



国家重点基础研究发展计划

极化散射与 SAR 遥感信息 理论与方法

Theory and Approach for Polarimetric Scattering
and Information Retrieval of SAR Remote Sensing

金亚秋 徐 丰 著



科学出版社
www.sciencep.com

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

极化散射与 SAR 遥感信息 理论与方法

Theory and Approach for Polarimetric Scattering
and Information Retrieval of SAR Remote Sensing

金亚秋 徐 丰 著

国家重点基础研究发展计划 2001CB309400 项目专著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书总结了作者近年来在空间遥感与对地观测中自然地表的电磁极化散射理论与合成孔径雷达(SAR)遥感信息的理论建模与定量信息获取方法的研究成果。

在阐述自然地表极化电磁波散射的散射矩阵、辐射传输和 Mueller 矩阵的基本理论后,讨论了极化 SAR 遥感数据图像的散射特征;提出自然地表场景的散射投影映射计算和 SAR 图像计算机模拟;研究随机分布目标散射矢量的去取向变换,提出非监督的地表新分类方法;研究米级分辨率多方位 SAR 图像自动重建立体建筑物群目标的理论与方法;给出了双站 SAR 图像计算机模拟及其极化特征分析;讨论 UHF/VHF 波段 SAR 对次地表的探测;用多时相 SAR 差值图像自动检测地表的变化;推导了非均匀分层散射介质高阶 Mueller 矩阵解及其应用,脉冲波的 Mueller 矩阵解,以及脉冲波回波反演地表多个物理参数等。在阐述各章理论与方法的同时,包括了空间遥感与对地观测中极化散射与 SAR 信息的多方面应用。

本书可作为空间遥感与对地监测信息技术、电波传播与信号获取与处理、电磁学、图像处理、应用物理等有关领域的研究生、研究人员的研究与教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

极化散射与 SAR 遥感信息理论与方法/金亚秋,徐丰著. —北京:科学出版社,2008

ISBN 978-7-03-022649-5

I. 极… II. ①金… ②徐… III. 遥信系统 IV. TP79

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 115041 号

责任编辑:彭胜潮 关 焱/责任校对:钟 洋

责任印制:钱玉芬/封面设计:王 浩

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

天时彩色印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008 年 11 月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2008 年 11 月第一次印刷 印张:20 3/4

印数:1—1 500 字数:479 000

定价:90.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈双青〉)

前 言

高分辨率合成孔径雷达(SAR)遥感与成像是近 20 年里空间遥感与对地观测技术最重要的进展。自 1978 年美国海洋卫星(SEASAT) SAR(L 波段)开始,欧洲空间局(ESA)在 20 世纪 90 年代地球资源卫星 ERS SAR(C 波段)、加拿大雷达卫星 RADARSAT-1 SAR(C 波段)的发展,在十多年时间里已从科学实验迅速发展面向应用阶段。以 1994 年美国航天飞机 SIR-C/X-SAR 的全极化 SAR(L、C、X 波段)为开始,采用多极化(双极化、全极化)的 SAR 标志着 SAR 的高分辨率、多波段、多极化、多模式遥感成像技术的发展。多极化或全极化好比将“黑白照片”变成了“彩色照片”,而它所包含的信息远超过这一简单比喻的含义,不同的极化通道及其组合提供了观测目标的极为丰富的信息。2006 年 1 月日本 ALOS SAR(L 波段)和 2007 年 12 月加拿大 RADARSAT-2 SAR(C 波段)开始了星载全极化 SAR 的运行与业务性服务。而机载全极化 SAR 则比星载的发展更早,已被广泛应用。全极化 SAR 以及紧密相关的极化双站 BiSAR 和多站 Multi-SAR、极化干涉 POLINSAR 等形成了当今遥感与对地观测的最前沿技术。采用微型 Mini-SAR 技术在月球等外星球探测中也正在发展中。

遥感的基本原理是电磁波与自然环境散射辐射传输的相互作用过程。由于微波遥感能全天候、全天时和穿透植被与浅层地表,微波遥感已成为空间遥感的前沿技术。微波遥感(特别是极化 SAR 技术)数据图像及其形成机理与早先发展的可见光摄像和红外探测有本质的不同,这就特别引起极化微波遥感信息获取与处理有别于传统的定性表象性判读和通用性的图像处理技术。多通道极化辐射和极化 SAR 对地观测技术的发展,提供了丰富的信息源泉,但是,能否从遥感观测中提取定量的科学信息取决于“数据到信息、信息到知识”的科学转化。

