



文登教育集团课堂用书
聚骄公司全心专业设计



全面系统地解答了从考生学习实践中搜集上来的
最重要的**100**个问题，2009版更新达**20%**

考研数学复习指南

之100问专题串讲

张 驰 徐 博 编著

陈文灯 审订

(理工类)

常见问题细分类 一一解决有创新
纵向贯穿知识点 构建专题新模型
易错易混难应对 自有方法解析精

兴界图书出版公司

全面系统地解答了从考生学习实践中搜集上来的
最重要的100个问题，2009版更新达20%

考研数学复习指南

之100问专题串讲

张 弛 徐 博 编著

陈文灯 审订

(理工类)

常见问题细分类 一一解决有创新
纵向贯穿知识点 构建专题新模型
易错易混难应对 自有方法解析精

图书在版编目(CIP)数据

《考研数学复习指南》之100问专题串讲. 理工类 / 张弛, 徐博等编著.
—北京: 世界图书出版公司北京公司, 2007. 1 (2008. 2 修订)
ISBN 978-7-5062-8164-5

I. 考... II. ①张... ②徐... III. 高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 019510 号

《考研数学复习指南》之100问专题串讲(理工类)

主 编: 张 弛 徐 博
审 订: 陈文灯
责任编辑: 世 华
封面设计: 章 良

出 版: 世界图书出版公司北京公司
发 行: 世界图书出版公司北京公司
(北京朝内大街 137 号 电话 88861708 邮编 100089)
销 售: 各地新华书店
印 刷: 北京忠信诚胶印厂

开 本: 787×1092 毫米 1/16
印 张: 21.25
字 数: 406 千字
版 次: 2008 年 2 月第 2 版 2008 年 2 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5062-8164-5/G · 246

定价: 34.80 元

服务热线: 010 - 88861708

得数学者得天下

本书是一本“源于学生,但又高于学生”的优秀考研数学辅导书。本书的特点是:

从学生自己的角度出发,将考生在阅读《数学复习指南》之后产生的疑问归纳总结出来,以专题的形式对疑问进行了解答。同时每个专题又不仅仅局限于解答问题,还对考研数学整体内容进行了纵向贯穿,知识点综合,内容整理及易混问题的对比。相信站在学生角度的讲述更能使考生容易理解和接受。

本书作为《数学复习指南》的配套用书,首次采用有问有答的独特篇章结构,目的是为了帮助考生在阅读《数学复习指南》时经常出现的问题,使考生更全面、更透彻地理解《数学复习指南》上的知识点,更好、更有效地利用《数学复习指南》备考。

在这里,我也殷切地希望有更多的考生能够像本书的两位作者一样,在学习知识的时候不只是一味地接受老师的灌输,而是学会去思考。通过考研,希望每一位考生都能够找到一套适合自己的学习方法。

甚感欣慰,特作此序。

张灯

2008年2月

张灯 张灯 张灯

2008年8月

再版序言

本书之所以会再版,首先要感谢广大考研同学的支持,这也是对我们的工作的肯定。

这一年来,我们以邮件的形式对全国考研同学们在数学复习过程中产生的疑问进行了解答,邮件有几百封之多,而解答的问题则上千。通过这些问题的解答,我们对自己的工作倍感欣慰,因为大家的问题大多可以在这本《100 问专题精讲》中找到,这也验证了我们考研时的那句话“大家的薄弱之处是那么相似”。通过答疑,我们更加了解大家的问题所在,薄弱所在。

我们还走访了许多考研同学,了解他们在数学复习时的困惑,对他们的问题进行解答,并听取了他们对本书的建议,这种比邮件更直接的方式让我们认识到,一本优秀的辅导书应该对考生做到:“指其所行、解其所惑、同其所感、寄其所托”,我们对自己的书有了这个更明确的定位。

我们再次拜访了陈文灯教授,陈教授对我们的工作又一次给予了肯定,并且给我们提出了宝贵的意见,陈教授有着多年的教学经验,精益求精的做事态度,这又使这本《100 问专题精讲》更加贴进考生,更加完善。

