

· 现代经济学与管理学文库 ·

LIBRARY OF MODERN ECONOMICS AND MANAGEMENT SCIENCE

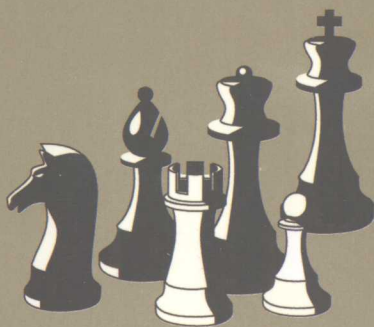
方法与工具系列丛书

METHODS AND TOOLS SERIES

博弈论基础与应用

PRINCIPLES AND APPLICATION OF GAME THEORY

吴广谋 吕周洋 / 编著



东南大学出版社
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

现代经济学与管理学文库·方法与工具系列丛书

博弈论基础与应用

Principles and Application of Game Theory

吴广谋 吕周洋 编著

东南大学出版社

·南京·

图书在版编目(CIP)数据

博弈论基础与应用/吴广谋,吕周洋编著. —南京:
东南大学出版社,2009.3

ISBN 978-7-5641-1596-8

I. 博… II. ①吴…②吕… III. 对策论 IV. 0225

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 022499 号

东南大学出版社出版发行
(南京四牌楼 2 号 邮编:210096)

出版人:江 汉

江苏省新华书店经销 兴化印刷有限责任公司印刷
开本:700mm×1000mm 1/16 印张:13.5 字数:280 千字
2009 年 3 月第 1 版 2009 年 3 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5641-1596-8

印数:1—3000 册 定价:29.00 元

(凡因印装质量问题,可直接向读者服务部调换。电话:025-83792328)

前 言

在同理工科背景的研究生共同学习、讨论,及讲授并应用博弈论的过程中,笔者形成了写一本篇幅不大,便于学习,便于形成应用能力的教材的想法。无疑,在博弈论成为分析经济管理问题的主流工具之后,经济管理相关专业的学生对该方法的兴趣在不断增加。不同类型的学习者对教材的要求也各不相同。作为基础博弈论的教材,内容的选取上已基本定型,然而对基本内容的表达、整体结构、切入方式等各方面仍有较大的空间。如何写出具有一定特色,并能给使用者带来更大效用的书,就是一个必须考虑的问题。

现今,各种有特色的博弈论书籍并不少见。用数学形式描述的博弈论书籍严谨是其特色,对数学有浓厚兴趣并有志于研究理论的学员是合适的,但给另一些非数学专业的学员的感觉并不好,很难读下去。用文字阐述博弈思想与方法的书籍对启发思维、了解博弈论的基本思想较好,但不太适合作为教材,离规范描述距离太大,较难形成系统性的知识,它适合启发管理者的思维。由于博弈论的推广及应用主要是经济学界的努力,许多书籍对阅读者经济学的知识要求较高,对一些学员这不是问题,但现今许多经济管理相关专业的学员,是以理工科为专业背景、起点的经济学背景知识尚不深厚。这也往往使学习者分散思维,增加了学习的难度。

给理工科背景的学员编写一本适合他们特点、有利于他们的学习,且便于形成应用能力的教材是本书的主要定位。这些学员有自身的特点,需要在教材中进行相应的把握。这些学员通常在接触博弈论的阶段补充其他课程知识的任务也较重,然而,他们的数学基础较好,思维也较活跃。因此,本书写作确定的主要原则是:不过于强调数学推导的完整,如均衡中的两阶导数检验只要指出即可;介绍原理的背景引导与应用问题尽可能避免过于专业化的知识,尽可能做到能被不同专业背景的学员直接理解,不必为某一问题花太多精力找其他参考书;尽量直接呈现博弈分析的基本框架,或博弈论的“行业规则”,等等。因为博弈论的描述与分析 and 生活中的人在思考问题时的边界与假设有一些差异,如学员会把支付以外的得失考虑进来。有时学员的思考框架与模型结构不同也会产生理解上的困难。

众多学员都对一些教材理论与实际的分离深有感受。各种理论,尤其是数学语言描述的理论(包括博弈论)与这些理论赖以形成的生活背景之间存在太大的鸿沟,至少,许多描述理论的书籍给人的感觉似乎是与生活无关的一套知识,往往以

