，考研题型的应试方法与技巧，历年考研真题及其详解。书末还附有精心编撰并与近年考研试题难度相当的概率论与数理统计模拟试卷若干套。

本书具有以下特点：阐述简明，重点突出；分类讲究，评注独到；方法新颖，技巧灵活；试题全面，解答详尽。

该书适宜经管类专业大学生和各类高等院校数学教师阅览，尤其适合于有志攻读硕士学位的考生研读，亦适用于参加职称考试、自学及其他相关专业人员参考。

前 言

概率论与数理统计是一门集理论性与实践性，乃至趣味性于一体的数学学科。它既具有本课程自身的许多独到特点，又与有关高等数学以至初等数学知识有相当紧密的关联。因而，在该课程的学习过程中，往往有读者对其有关概念、理论，甚至一些应用问题，认识有失偏颇，理解尚欠深刻，分析似非准确，致使难以举一反三，触类旁通。据此，为了帮助读者提高学习效果，深化基本理论，增强分析与解决实际问题的能力，赢得激烈竞争中的获胜机遇，编者根据国家最新硕士研究生入学考试大纲要求，借鉴有关专家、学者的学识与观点，在全面搜集、整理1987年以来全国历年考研试题的基础上，紧密结合编者自身多年教学实践的经验与体会，悉心组织、充实编撰成了《概率论与数理统计（经济类）历年考研真题详解与常考题型应试技巧》一书。

全书共分为8章，每章含有7个方面的内容：考纲要求，考试重点，历年试题分类统计与考点分析，知识概要，考研题型的应试方法与技巧，历年考研真题及其详解。书末还附有精心编撰的、与近年考研试题难度相当的概率论与数理统计模拟试卷若干套，以满足读者自我检测学习效果与实际水准的需求。

纵观本书，易知具有以下特点：阐述简明，重点突出；分类讲究，评注独到；方法新颖，技巧灵活；试题全面，解答详尽；拟卷匠心独具，检测适度客观。它可谓是一本学习概率统计科目颇为适用而不可多得的教学用书。

该书适宜于经管类专业学生学习概率论与数理统计课程阅览，更适合于有志继续升造而欲攻读硕士学位的有关考生研读，亦适用于参加职称考试、自学及其他相关科技工作者参考。无疑，它也可作为各类高等院校数学教师重要的备课资料。

由于编撰时间仓促及作者认知水准所限，书中疏误之处在所难免，恳请广大读者及时指正，不吝赐教。

编　者

于武汉大学樱园

2008 年 3 月 16 日

目 录

第 一 章 随机事件及其概率

一、考纲要求

1. 理解随机事件的概念，了解样本空间的概念，掌握事件间的关系与运算.
2. 了解概率、条件概率的定义，掌握概率的基本性质，会计算古典概型.
3. 掌握概率的加法公式、乘法公式，会应用全概率公式和贝叶斯公式.
4. 理解事件独立性的概念，掌握应用事件独立性进行概率计算.
5. 理解独立重复试验的概率，掌握计算有关事件概率的方法.

二、考试重点

1. 随机事件与样本空间.
2. 事件的关系运算，样本空间划分的定义.
3. 概率的定义和概率的基本性质.
4. 古典概型，条件概率.
5. 概率的加法公式、乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式.
6. 事件的独立性，独立重复试验.

三、历年试题分类统计与考点分析

数 学 三

考点 分值 年份	事件的关系和运算	概率的性质	古典、几何概率	条件概率、乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式	事件的独立性	独立重复试验	合计
1987		2		8			10

续表

分值 \ 考点 年份	事件的关系和运算	概率的性质	古典、几何概率	条件概率、乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式	事件的独立性	独立重复试验	合计
1988	2			7	2		11
1989	3						3
1990		3	4			3	10
1991		3					3
1992		3	3				6
1993		3					3
1994				3			3
1995						8	8
1996			6	3			9
1997							
1998				9			9
1999							
2000	3						3
2001～2002							
2003					4		4
2004～2008							
合计	8	14	13	30	6	11	

数　学　四

分值 \ 考点 年份	事件的关系和运算	概率的性质	古典、几何概率	条件概率、乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式	事件的独立性	独立重复试验	合计
1987				2		2	4
1988			2			2	4
1989				2＋2			4
1990		2					2
1991			3				3
1992		3					3
1993				3			3
1994		3					3
1995							
1996				3			3