经过了一年的积累,我们对本书进行了一定的修改,去掉了原来超出大纲范围的内容,删去了重复的部分,增加了我们在答疑中认识到的需要补充的内容,并且修改了疏漏错误之处,这使本书具有更强的针对性,更高的质量。

读书要善于思考,善于发掘。本书的财富绝对不仅仅是对几个问题的解答,相反,问题只是专题的引子。本书的内容是一个体系,每个专题都是一个知识块,与数学复习指南相结合则编成了一张知识网,相信结合本书会对复习起到事半功倍的效果。本书的重点在知识点串连和对比,对教材上问题的深化,以及各专题“注意”、“说明”中所体现的细节内容。

本书面市之后受到广大同学们的好评,使我们信心倍增,责任感也更重。我们的工作越是得到肯定,就越需要精进。

天津大学 张驰 徐博

2008 年 2 月

使用说明

本书的内容源自广大考生学习《数学复习指南》后提出的问题,着重从学生自己的角度提出并解决了《数学复习指南》上“看不懂”或“想不通”的地方。但本书并不局限于此,它还对整个考研数学中相关、易混以及整体性的知识点进行了深化、对比和总结;从学生角度提出了需要注意的细节;提出了许多巧妙的解题方法。读者读过本书后会发现,横向的《数学复习指南》和纵向的本书相结合就像织成了一张知识网,原来看似孤立的知识点被这张知识网编织交融,浑然一体。

本书的内容决定了它是一本常伴《数学复习指南》的参考书。建议考生先复习一遍本科时使用过的高等数学、线性代数和概率统计的教材,然后再学习《数学复习指南》,在看《数学复习指南》的同时或之后再来阅读本书。本书没有练习,不是一本练习册,而是一本指导性书籍,相信读者阅读本书时会感觉到很顺手的。

一、本书的内容分布:

1.《数学复习指南》问题荟萃

书的开篇总结了考生学习《数学复习指南》后提出的问题,这些问题是很有代表性的,是经过对大量使用《数学复习指南》的考生的疑问作统计后得到的,这些问题不是就题论题,是具有高度概括性的,一道题往往引发一系列需要注意的内容甚至一个知识块。相信读者看后也会发现自己在阅读中出现的问题。这些问题在后面的45个专题中有详尽的回答。

2.45个专题

这45个专题是本书的核心,共分为四篇:“高等数学”、“线性代数”、“概率统计”以及“综合部分”。为了更有条理,还将“高等数学”篇分章。

第一:它们对前面“《数学复习指南》问题荟萃”中所有问题进行了回答,一个专题可能不仅仅回答一个问题。

第二:它们对《数学复习指南》上的一些问题进行了补充和深化。

第三:它们对考研数学整体内容进行了纵向贯穿,知识点综合,内容整理及易混问题的对比。

第四:它们对考生易犯各种错误进行了强调说明,这是以各个专题中框出来的“说明”和“注意”的形式提出的。

第五:它们提出了一些新的解题方法与技巧,或对一些已有的解题方法进行了深化。

3.考研数学题型及思维方法总框架

这一部份内容从考研题型及对应思维方法上提出了考研数学的总框架,这是一个纵向的“方法”框架,与《数学复习指南》上横向的“知识点”框架是不同的。二者相互补充,

共同成为一个整体。

二、本书的用法

对于本书,读者既可以通篇阅读,又可以有选择地根据需要进行阅读。按专题阅读连贯性好,按问题查阅针对性强。

本书内容自成体系,各章节大体上相互独立,且很多章节相互引用,用“< >”说明引用所在的专题,读者可以通过目录翻找查阅。此外,有些引用标注了引用页数,使查找更加方便。