理论体系的起点作为传授知识的起点。即使学习了这些知识也很难在头脑中扎根,熟悉了知识体系也无法应用。只有吃透了理论,剥去了理论的外衣以后才知道“原来是这么回事”,本来并不难理解,但却转了一大圈才建立起理论的生活原型。能否从日常生活的背景按理论形式的逻辑直接迈向理论,直接在生活经验的基础上学习理论?这也许是众多学科都要思考的问题。博弈论这样一种直接用于分析人类行为的理论,应该更有可能直接建立生活背景与理论的联系。本书的内容组织体现了这样一种意图,尽可能展示概念形成的本来意图与原型抽象过程中的假设与简化。据阅读初稿的学员与以本书内容为讲稿的听课学员反应,抽象与难懂在一定程度上是降低了,但并没有减少基础内容的知识。

学习博弈论,必须强调的是要掌握博弈方法,更主要的还有赖于学习者的内在需要、耐心及反复的学习与体会。内容的抽象也是博弈方法本身的特点。许多概念往往不是一次阅读能吃透的,所以建议学员不要因某一概念没有把握好而影响深入,在初步理解或理解不准确的情况下,阅读后面的内容是可行的。也就是说,通过整体的理解再回头把握其中的局部是可行的。

本书可作为初次接触博弈论学员的教材,可供研究生或高年级本科生使用,书中提供了一学期(每周二或三学时)的课程内容。普通工科的数学基础能满足需要,这些学员基本上可以不借助于其他书籍。当然博弈论本身在快速发展,熟悉本书的内容对进一步地扩充博弈论知识是必要的。待熟练本书内容,读者进一步深入时,对这部分学员而言,本书的使命已完成。

本书的素材主要以经典为主,但都按所定的原则与作者的理解作了处理。不当之处,请不吝指正。

感谢多年来许多同学对本书的建议,尤其阅读初稿并提出建议的学员。感谢东南大学出版社的大力支持。

作者

目 录

第 1 章 博弈论概论	(1)
第一节 决策与互动	(1)
第二节 博弈论的基本概念	(2)
第三节 应用与例子	(4)
第四节 博弈方法的思维逻辑	(9)
第五节 博弈论的发展简史及分类	(10)
第六节 博弈论在企业经营管理中的应用	(17)
第 2 章 完全信息静态博弈	(22)
第一节 完全信息静态博弈的特征	(22)
第二节 占优均衡与劣策略反复消去均衡	(24)
第三节 纳什均衡	(28)
第四节 多重纳什均衡	(32)
第五节 无限策略博弈分析	(34)
第六节 混合策略	(39)
第七节 纳什均衡的存在性	(47)
第八节 应用与例子	(49)
第 3 章 完全信息动态博弈模型	(60)
第一节 完全信息动态博弈的描述	(60)
第二节 均衡的特征	(64)
第三节 子博弈精炼纳什均衡与逆向归纳法	(67)
第四节 逆向归纳法与参与人的理性	(71)
第五节 承诺行动	(72)
第六节 应用与例子	(74)

第七节	重复博弈	(83)
第 4 章	不完全信息静态博弈	(97)
第一节	不完全信息与海萨尼转换	(97)
第二节	贝叶斯纳什均衡	(101)
第三节	应用与例子	(102)
第四节	贝叶斯博弈与混合战略均衡的联系	(114)
第五节	机制设计理论	(117)
第 5 章	不完全信息动态博弈	(125)
第一节	模型的特征与描述	(125)
第二节	信息集	(128)
第三节	精炼贝叶斯纳什均衡	(130)
第四节	不完美信息博弈的均衡	(138)
第五节	信号博弈	(142)
第六节	信号博弈的应用与例	(147)
第七节	不完全信息动态博弈均衡的进一步讨论	(155)
第八节	不完全信息重复博弈	(167)
第 6 章	博弈论在管理问题中的应用举例	(178)
第一节	供应链中的若干博弈问题	(178)
第二节	相关性评价的博弈分析	(184)
参考书目	(210)