续表

考点/分值/年份	事件的关系和运算	概率的性质	古典、几何概率	条件概率、乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式	事件的独立性	独立重复试验	合计
1997				3			3
1998				3			3
1999		3					3
2000		3					3
2001～2005							
2006	4			4			8
2007			8				8
2008			11				11
合计	4	14	24	22		4	

本章的重点有：事件的关系和运算，概率的计算性质，条件概率、乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式，事件独立性的概念和应用，独立重复试验（伯努利概型）的计算.

常见题型有：全概率公式、贝叶斯公式有背景的应用(包括直接用“抽签原理”)，利用概率的计算性质和条件概率的定义求概率或化简变形式子(常为客观题)，事件的关系、运算、独立等的应用(一般是客观题). 伯努利概型的判断和计算等. 而古典、几何概率的要求虽略低，但前几年也考过(一些几何、古典概率可用随机变量的方法做).

四、知识概要

1. 概率的加法法则

(1) 设事件 A 与事件 B 互不相容，则

$$P(A+B)=P(A)+P(B).$$

推论 1 若事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两互不相容，则有

$$P(A_1+A_2+\cdots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n).$$

推论 2 设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为一完备事件组，则有

$$P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)=1.$$

于是，有以下重要公式：

$$P(A)=1-P(\overline{A}).$$

推论 3 $P(A-B)=P(A\overline{B})=P(A)-P(AB)$.

若 $A\supset B$，则 $P(A-B)=P(A)-P(B)$.

推论 4 由对偶律可知

$$P(AB)=1-P(\overline{A}+\overline{B}),\quad P(A+B)=1-P(\overline{A}\,\overline{B}).$$

推论 5 由于 $A=AB+A\overline{B}$ $(B=AB+\overline{A}B)$，且 AB 与 $A\overline{B}$ $(AB$ 与 $\overline{A}B)$ 互不相容，所以

$$P(A)=P(AB)+P(A\overline{B}),\quad P(B)=P(AB)+P(\overline{A}B).$$

(2) 设 A,B 为任意两个事件，则

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB).$$

推论 6 设 A,B,C 为任意三个事件，则

$$P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC).$$

2. 事件的条件概率

设 A,B 为同一试验中的两个随机事件，且 $P(B)>0$. 在事件 B 已发生的条件下，事件 A 发生的概率称为事件 A 的条件概率，记作 $P(A|B)$.

条件概率具有如下性质：

① $0\leqslant P(A|B)\leqslant 1$；

② $P(\overline{A}|B)+P(A|B)=1$；

③ $P(A+B|C)=P(A|C)+P(B|C)-P(AB|C)$，$P(C)>0$.

注意：$P(A),P(AB),P(A|B)$ 都是事件 A 发生的概率，只是 $P(A)$ 为 A 的无条件概率，$P(AB)$ 为 A 与 B 同时发生的概率，$P(A|B)$ 为在 B 发生的条件下 A 的条件概率.

3. 事件的独立性

设 A,B 是同一试验的两个事件，且满足

$$P(A|B)=P(A),\quad P(B)>0;$$

或

$$P(B|A)=P(B),\quad P(A)>0,$$

则称 A 与 B 为相互独立的事件.

若 4 对随机事件 A 与 B，$\overline{A}$ 与 B，A 与 $\overline{B}$，$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 中有一对是相互独立的，则其余三对也相互独立.

设 A,B 为两个正概率事件. 若 A 与 B 互不相容，则 A 与 B 必不相互独

立；若 A 与 B 相互独立，则 A 与 B 必相容.

若事件 A,B,C 两两相互独立，且

$$P(ABC)=P(A)P(B)P(C),$$

则称三事件 A,B,C 相互独立.