本书由以下各部分组成:第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。

本书共分三章。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。

第一章 总论

第一节 总论

本书共分三章。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。

第二节 总论

本书共分三章。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。

本书共分三章。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。

本书共分三章。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。

本书共分三章。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。

本书共分三章。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。

本书共分三章。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。

本书共分三章。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。

本书共分三章。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。

本书共分三章。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。

本书共分三章。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。

本书共分三章。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。

本书共分三章。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。

本书共分三章。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。第一章为总论,第二章为分论,第三章为附录。

目 录

* 数学竞赛 第三篇 *

考研数学问题荟萃	(1)
----------------	-----

第一篇 高等数学

第一章 函数与极限	(10)
-----------------	------

专题 1. 分段复合函数的求法	(10)
专题 2. 部分分式展开法	(11)
专题 3. “抓大头”、“抓小头”	(16)
专题 4. 定式与未定式	(21)

第二章 一元函数的微分与积分	(25)
----------------------	------

专题 5. 一元函数可导的充分与必要条件	(25)
专题 6. 变限积分	(28)

第三章 级数 *	(46)
----------	------

专题 7. 后求收敛域法	(46)
专题 8. 函数展开成幂级数与幂级数求和	(49)
专题 9. 和式问题与敛散性问题	(54)
专题 10. 狄氏条件与傅氏展开	(61)

第四章 多元函数微分学	(66)
-------------------	------

专题 11. 多元函数一些概念间的关系	(66)
专题 12. 多元函数的微分法	(69)

第五章 重积分	(76)
---------------	------

专题 13. 化重积分为累次积分	(76)
专题 14. 质量、重心、转动惯量 *	(87)

第六章 曲线、曲面积分 *	(94)
---------------	------

专题 15. 几何图形的变量代换	(94)
专题 16. 曲线、曲面积分法总括与符号问题	(106)
专题 17. 曲线、曲面积分可以将积分曲线曲面的表达式代入被积式,二、三重积分则不可以	(117)
专题 18. 场论部分	(118)

第二篇 线性代数

专题 19. 用待定系数法求抽象矩阵的逆矩阵	(123)
专题 20. 用折线法求线性方程组的全部解	(124)

专题 21. 秩为 1 的矩阵	(131)
专题 22. 行变换、列变换	(135)

第三篇 概率统计 *

专题 23. 文氏图法	(142)
专题 24. 二维随机变量分布函数的求法	(147)
专题 25. 右连续	(151)
专题 26. 分布函数法	(156)
专题 27. 二维条件分布的范围问题	(159)
专题 28. 独立性与相关性	(162)
专题 29. 大数定律与中心极限定理	(173)
专题 30. 矩估计问题	(177)
专题 31. 区间估计与假设检验	(180)

第四篇 综合部分

专题 32. “ $\leq$ ”和“ $<$ ”, “ $\geq$ ”和“ $>$ ”	(189)
专题 33. 放缩法	(195)
专题 34. 相等与恒等 (“ $=$ ”与“ $\equiv$ ”)	(209)
专题 35. 极值、最值与凹凸性问题	(212)
专题 36. 转移变量	(225)
专题 37. 隐含条件问题	(229)
专题 38. 全微分问题	(235)
专题 39. 积分限选取问题	(243)
专题 40. 近似问题	(245)
专题 41. 对称性问题	(250)
专题 42. 几何问题 *	(270)
专题 43. 三维矢量与三维向量间的关系 *	(280)
专题 44. 图示法	(291)
专题 45. 常用概念的对比	(309)
考研数学题型及思维方法总框架	(322)

带“*”号的内容数二考生不作要求。

附录 二

附录 1. 常用公式	(331)
附录 2. 常用定理	(335)

考研数学问题荟萃

第一篇 高等数学

第一章 函数与极限

1. 分段复合函数的求法

【问题1】在处理分段复合函数问题的时候,看《数学复习指南》上的解答都能明白,但为什么自己动手一做就没有头绪了呢?怎样讨论才能既全面而又不疏漏呢?

2. 部分分式展开法

【问题2】有理真分式怎样拆成部分分式之和呢?是用待定系数法么?有没有其它快速的解决方法呢?如: $\frac{x+4}{x^3+3x^2+2x}$ 应该可以拆成 $\frac{k_1}{x} + \frac{k_2}{x+1} + \frac{k_3}{x+2}$, 但怎样快速确定 k_1, k_2, k_3 呢?