第1章

博弈论概论

本章主要介绍非合作博弈思想以及非合作博弈的基础概念,简要概述出博弈论的适用范围与特点,为初学博弈论者提供一个起点。

第一节 决策与互动

我们可以通过决策来理解博弈论。简要地说,可以把决策(狭义地)定义为实现目标的方案选择。决策方案的实施会产生一个后果。可以注意到方案实施后所产生的结果会受方案以外的许多因素影响,实施方案导致唯一确定结果的问题是最简单也是理想的简化形式。再复杂一点,可能是结果受“白噪声”的干扰,使结果具有可用随机分布进行描述的形式。更复杂的关系是有其他人关注你的行为,会对你要实施的方案选择有针对性地进行。

现实生活中,不同的决策人为了争夺资源、争夺机会使得决策人处于相互依存的复杂关系中。这就不得不思考他人有针对性行为对自身所产生的影响,这样就形成了各个决策人之间的互动关系。博弈论就是以参与人之间有针对性的行为产生的互动过程为研究对象的理论,探讨在互动过程中参与人的一般行为规律。

为了进一步说明决策中的互动与非互动的特征,下面用企业在不同条件下的产量决策为背景,来加深对互动性的理解。

如果企业 I 生产 A 产品,假如 A 产品的市场是一个完全竞争的有效市场,这时企业 I 对市场的价格不能起作用,即不论 I 提供多少 A 产品,市场价格是不变的,如果现时市场价格是 P , I 生产 A 的产量 Q 都可以立即以 P 的价格卖出。在这一背景下, I 决定生产多少 A 产品的决策由 $\max_Q(PQ - C(Q))$ 来决定,其中 $C(Q)$ 是生产 Q 产量时的总成本。这里的产量决策实际上形成了产量与利润之间的确定关系。如果考虑到市场价格的波动,利润会产生波动,但这种波动是可用随机分布来描述的,成为风险决策。

如果企业 I 是该产品的市场垄断者,则市场价格完全由 I 的产量决定,如果 Q 产量的出清价格是 $P(Q)$,则利润最大化的决策由 $\max_Q(P(Q)Q - C(Q))$ 来决定。

上面两种情况是一般决策理论讨论的问题,主要特征是决策者不必考虑其他人会采取有针对性的行为。

让我们考虑寡头竞争,若只有 I、II 两家企业生产 A 产品,供应同一个市场,这时, I 企业为了争取最大利润就有了考虑互动因素的必要。因为两家企业的产量之和决定市场价格,所以 I 不得不考虑 II 的产量。这一类问题,就属于博弈论讨论的范畴了。

现实生活中,存在互动关系的决策问题很多,几乎所有的游戏都是互动的。许多政治,经济及日常生活中的决策均具有不可忽略的互动特征。

人类的行为在不同程度上都存在互动性,而作为理论或方法的分析工具往往是对某些特征的强调,这就是说,并非有互动性就要用博弈论方法来研究。博弈论方法是在决策中互动关系不可忽略情况下的可选用工具。

为此我们可思考,两个高中毕业班的优秀学生为了升大学,是否需要考虑竞争的互动关系?答案是否定的,因为全国那么多考生,根本没有必要考虑班上的竞争对手会影响你的升学。如果是 2 个硕士生希望报考同一导师的博士生,那么竞争的互动就不能忽略了,录取名额有限,很可能较小的差异导致被录取与不被录取的不同后果。

博弈论到底在什么场合可应用?这是一个经常被提及的问题。理论上说,只要互动是不可忽略的场合,博弈论就是可起作用的。

当然,博弈论的现在发展水平与人类决策中真实的互动情况相比,还是有差距的。尤其是本书的主要内容仍然是以博弈论最基础的内容为主线,一些读者就会感到博弈论所描述的互动与现实生活中的互动过程差异太大,如对参与人的理性要求太高,互动决策中的许多因素都割离在分析边界之外等等。然而我们的态度是:博弈论的现实发展水平与博弈论在发展中所追求的目标是两码事,任何一门学说都存在局限性,不能因为现在理论所达到的水平与实际的互动存在差异而放弃它,而需要在实践中去发展它。发展总是离不开基础与起点的,本书所提供的内容正是最基础的内容,是训练博弈思维的基本知识。

第二节 博弈论的基本概念

博弈论的模型都会涉及一些基本的要素,本节将介绍博弈论中一些基本要素的含义及相关概念。

参与者:是指在博弈中的独立决策主体。一个博弈中,至少会有两个参与者,

否则就无法确立互动的主体。博弈论在思考问题时,只考虑被界定在模型内的参与人之间的互动。因而在实际建模时,哪些是参与人也需要经过认真审定,这与被研究的问题的性质以及研究目的有关。