4. 事件概率的乘法法则

(1) 设事件 A 与 B 相互独立，则有

$$P(AB)=P(A)P(B).$$

推论 设事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 相互独立，则有

$$P(A_1,A_2,\cdots,A_n)=P(A_1)P(A_2)\cdots P(A_n).$$

(2) 设 A,B 为任意两个事件，则有

$$P(AB)=P(B)P(A|B),\quad P(B)>0,$$

$$P(AB)=P(A)P(B|A),\quad P(A)>0.$$

设 A,B,C 为任意三个随机事件，则有

$$P(ABC)=P(A)P(B|A)P(C|AB),\quad P(A),P(AB)>0.$$

5. 事件概率的性质

由古典概率和几何概率的计算公式，可得概率的基本性质：

① 非负性 $P(A)\geqslant 0$；

② 规范性 $P(\Omega)=1$；

③ 有限可加性 若事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两互不相容，则

$$P(\bigcup_{i=1}^{n}A_i)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i).$$

6. 概率计算的三个重要公式

全概率公式 设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为一完备事件组，且 $P(A_i)>0$ $(i=1,2,\cdots,n)$，仅当 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中任一事件发生时，事件 B 才可能发生，则有

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B|A_i).$$

贝叶斯公式 在上述条件下，事件 B 发生的条件下，事件 A_i 的条件概率为

$$P(A_i|B)=\frac{P(A_iB)}{P(B)}\quad (P(B)>0)$$

$$=\frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{k=1}^{n}P(A_k)P(B|A_k)}\quad (i=1,2,\cdots,n).$$

独立试验序列(伯努利概型) 做 n 次独立重复试验，在每一次试验中事件 A 发生的概率均为 p $(0 < p < 1)$，则 n 次试验事件 A 发生 m $(0 \leqslant m \leqslant n)$ 次的概率 $P_n(m)$ 可由下面的伯努利公式求得：

$$P_n(m) = C_n^m p^m (1-p)^{n-m}$$
$$= \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m (1-p)^{n-m} \quad (m = 0,1,\cdots,n).$$

7. 加法、乘法原理，排列与组合

加法原理 设完成一件事有 n 类方法(只要选择其中一类方法就可以完成这件事). 若第一类方法有 m_1 种，第二类方法有 m_2 种……第 n 类方法有 m_n 种，则完成这件事共有

$$N = m_1 + m_2 + \cdots + m_n$$

种方法.

乘法原理 设完成一件事须有 n 个步骤(仅当 n 个步骤都完成，才能完成这件事). 若第一步有 m_1 种方法，第二步有 m_2 种方法……第 n 步有 m_n 种方法，则完成这件事共有

$$N = m_1 \cdot m_2 \cdot \cdots \cdot m_n$$

种方法.

注意：加法原理与乘法原理的区别是，前者完成一步就完成一件事；后者需完成 n 步才算完成一件事.

排列 从 n 个不同元素中任取 m $(m \leqslant n)$ 个，按照一定的顺序排成一列，称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列，从 n 个不同元素中取出 m 个元素的排列数记为 P_n^m，则有

$$P_n^m = n(n-1)\cdots[n-(m-1)] = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

从 n 个不同元素中全部取出的排列称为全排列，其排列的总数为

$$P_n^n = n(n-1) \cdot \cdots \cdot 1 = n!.$$

规定 $0! = 1$.

允许重复的排列 从 n 个不同元素中有放回地取出 m 个元素，按照一定的顺序排成一列，其排列的总数为

$$N = \underbrace{n \cdot n \cdot \cdots \cdot n}_{m\text{个}} = n^m.$$

不全相异元素的排列 若 n 个元素中有 m 类 $(1 < m \leqslant n)$ 本质不同的元素，而每类元素中分别有 $k_1, k_2, \cdots, k_m$ 个元素 $(k_1 + k_2 + \cdots + k_m = n;\ 1 < k_i < n;\ i = 1,2,\cdots,m)$，则 n 个元素全部取出的排列称为不全相异元素的一个

全排列，其排列的总数为

$$N=\frac{n!}{k_1!k_2!\cdots k_m!}.$$

组合 从 n 个不同元素中取出 m 个元素，不管其顺序并成一组，称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个组合，其组合总数记为 C_n^m，

$$C_n^m=\frac{P_n^m}{m!}=\frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m!}\ \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

组合具有如下性质：

① $C_n^m=C_n^{n-m}$；

② $C_n^m=C_{n-1}^m+C_{n-1}^{m-1}$.