【问题3】对 $\frac{1}{x}$ 求不定积分时,得到的结果到底写成 $\ln x + C$ 还是写成 $\ln |x| + C$? 对之求定积分又怎样?

3. 抓大头、抓小头

【问题4】形如 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(30x^4 + x - 5)}{\ln(5x^7 + 3x + 7)}$ 的极限式能用《数学复习指南》上提到的“抓大头”的方法来处理么?

【问题5】《数学复习指南》第19页提到:求 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式的极限可以用“抓大头”的方法,那么是否也类似地有“抓小头”的方法呢?

【问题6】《数学复习指南》上第230页例9.3的求解过程中:极限式 $\lim_{y \rightarrow x^0} \frac{x^3y + xy^4 + x^2y}{x+y}$ 中的“ $x \rightarrow 0, y = x^3 - x$ ”这种趋近方式是怎样找到的呢?

*【问题7】我知道,级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ 发散, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 收敛,那么, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+n^2}$ 是收敛还是发散呢?

4. 定式与未定式

【问题8】 $0 \cdot \infty$ 到底是0还是未定式啊?《数学复习指南》上第26页分明有 $0 \cdot \infty$ 型未定式,可为什么我看到一道题目中上却出现 $0 \cdot \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = 0$ 呢? $\lim_{n \rightarrow \infty} 1^n = 1$ 对吗?

【问题9】无穷小量和0有什么区别?无穷大量和无穷大有什么区别?

第二章 一元函数的微分与积分

5. 一元函数可导的充分与必要条件

【问题 10】设函数 $f(0) = 0$, 若极限 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x^2} f(\Delta x - \sin \Delta x)$ 存在, 则一定有函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处可导吗?

设 $f(x)$ 在 $x = a$ 的某个领域内有定义, 若极限 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + 2\Delta x) - f(a + \Delta x)}{\Delta x}$ 存在, 则一定有函数 $f(x)$ 在 $x = a$ 处可导吗?

对这种题目我根本不知从何下手, 能不能讲讲应该怎么做?

【问题 11】若函数 $f(x)$ 在 x_0 处可导, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} f(\Delta x - \sin \Delta x)$ 如何求呢?

6. 变限积分

【问题 12】什么是定积分对积分变量的无关性? 它有什么用处呢?

【问题 13】对变限积分求导时, 积分变量与求导变量相同与不相同, 求导变量出现或不出现在被积函数以及积分限中, 对应的计算的方法和结果有很大不同, 很容易搞混, 能不能系统地总结一下各种情况?

【问题 14】积分和求导这两个互逆的数学过程是否可以交换运算顺序?

【问题 15】当积分限含有某变量时, 是否可以对这个变量作变量代换?

【问题 16】变限积分是积分限中的变量的函数, 因此有些题目要根据题意对积分限变量的范围进行讨论, 有的时候我就是不知道应该怎样讨论, 能不能总结一下都有哪些情况需要讨论积分限变量? 怎样来讨论呢?

【问题 17】幂级数的展开与求和运算中涉及到积分均指变限积分 $\int_0^x f(x) dx$ 吗?

【问题 18】解微分方程中经常提到的“对等式两边积分”是指做不定积分吧? 既然变限积分与不定积分有关系, 那么上面担以的“对等式两边积分”可以做变限积分吗?

【问题 19】概率统计部分有数学期望的应用题是一种很典型的问题, 但是我不很清楚比如《数学复习指南》第 537 页例 3.32 中 Q 的范围是怎么讨论出来的. 为什么一拿到题目就知道要用 N 来表示 Q 的范围, 而不是用 Q 来表示 N 的范围呢? 是不是跟要求的结果有关啊? 能不能讲讲拿到这类题目之后是怎样一个思考过程?