例如,有两家公司想承包另一家公司的大项目,如果把问题看成两家公司之间的博弈,可能就是不完善的,实际上项目的发包方也会介入到承包方之间的博弈,所以可能要设定三个参与人。

在博弈模型中的参与人,我们规定每个参与人是一个独立的决策个体。虽然,参与人可以是个人、团体、组织或一个群体,但在博弈分析时,都把参与人当作单个人来处理,这样处理的好处是可以使问题更清晰。有时为了分析的方便,把“自然”作为一个虚拟的参与人。

效用函数或支付:是对参与人行动及其他人行动组合实施时所产生结果的评价,它反映了参与人的偏好。支付在数学上是一个“序”,许多时候可用像“利润”、“收益”等数量大小来表述偏好。现实生活中,要找到某人的效用函数并不是一件容易的事。在博弈论理论中,效用函数被认为是外生给定的,在应用研究中往往按分析的需要来构造收益函数。效用函数描述了参与人在博弈结束时得到的收益,当然收益既与参与人自己的行为有关,也与其他参与人的行为有关。某个参与人的效用函数要对所有参与人的各种行动组合有意义。在博弈结束时参与人所有的获得与损失都包含在效用函数的取值中,并且参与人没有效用函数以外的收益与损失。严格地说,博弈中由于会涉及随机不确定性的问题,所以,为了使支付的期望值有意义,应该用效用函数来描述支付,因为效用函数满足“随机收益的效用等于期望效用”。然而在实际应用中,要揭示参与人的真实效用是困难的,往往把收支看作效用。但要注意,这其中包含了参与人是“风险中性”的隐含假设。

行动:是指参与人在某个决策时点选择的方案,如果参与人 i 的全部可选方案集用 A_i 来表示,则 A_i 中的元素就是一个行动。一般用 a_i 表示一个行动。许多情况下行动可以用数字来代表,即某个数字代表一个行动,所以也叫决策变量。

如果有 n 个参与人,向量 (a_1, a_2, \dots, a_n) 称为行动组合,其中第 i 个分量表示参与人 i 所选择的行动。

信息:是参与人有关博弈的知识,参与人在特定的行动点所知道的有关其他参与人的特征、“自然”的选择、其他参与人已选择的行动等有关知识。信息使某些情况得以排除,同时,在给定的信息范围内又有一些情况不能区分。

例如,投一粒骰子,有人告诉你偶数点,这是一条信息。在这条信息下,可排除1,3,5点,而2,4,6点都有可能并且不能确定。因此在这一问题中,信息等价于已知是一个可能结果的集合 $\{2,4,6\}$ 。由于博弈类型依据信息的特征进行分类,所以信息是一个很重要的概念。这个概念将在讨论特定模型的特征时再解释其含义。

公共知识：是指参与人都知道的知识，并且任何参与人在公共知识上，没有因为掌握这一知识而具有优势。为更具体说明公共知识，引入递归的定义。设信息 I ，两个参与人为 A 与 B ，若 A 、 B 都知道 I ，且 A 知道 B 知道 I ， B 也知道 A 知道 I ，则称 I 为 A 、 B 的一级共同知识；若 A 、 B 都知道 I 是一级共同知识，且 A 知道 B 知道 I 是一级共同知识， B 也知道 A 知道 I 是一级共同知识，则称 I 为二级共同知识，……一般地 A 、 B 都知道 I 是 n 级共同知识，且 A 知道 B 知道 I 是 n 级共同知识， B 知道 A 知道 I 是 n 级共同知识，则称 I 为 $n+1$ 级共同知识。一般地，公共知识是无穷级共同知识的简称。

战略：是参与人选择行动的规则。在参与人同时行动一次博弈就结束的问题中，战略与行动是直接对应的，即采取某种战略与选择某个行动是等价的。然而在行动有先后的多次行动的博弈问题中，这时战略就不能与某个行动对应，由于博弈进行后使得某些参与人在行动选择时已经观察到其他参与人如何行动的一些信息，参与人将依据信息制定选择行动的规划。规划的常用形式是“如果……就……；如果……就……”。对所有的可能观察到的信息确定行动规则，这样的行动规则就叫战略。换句话说，如果有了战略，就能“计算”出在相应的信息下该选择什么行动。