五、考研题型的应试方法与技巧

题型 1 事件的关系及运算

正确解答这类问题的关键在于准确理解有关概念，灵活运用集合论相应知识. 解题常用方法有图示法、互逆法、分解法、转换法、公式法及定义法等.

例 1 设 A,B,C 是随机事件. 说明下列关系式的概率意义：

(1) $ABC=A$； (2) $A\cup B\cup C=A$；

(3) $AB\subset C$； (4) $A\subset\overline{BC}$.

解 (1) 若 $ABC=A$，则 $BC\supset A$，这表示 $B\supset A$ 且 $C\supset A$，即若 A 发生，则 B 与 C 同时发生.

(2) 若 $A\cup B\cup C=A$，则 $B\cup C\subset A$，即有 $B\subset A$ 且 $C\subset A$，它表示 B 发生或 C 发生，都将导致 A 发生.

(3) $AB\subset C$ 表示 A 与 B 同时发生必导致 C 发生.

(4) 若 $A\subset\overline{BC}$，则 $A\subset\overline{B}\cup\overline{C}$，即 A 发生，则 B 与 C 至少有一个不发生.

例 2 设袋中有大小相同的 10 个球，其中 3 个红球，2 个黑球，5 个白球. 从中无放回地任取 2 次，每次取 1 个，如以 A_k,B_k,C_k 分别表示第 k 次取到红球、黑球、白球($k=1,2$). 试用 A_k,B_k,C_k 表示下列事件：

(1) 所取的两个球中有黑球；

(2) 仅取到一个黑球；

(3) 第二次取到黑球；

(4) 没取到黑球；

(5) 最多取到一个黑球；

(6) 取到的球中有黑球而没有红球；

(7) 取到的两个球颜色相同.

解 (1) "有黑球"与"至少一个黑球"是相等的两个事件，所以"有黑球" $= B_1 + B_2$，或为

$$B_1B_2 \cup B_1(C_2 + A_2) \cup (A_1 + C_1)B_2$$
$$= B_1B_2 + B_1C_2 + B_1A_2 + A_1B_2 + C_1B_2.$$

(2) "仅取到一个黑球"="恰有一个黑球"，可表示为 $B_1\overline{B_2} + \overline{B_1}B_2$，或为

$$B_1(A_2 + C_2) + (A_1 + C_1)B_2 = B_1A_2 + B_1C_2 + A_1B_2 + C_1B_2.$$

这两种表示法的等价性，可由关系式 $\overline{B_1} = A_1 + C_1$，$\overline{B_2} = A_2 + C_2$ 立即推得.

(3) "第二次取到黑球" $= A_1B_2 + B_1B_2 + C_1B_2 = (A_1 + B_1 + C_1)B_2 = B_2$.

(4) "没取到黑球" $= (A_1 + C_1)(A_2 + C_2) = A_1C_2 + C_1A_2 + A_1A_2 + C_1C_2$；又因其对立事件为"有黑球"，所以"没黑球" $= \overline{B_1 + B_2} = \overline{B_1}\,\overline{B_2}$.

(5) "最多取到一个黑球" $= B_1\overline{B_2} + \overline{B_1}B_2 + \overline{B_1}\,\overline{B_2}$；又因"最多一个黑球"的对立事件为"都是黑球"，所以，该事件又可表示为

$$\overline{B_1B_2} = \overline{B_1} + \overline{B_2}.$$

(6) "有黑球而无红球" $= B_1\overline{A_2} + \overline{A_1}B_2$ 或 $B_1C_2 + C_1B_2 + B_1B_2$.

(7) "颜色相同" $= A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2$.

题型 2 加法公式

一般加法公式为

$$P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n}\Big[(-1)^{i+1}\sum_{1\leqslant j_1<j_2<\cdots<j_i\leqslant n} P(A_{j_1}A_{j_2}\cdots A_{j_i})\Big].$$

① 当 $n = 2$ 时，有

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1A_2).$$

② 当 $A_iA_j = \varnothing\ (i \neq j,\ i,j = 1,2,\cdots,n)$ 时，

$$P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i).$$

例 3 某一企业与甲、乙两家公司签订某物资长期供货关系的合同，由以往的统计得知，甲公司能按时供货的概率为 0.9，乙公司能按时供货的概