第三章 级数*

7. 后求收敛域法

8. 函数展开成幂级数与幂级数求和

【问题 20】在处理将函数展开成幂级数或幂级数求和的题目时, 为什么有时对一个式子先积分后又求导, 有时则先求导后又积分, 它们都在算什么啊? 遇到问题时什么时候用哪个算啊?

【问题 21】在处理将函数展开成幂级数或幂级数求和的题目时, 为什么有时会把收敛域中的一些点除去呢?

9. 和式问题与敛散性问题

【问题 22】级数部分经常遇到含求和号 $\sum$ 的式子, 这些式子在运算过程中, 有时候下标有变化, 有时候通式又变了, 能不能系统地讲一讲都有哪些运算方式啊? 这些运算方式又如何使用呢?

【问题 23】级数敛散性的判定方法很多, 遇到题目首先应选用什么方法呢? 如果解决不了, 再用什么方法呢? 这些方法有什么使用顺序吗?

【问题 24】《数学复习指南》第 183 页例 7.4 中“当 n 充分大时”可以证明级数收敛, 那么当 n 不是充分大时就不用考虑了吗? 这是利用了级数的什么性质啊?

10. 狄氏条件与傅氏展开

【问题 25】为什么有时候函数的傅氏级数展开式的定义域与原函数的定义域一致, 有时候却在端点上有差别?

【问题 26】幂级数的和函数在收敛域上一定是连续的, 傅氏级数的和函数在收敛域也一定连续吗?

【问题 27】将函数展开成傅氏级数后再求和, 一定还等于原函数吗?

【问题 28】对于傅氏级数展开式中的 a_0 , 为什么有时我的计算结果是答案的两倍呢?

第四章 多元函数微分学

11. 多元函数的一些概念间的关系

【问题 29】我对多元函数的一些概念(如: 可微、偏导数存在、偏导数连续、函数连续、函数极限存在)间相互推出推不出的各种情况有点混, 能不能全面地总结一下? 有哪些在考试中经常出现呢?

12. 多元函数的微分法

【问题 30】在处理多元函数求导的题目时, 总是出现很多变量, 我总是分不清谁是自变量, 谁是中间变量, 谁是最后的函数?

【问题 31】在处理多元函数求导的题目时, 到底何时用全导, 何时用偏导呢?

【问题 32】《数学复习指南》第 239 页“多元隐函数的偏导及微分”中的那些公式都是怎样推出的呢? 用不用记啊?

第五章 化重积分为累次积分

13. 化重积分为累次积分

【问题 33】将二、三重积分转化为累次积分时, 我总是手忙脚乱, 怎样有条理地解题呢?

【问题 34】我知道将重积分化为累次积分求解时, 根据积分域和被积函数形式的不同, 可以通过恰当地选取坐标系来简化运算, 能否总结一下怎样根据积分域和被积函数的形式选取坐标系? 在选择不同的坐标系后都需要做什么样的变量代换呢?

【问题 35】我知道《数学复习指南》第 257 页的“定限口诀”, 但是有的时候一遇到具体的问题就无从下手, 具体问题中都是怎么“划线”的啊? “限内划条线”划的是直线吗? 极坐标系、球坐标系等坐标系下都怎么划线呢? 能否全面总结一下?

【问题 36】极坐标系下怎么更改积分次序?

【问题 37】定义域不是 $[0, \pi]$ 的正弦函数, 定义域不是 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 的余弦函数, 它们的反函数都是怎么求的呢? 比如《数学复习指南》第 492 页例 2.24 中的 “ $2\pi - \arccos \frac{x}{R}$ ” 是怎么求出的呢?

【问题 38】《数学复习指南》第 286 页例 11.12 提到的 “球面坐标” 是什么呀? 这道题的解法我怎么看不懂呢? 难道二重积分也可以在球面上进行?

【问题 39】我不会根据所给的积分域画出对应的三维空间图形, 怎么来更改三重积分的积分次序啊?

14. 质量、重心、转动惯量*

【问题 40】我只知道平面薄片和空间立体的质量、重心及转动惯量的求法, 但是考研真题中却出现了求空间曲线重心的题目, 应该怎么算啊? 能否总结一下还有什么别的情况?