从战略的内涵上看，博弈的本质并不是参与人选择了什么行动，而是参与人采取了什么战略，参与人追求的是最优战略。各个参与人在博弈中所选择具体战略的集合，称为战略组合。

均衡：是指按特定的意义规定的博弈模型的解，由于博弈是各参与人战略之间的较量，一个战略组合被称为均衡就是在某种规定的意义下达到了最优。在均衡战略实施时，博弈实际发生的行为序列称为均衡结果。均衡结果是均衡策略的外在表现。在动态博弈中，不同的均衡会有相同的均衡结果。

实际中，应用最多的是纳什均衡，它是指这样一种战略组合，即某一个参与人单方面改变战略将不会得到更多的收益。

以上介绍了博弈论的基本概念，对有关概念的更深入理解可能要在后面的内容学习之后才能实现。因此，读者可以在初步掌握这些概念之后就往下读，不必在此抠字眼。

第三节 应用与例子

例 1.3.1 囚徒困境

也许没有任何一个例子像“囚徒困境”那样被广泛应用于传播博弈论的知识，几乎任何知识背景的人都能思考这一问题。

囚徒困境的故事是说 A、B 两人作案后被警察抓住,分别关在双方不能够传达信息的房间里审讯。警察告诉他们:如果两人都坦白,各判刑 3 年;如果一人坦白,一人抵赖,坦白的放出去,抵赖的被判 5 年;两人都不坦白,各判 1 年刑。这样构造了一个 A、B 两人博弈的例子。

A、B 是两个参与人,A 可以在坦白与抵赖中选择;B 也一样。可用表 1.1 来表示这一博弈。

表 1.1 囚犯困境的收益矩阵

		囚犯 B	
		坦白	抵赖
囚犯 A	坦白	-3, -3	0, -5
	抵赖	-5, 0	-1, -1

表中每一格中的两个数字分别是相应策略组合下两个参与人的支付或效用,前面数字表示 A 的支付,后面的数字表示 B 的支付,当然每个人的支付除了与自己的选择有关以外,同样与对方的选择有关。现在来思考两个理性的人面对此问题会作出怎样的选择?

并不奇怪,初次接触博弈论的读者可能会觉得两人都抵赖是最好的。甚至有人会有“我坦白,他抵赖,5 年后会受到报复造成麻烦”等想法。这主要是对博弈论的一些基本假设理解的问题,博弈的参与人是独立个体,自身的得失是唯一评价尺度。而自身得失以外其他参与人的得失是与他无关的。如“我坦白,他抵赖时对我是最好的”,即思考时需把参与人想象成最自私自利的人,损人利己不会有任何内疚。同时博弈论假设所有的得失都包含在支付函数中,像 5 年后受到报复是不必考虑的,或已经包含在收支函数中。

为了习惯博弈论的思维方式,我们对上述模型作一简单改造,设 A、B 两人做一个游戏:每人有两块牌子,一块写有合作的牌子,另一块写有不合作的牌子,要求两人同时举牌,若都举合作牌,每人得到 3 元钱;都举不合作牌,每人得 1 元钱;若一人举合作牌,一人举不合作牌,则举合作牌不得,举不合作牌得 5 元钱。可以用表 1.2 来表示关系:

表 1.2 合作困境

		B	
		合作	不合作
A	合作	3, 3	0, 5
	不合作	5, 0	1, 1

很显然,若 A、B 是两个关系要好的同学,可能较难思考。现在假设你是 A,而 B 是另一个人,你以前没有见过 B,而且博弈结束以后你也不会知道他是谁,或者说,游戏结束后不会有后遗症。同时,也没有其他人在观察你的选择,这样你不必担心你选了不合作导致他人对你人格的负面评价。总之,博弈结束的唯一变化是你口袋里的钱是没有增加或是增加 1 元或 3 元或 5 元的区别。当然假设你认为钱多比少好。想想这样一个背景,你会选择举什么牌?