第六章 曲线、曲面积分*

15. 几何图形的变量代换

【问题 41】我想知道 “一个方程表示曲面, 两个方程表示曲线” 这种说法对吗? 各种几何图形通常都是怎样来表示的啊?

【问题 42】我发现在计算曲线积分时, 如果积分曲线为平面中的椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, 则有时做变量代换 $x = a\cos\theta, y = b\sin\theta$, 有时却做变量代换 $x = \rho\cos\theta, y = \rho\sin\theta$, 前者只用一个变量 θ 代换了 x, y 两个变量, 后者却用 ρ, θ 两个变量代换了 x, y , 这两种变量代换有什么区别和联系吗? 到底在什么时候用哪种变量代换呢?

【问题 43】能否总结一下各类几何图形都常做哪些变量代换?

16. 曲线曲面积分解法总结与符号问题

【问题 44】曲线曲面积分的解法中涉及的方法, 公式较多, 经常是拿到题目后头脑中的方法和公式都混了, 能否对这部分知识做一个全面立体的总结?

【问题 45】《数学复习指南》第 284 页提到的 “矢量点积法” 中, 曲面 Σ 的法矢量 $\{-f'_x, -f'_y, 1\}$ 可以取成 $\{f'_x, f'_y, -1\}$ 吗? 若曲面方程为 $F(x, y, z) = 0$, 则法矢量取 $\{F'_x, F'_y, F'_z\}$ 可以吗?

【问题 46】在将第二类曲线曲面积分转化为二、三重积分时, 总有时不知从哪蹦出一个负号, 有时我求得的结果跟答案就差一个符号, 到底什么地方出现了符号问题呢? 都在哪些解题步骤中需要特别留心符号问题? 能否全面总结一下?

【问题 47】我对两类曲线积分的关系和两类曲面积分的关系理解得不是很透彻, 考研中这部分内容会怎样出题呢?

17. 曲线曲面积分可以将积分曲线的表达式代入被积式,二、三重积分不可以

【问题48】曲线曲面积分可以将积分曲线曲面的表达式代入被积式简化运算,二、三重积分也可以吗?

18. 场论部分

【问题49】方向导数、梯度、通量、散度、环量、旋度这些运算分别都是对矢量场还是对标量场作用?得到的结果分别是矢量场还是标量场?

【问题50】给出曲线曲面积分的表达式我会进行计算,但是我不知道如何根据实际问题列出曲线曲面积分的表达式,请专门讲讲应该如何根据实际问题的已知条件写出求变力做功和求通量的积分表达式?

第二篇 线性代数

19. 用待定系数法解抽象矩阵的逆矩阵

【问题51】《数学复习指南》第354页例2.16和例2.17的解法是很巧妙,但是我自己做题时怎么也想不到,凑不出来,有没有什么其他的万能解法呢?

20. 用折线法求线性方程组的全部解

21. 秩为1的矩阵

【问题52】秩为1的矩阵是很特殊的矩阵,它有许多特殊的性质广泛应用在解题当中,这些性质在《数学复习指南》中分布得比较隐蔽和分散,是否能全面地总结一下?

22. 行变换、列变换

【问题53】我发现线性代数中经常要做“初等行变换”,有没有什么时候会做“初等列变换”呢?能否总结一下需要做初等行、列变换的各种情况?

第三篇 概率统计*

23. 文氏图法

【问题54】在高中时运用文氏图分析集合关系方便又快捷,概率统计部分好像也有一些可以用文氏图来求解的问题,请系统地讲一讲如何在概率统计中使用文氏图.

【问题55】《数学复习指南》第465页例1.5,我用文氏图法求解时得到了两个正确选项(B)和(D),这是怎么回事啊,是不是题目出错了?

24. 二维随机变量分布函数的求法

【问题56】在根据二维随机变量概率密度求分布函数时,我不知如何对平面进行划分,也不知道将平面划分为一些区域后怎样继续求出分布函数.