这时,希望双方合作达到共赢是不可能的,你无法相信对方不希望得到 5 元钱。同时,你也希望得到 5 元钱,所以两人整体收益最高的(合作,合作)不会出现。可以这样分析,从自身收益的角度,如果对方选择合作,你选不合作比合作好;如果对方选不合作,你选择不合作也比合作好,所以你会选择不合作。同样,对方会作出与你一样的分析,这样就出现了(不合作、不合作)的结局。

在博弈论中,对个人理性的假设直观上是指参与人具有足够的智力,能够不花费成本地求解自身利益最大化的问题。两人都举合作牌就不能满足个人理性,因为对方合作时你选择不合作能增加收益。

尽管博弈的假设有点极端,但是现实中却也是常见的。如企业间的价格战,公共产品的供给,行业内企业技术引进,军备竞赛等均是囚徒困境在现实中的体现。

例 1.3.2 教与学的博弈

博弈与游戏联系在一起比较普遍,确实博弈论的最初模型零和博弈就是研究你输我赢这一类赌博游戏。但博弈关系所反映的互动未必总是这种对立的类型。

下面用描述性的语言介绍教与学的博弈。

若某一教师开设博弈论的课,把教师作为一个参与人,把全班同学作为另一个参与人。教师可考虑采用不同的教学方式作为他的行动空间,如以“趣味性”为一种行动,也可以“理论严谨”作为另一可选行动,学员可以选择不同的努力水平。若以 $a_i \in A$ 为老师的行动, b 表示学生的努力水平。当然 b 与许多因素有关,把焦点集中在教学方式对学生的激励上,则需要具体化学生的收益函数 $s(a_i, b)$ 。如果教师的目标是希望学生的努力水平最高,假设各种教学方式都不影响教师的收益,这样教师的目标可定义为 $B = \max_{a_i} \{ \max_b \{ s(a_i, b) \} \}$ 。

这可以概括为一个主从博弈问题,实际上教师先行动,学生后行动,记 b 为 a_i 方式下学生的最优努力水平,即 $b = B(a_i)$,则教师以 $\max s(a_i, B(a_i))$ 为目标选择教学方式。

如果再进一步考虑,可能把全班学生当成一个学生不太合理,可以对学生分类。同类的同学有相同的效用函数,不同类的学生效用函数不同,可以引出更复杂的模型。

这一例子说明,博弈并非只是对立面之间的互动。

例 1.3.3 齐威王与田忌赛马的博弈

中国的著名历史故事齐威王与田忌赛马的故事可以作为理解博弈论的一个很好的模型。赛马规则是:每人出三匹马,一对一比赛三局。每一局胜方得千两黄金,负方付出千两黄金。齐威王的马有上、中、下三个等次,田忌的三匹马也有上、中、下三等次。田忌的上马劣于齐威王的上马,优于齐威王的中马;田忌的中马次于齐威王的中马,但优于齐威王的下马;而田忌的下马比齐威王的下马差。以往历次比赛,都是田忌连输三局告终,后孙臧给出的策略是:让田忌的下马对齐威王的上马,中马对齐威王的下马,上马对齐威王的中马,结果二胜一负,田忌获得千两黄金。

这个故事突出了孙臧的智慧。但如果从另一个方面看,也说明了齐王的智慧不足。读者可以细想,孙臧给田忌出的策略在怎样的条件下才能实施。只有齐王在某一局选中了马之后,并且田忌可以观察到齐王的马后再选自己的马才能实施孙臧的战略。所以严格说,这是一个动态博弈,齐王先行动,田忌后行动,使田忌有机可乘,而齐王就没有认识到行动的先后及信息的重要意义才落入孙臧的圈套。赛马的规则似乎是每局齐王先选马,田忌可在看到齐王的马后再选马,再进行本局比赛。显然这一博弈的规则是不存在的,然而孙臧认识到了这种规则的重要性,并把比赛纳入到了这一框架内进行。可以说齐王是在不知道规则的条件而下输掉比赛,对博弈双方而言,博弈规则不是共同知识。现实中,博弈规则不是共同知识的博弈比较普遍,比如一些游戏爱好者可能并不清楚某游戏规则,但在博弈论分析的框架内,均假定博弈规则是共同知识。