25. 右连续

【问题 57】为什么分布函数中的各段定义域总是 $a \leq x < b$ 的形式, 而不是 $a < x \leq b$ 的形式呢?

【问题 58】离散型随机变量的分布函数的自变量为什么能取连续的值? 离散性体现在哪里了呢?

26. 分布函数法

【问题 59】求随机变量的函数的分布函数和概率密度时, 我总是不知从何入手. 教科书上给出过求函数 $Z = X + Y$ 的分布的公式, 但这个公式好像解决不了其他形式的函数分布的求解问题. 有什么通用的方法来解决求随机变量的函数分布的问题吗?

27. 二维条件分布的范围问题

【问题 60】二维条件分布的概率密度、分布函数到底是哪个自变量的函数? 应该怎样规范地书写它们的定义域呢?

28. 独立性与相关性

【问题 61】我觉得独立性与相关性这两个概念很容易混淆, 能不能系统地对比总结一下它们的定义、性质、判定方法等内容?

【问题 62】若 X, Y 为两个服从正态分布的随机变量, 则其线性组合 $aX + bY$ 是否也服从正态分布? (X, Y) 是否服从二维正态分布? 有关二维及多维正态分布的许多命题我总是拿不准, 能否全面地总结一下?

【问题 63】若两个随机变量 X, Y 均服从一维均匀分布, 那么它们的联合分布 (X, Y) 一定服从二维均匀分布吗?

【问题 64】在解数理统计部分的题目时, 我经常会忽视三个抽样分布中对随机变量独立性的要求, 能否强调一下究竟哪些时候需要注意说明独立性条件?

29. 大数定律与中心极限定理

【问题 65】大数定律和中心极限定理中有很多公式看上去很像, 它们之间是否有共同点, 如何更充分地理解这部分内容呢? 怎样更容易地去记忆这些公式呢?

【问题 66】《数学复习指南》第 548 页例 4.11 中, 不能将 $P(10 < X)$ 写成 $P(10 < X \leq n)$, 否则会造成较大的误差. 凡是 $X \leq n$ 这样的条件都不能写出吗? 有没有其他情况?

30. 矩估计问题

【问题 67】《数学复习指南》有些题目中的样本用大写的 X_i 来表示, 有些又用小写的 x_i 来表示, 是书上印错了还是它们的确有什么区别呢?

【问题 68】根据《数学复习指南》上对矩估计的讲解, 两个参数的矩估计应该用 $E(X)$ 和 $E(X^2)$ 表示参数, 再用 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 和 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ 将它们代换, 但为什么题目中却常常用 $E(X)$ 和 $D(X)$ 表示参数, 而用 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 和样本的二阶中心矩 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 将它们代换呢? 能不能全面系统地讲解一下矩估计问题的解法?

31. 区间估计与假设检验

【问题 69】有的参考书上对分位点的定义好像和我学过的不一样,这是怎么回事啊?

【问题 70】区间估计与假设检验这两部分内容的公式和方法好乱啊,它们有没有什么内在联系呢?有哪些内容需要记呢?能否有条理地梳理一下计算方法?

第四篇 综合部分

32. “ $\leq$ ”和“ $<$ ”,“ $\geq$ ”和“ $>$ ”

【问题 71】夹逼定理求极限、不等式证明等问题中经常遇到使用不等号的情况,不等号“ $\leq$ ”和“ $<$ ”,“ $\geq$ ”和“ $>$ ”之间有什么区别?为什么有的时候明明是“ $<$ ”,书上却写成了“ $\leq$ ”呢?

33. 放缩法

【问题 72】遇到利用不等式将式子放大或缩小的题目我就犯憊,能否总结一下教研数学中哪些情况下会出现这类“放缩法”问题?有什么技巧和规律可寻吗?

【问题 73】许多常用的不等式我都记不清楚了,《数学复习指南》上提到的一些比如柯西不等式我也不太清楚,能不能对考研数学所能涉及到的不等式做一个全面系统的总结?最好再能讲讲它们都是怎么用在“放缩法”中的.

34. 极值、最值与凹凸性问题

【问题 74】一元函数有取极值的充分条件和必要条件,求驻点、嫌疑点以及极值点的判定,还有根据极值求最值;二元及多元函数也有取极值的充分条件和必要条件,求驻点以及极值点的判定,根据极值求最值,极值又分为条件极值和无条件极值.一元函数与二元函数的这些内容很容易混淆,能不能全面地总结和对比一下呢?

【问题 75】如果条件多于一个时应该怎样使用拉格朗日乘数法?

【问题 76】有的实际问题只求出了一个或两个驻点,就直接将驻点代入函数式得到要求的最大或最小值,这是怎么回事啊?

【问题 77】对于求解整式或分式函数的极值点、拐点的问题,画表格来分析似乎很麻烦,有没有什么简单快速的解法?

35. 相等与恒等(“ $=$ ”与“ $\equiv$ ”)

【问题 78】“ $=$ ”与“ $\equiv$ ”到底有什么区别?何时要注意区分?

36. 转移变量

【问题 79】陈文灯老师说过:“见到复合函数一定要进行变量代换”,但是发现经常使用变量代换的情况远远不止这个,还有哪些情况要考虑用变量代换?

【问题 80】学习《数学复习指南》的时候发现在求解或者证明过程中经常“将对一个函数式的分析转移为对另一个函数式的分析”.比如:《数学复习指南》第 251 页例 9.39 中将求 V

$= \frac{1}{6}xyz = \frac{a^2b^2c^2}{6x_0y_0z_0}$ 的最小值, 转移为求 $v = x_0y_0z_0$ 的最大值, 进而转移为求 $u = \ln v = \ln x_0 + \ln y_0 + \ln z_0$ 的最大值.

能否总结一下用这一思想解决问题的情况都有哪些?

37. 隐含条件问题

【问题 81】我发现有些题目看《数学复习指南》上的解答过程能够看懂,但是一旦自己动手去做,就做不出来,对比一下发现是我自己没有找到题目中隐含的条件. 能否全面总结一下教研数学中究竟在哪些情况下常出现隐含条件,什么时候需要去发掘隐含条件呢?

38. 全微分问题

【问题 82】什么是“全微分形式的不变性”?

【问题 83】全微分、曲线积分与路径的无关性、格式公式三者之间似乎有一些联系,能否全面地总结一下?

【问题 84】判定某个表达式是否是某个函数的全微分都有哪些方法?已知全微分的形式求原函数又有哪些方法?

【问题 85】用“折线积分法”求原函数的时候,积分路径的起始点是怎样选取的?“折线积分法”我学得半懂不懂的,能否系统地讲一讲?

【问题 86】我发现有些微分方程在求解时,将 y' 改写成微分形式 $\frac{dy}{dx}$, 这样做有何好处么?

39. 积分限选取问题

【问题 87】我知道第二类曲线积分作变量代换后,积分曲线的起点和终点对应的变量值分别作为积分的上限和下限. 那么计算第一类曲线积分时呢?是不是积分上限值一定大于积分下限值?

40. 近似问题

【问题 88】利用定积分的定义求极限是怎么回事?能否系统地讲述一下泊松近似的问题?考研数学中还有哪些需要注意的近似问题呢?

41. 对称性问题

【问题 89】《数学复习指南》对二重积分的对称性有详细阐述,但是对三重积分的对称性没有讲述,对曲线曲面积分的对称性也没有讨论,而后两者在计算中也是经常会用到的,能否全面地总结一下这些对称性?除此之外,从整个考研数学的内容上看,对称性还在哪些情况下有涉及?

42. 几何问题*

【问题 90】什么是右手系?

【问题 91】拿到一个二次曲面的表达式,我常常分不清它是单叶双曲面、双叶双曲面、锥面还是什么其他的二次曲面,图形总是记混,有什么好方法能帮助记忆或者最好能帮我画出图形吗?