下面对这一博弈建立模型,并且介绍相关概念。

参与人是齐王和田忌,假设双方都不能获得对方选择哪匹马参赛的信息,如每一参与人出马顺序在比赛前决定并由裁判来监督。这样把三局比赛中选出场马匹的三个行动等价于一个策略,就是对马的出场进行排序。如第一局上马出场,第二局中马出场,第三局下马出场的一个组合等价于一个对马出场顺序的排列(1,2,3),这是一个策略。策略一旦决定,则第一局出什么马,第二、第三局出什么马的行动依据就给定。齐王共有六个策略,每个策略等价于出场顺序的一个排列,不妨用下面的记号表示各个策略:

$$\alpha_1 = (1,2,3); \alpha_2 = (1,3,2); \alpha_3 = (2,1,3);$$

$$\alpha_4 = (2,3,1); \alpha_5 = (3,1,2); \alpha_6 = (3,2,1)$$

田忌同样有六个策略:

$$\beta_1 = (1,2,3); \beta_2 = (1,3,2); \beta_3 = (2,1,3);$$

$$\beta_4 = (2,3,1); \beta_5 = (3,1,2); \beta_6 = (3,2,1)$$

用 $S_1 = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6\}$, $S_2 = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_6\}$ 分别表示齐王与田忌的策略集。

比赛的进行,实际上是两个参与人选择的策略之间的较量,例如齐王选择了 α_1 ,田忌选择了 β_1 ,则两个策略碰在一起导致了齐王获得三千两黄金,而田忌失去了三千两黄金;而齐王选择了 α_1 ,田忌选择了 β_5 ,则田忌两胜一负,得一千两黄金。 (α_i, β_j) 为一个策略组合,这一博弈共有 $6 \times 6 = 36$ 个策略组合。

根据规则,可以得到每一个策略组合实施后比赛的输赢,这就是支付,支付要求对每一个策略组合有定义,在本例中,可用三局比赛的净胜局数来表示支付。可以用下表表示这一博弈。

表 1.3 赛马博弈

齐王 \ 田忌	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6
α_1	3, -3	1, -1	1, -1	1, -1	-1, 1	1, -1
α_2	1, -1	3, -3	1, -1	1, -1	1, -1	-1, 1
α_3	1, -1	-1, 1	3, -3	1, -1	1, -1	1, -1
α_4	-1, 1	1, -1	1, -1	3, -3	1, -1	1, -1
α_5	1, -1	1, -1	-1, 1	1, -1	3, -3	1, -1
α_6	1, -1	1, -1	1, -1	-1, 1	1, -1	3, -3

上面的表示形式称为策略式描述。

读者从这一例子中可看到策略与行动的区别,策略是从博弈开始到结束的每一步行动选择的规则。当然在这个问题中,由于假定不利用选马的信息,策略被简化了。

如果问题变为只比一局,策略中只有一次行动,且没有对方行动的信息,则策略就与行动之间存在了一一对应关系。

后面将会介绍,该博弈没有纯战略的均衡,在这种情况下一方知道另一方选择后,另一参与人的某个策略就会获得好处。

例 1.3.4 赛马博弈的动态结构

对上例中孙臧出奇制胜的问题进行建模。规定每局开始时齐王选马,田忌可观察齐王的马后再选马。齐王的行动有三次,第一次行动可以在三匹马中选一,有三个行动可以选择,用 A_1 表示,同理 A_2, A_3 表示齐王第二次、第三次可采取的行动,对田忌的行动集用 B_1, B_2, B_3 表示。这里比较容易理解战略的含义,田忌总会想到利用信息,他可以根据可能观察到的信息制定每次选择的规划。当然,齐王也有信息,如在第二次选择时他知道田忌第一次所选的马及第一局比赛的结果。在

本问题中,齐王的信息却无利用价值,看田忌的策略,在他选马时运用了如下原则:

“如果能获胜,选具有最小优势的马出战,否则选最差的马。”这是一个战略,因为不管齐王的什么行动,均可以找到唯一行动与之对应。而且在每一局时都有意义。这与孙臧的策略是等价的。

下面的描述不是战略,“选择能胜的马进行本局比赛”。因为齐王出上马时依据这一战略不知选什么,齐王出下马时又不知到底出中马还是上马。

很显然,理性的齐王不会接受这样的博弈。倒是齐王利用权威,让田忌先选马是可能的。这表明博弈规则的重要意义。

第四节 博弈方法的思维逻辑

一个实际问题中,如果相关的参与人的互动影响不可忽略,就可用博弈论的方法就互动的关系、影响的结果等因素构造模型,用模型来分析当事人的策略选择等问题。博弈论按互动关系的特征开发了多种类型的模型。而且随着博弈论的发展,新的博弈模型不断被提出,因此,不同的实际背景,需选择合适的模型。当然,同所有的数学工具描述人的行为都存在一些过于“理想化”的假设一样,博弈论对人的行动的互动研究也有一些较强的简化假设。对关系的大胆简化,增加假设以使问题能容纳在量化分析的框架内是任何定量方法的共同特征,博弈论也不例外。

建立了模型之后,通过模型的求解,以求出的解来解释参与人的行动规律。现在比较通用的解的概念是用某种意义上的均衡来规定。

在建模、求解、解的解释这些活动的背后,博弈论中包含了许多约定与假设。

对博弈的参与人,被认为是“单个”,这在以个人作为参与人时是没有问题的,然而参与人可以是一家企业、一个团体、一个国家等等。我们假定某一群体作为一个参与人,那么该群体就能像单个人一样进行思维。因而像群体内的冲突、派系之间的争斗就不在考虑之内,即内部是完全统一的。同样,还要求参与人是“个人理性的”。个人理性一方面是参与人具有各种所需要的计算与分析能力。同时参与人能清楚地知道自己的偏好,对参与人的各种策略组合产生的得失能用一个效用函数表示出来。这样,参与人的效用包含了博弈进行后得失的一切,即效用函数是唯一的价值准则。后面,我们会用支付函数、收益函数等名词来描述,其定义与效用函数等价。实际上,这一描述等价于参与人都是极端自私的个人,所以为了使自己的效用增加,其他参与人的效用变化(增加或下降)都影响不到参与人的“良心”。

从极端自私的理性人要求出发,可以看到参与人之间达成默契是不可能的。像囚徒困境中的(抵赖,抵赖)策略组合就无法实现,因为作为博弈模型的解,一个基本特征是参与人的机会主义倾向再严重,也不能构成对自己的危害这一原则来

构造的。当然,自己的机会主义想法也无法占得好处,因为对方也是理性的。或者说,均衡是这样一种状态,所有参与人都处于对其他参与人机会主义防范的最佳位置,任何机会主义者不能占到任何便宜。

博弈的全体参与人作为一个群体,人们有时会用集体理性的视角去思考问题,集体理性是指一个集体具有高智力,有一个集体的效用函数,在集体效用函数最大化的角度思考。如在囚徒困境中,把两个人的判刑年数之和作为效用函数,集体理性时将会选择(抵赖,抵赖)。在非合作博弈的框架内,并不研究参与人群体对集体理性的追求,主要考虑参与人个人理性的情况。

然而在设计博弈规则时,就有这样的问题:在某种规则下,个人理性追求自身效用最大化时也实现了集体理性的效用最大化,这当然是一种理想状态。但很多时候个人理性与集体理性是矛盾的。许多人在思考囚徒困境问题时,往往会在集体理性的观念下思考。这也是人们内心的善良之处。但集体理性的结果对自私的个人理性的参与人是没有约束力的。

个人理性下的均衡分析与集体理性下的思考实际上是两个层次的问题。博弈论的第一个层次问题是:给定博弈规则,以参与人的个人理性为基础,在不能改变的博弈规则的条件下进行行为分析;第二个层次是:参与人跳出已给规则的框架,来避免个人理性产生的集体损失。第二层问题是具有深刻意义的,实际生活中,规则有形成过程,也必有消亡过程,涉及博弈规则的变化问题。而第一层问题是最基本的,也是思考第二层问题的基础。目前,博弈论的主要内容,尤其是基础部分,主要集中在第一层问题上。

博弈论的上述一些出发点与研究基点会使初学博弈论的学员产生理解上的困难,如效用函数以外的收益不知不觉被包含进来,用第二层问题的眼光看第一层问题均是产生误解的因素。

当然,博弈论仍然在快速发展之中,发展方向是向更现实的人靠近。然而期望理论与现实之间完全一致是不可能的,理论与现实之间的差异是永恒的。

第五节 博弈论的发展简史及分类

一、博弈论简史

博弈论的核心问题在于:如何在“策略互动”的局势中寻找局中人的最佳行为方式,使得采用最佳行为方式的局中人能获得最大的收益。因而博弈论可以简单地理解为研究策略互动局势中的局中人的理性行为的理论。

现在人们谈到博弈时泛指一切具有“策略互动”情形的行为活动。显然,“博