早期的遥感科学是缺少数据的理论和试验,需要数据;现在的遥感科学随着空间遥感计划的不断进行和大量数据图像的获取,“欲穷千里目”,定量信息的需求又回到了对理论方法要求“更上一层楼”。要求从极化 SAR 的进展中,阐明遥感机理、发展建模与模拟、理解物理的含义,提取强度、相位、极化、空间、时间及其相关性的信息,并由此产生定量的科学知识和应用实践。

复旦大学波散射与遥感信息教育部重点实验室在国家 973 项目、国家自然科学基金重点项目等支持下,从电磁波与复杂自然环境相互作用的遥感信息机理出发,以复杂环境散射辐射理论建模与数值模拟作为科学理论支撑,以现有的星载遥感数据图像为基础,开展了自然地表极化电磁散射与 SAR 遥感信息理论与方法的研究。这些研究对于地球环境遥感信息技术、全球变化与区域响应、地球系统科学、传感器行为评估与发展、电波传播与空间通信、对地目标检测与识别的研究与应用都是十分有意义的,也是空间遥感系统信息工程技术,特别是我国遥感技术发展中的关键与薄弱环节。空间遥感与对地观测中极化电磁波散射、定量信息获取与处理、地球环境与空间科学知识的发展也为电磁

波理论的发展开辟了新的天地。

第一章阐述极化电磁波散射的基础知识,非球形散射粒子的散射矩阵与 Mueller 矩阵、随机粗糙面散射的解析计算、倾斜地表面与建筑物模型、Stokes 矢量辐射传输方程、混杂非球形粒子与粗糙下垫面的植被地表参数化建模与极化散射模拟。

第二章讨论极化 SAR 观测的散射矩阵、Mueller 矩阵与相干矩阵的关系、相干矩阵特征矢量与特征值及其与熵的关系,研究同极化、交叉极化散射系数与特征矢量与特征值指数的关系,研究地表极化 SAR 数据的表现、多视 SAR Stokes 参数的统计解析分布等。通过 Mueller 矩阵解和 4 个 Stokes 参数,用一次全极化 SAR 数据进行地面数字高程 DEM 反演。

第三章在阐述 SAR 成像原理后,讨论复杂自然场景的散射投影映射计算,SAR 图像的模拟。模拟 SAR 对复杂地物场景成像,包括复杂地物模型的极化散射、消光遮蔽、多路径相互作用、成像机理、SAR 回波信号产生与处理模拟等复杂计算与模拟过程。

第四章讨论随机分布目标散射矢量去取向变换,使得随机取向同类目标具有同类散射信息,定义新参数组,形成分类谱和分类流程,对全极化 SAR 遥感图像进行 19 类非监督分类地表分类。讨论了 SIR-C SAR 与 AirSAR 图像对地表的分类,ALOS SAR 图像对桥梁水面的检测应用等。

第五章讨论米级分辨率多方位 SAR 图像自动重建三维六面体立体建筑物群目标的方法。用恒虚警率(CFAR)检测器检测各方位 SAR 图像中长方体建筑物目标像的边缘,用脊滤波细化边缘,用分块平行线 Hough 变换检测平行线段,检测得到平行四边形的建筑物目标像。描述建筑物目标像参数分布的概率,给出其极大似然估计。设计了一种有效的多方位自动重建算法,以多方位飞行 PALSAR 为例,从多方位检测结果中以较高的可靠性重建建筑物目标。同时,还讨论了多方位 SAR 图像的校正与配准。

第六章讨论双站 SAR 图像模拟与极化散射的分析方法。将第三章投影映射模拟复杂场景 SAR 图像推广到双站 SAR 图像模拟。同时,研究了双站观测时地表极化散射的特征,与单站的不同,提出了统一双站极化基变换,重新定义了适用于 BiSAR 的极化特征参数,为 BiSAR 图像解译和地表分类提供一个初步的手段。

第七章讨论 UHF/VHF 波段星载全极化 SAR 对次地表的探测,推导了 Faraday 旋转效应对散射矩阵和 Mueller 矩阵的影响,提出从全极化测量中消除 Faraday 旋转效应。讨论了 UHF/VHF 波段 SAR 对地表分类与次地表层土壤湿度的探测。

第八章讨论多时相 SAR 差值图像“增强、减弱与不变”三类区域的双阈值期望极大化与纳入空间相关结构的 Markov 随机场(2EM-MRF)的新方法,用于多时相 SAR 图像自动检测地表三类(增强、减弱与不变)变化;讨论了 SAR 对城市变化、积雪和地震后陆地的变化检测应用等。

第九章讨论非均匀分层散射介质的高阶 Mueller 矩阵迭代计算及其应用。

第十章推导了脉冲波入射非均匀分层、各层各异、非球形散射粒子并有下垫界面的随机介质与时间相关的 Mueller 矩阵解。由于脉冲回波能表明脉冲波在散射介质中传播的回波时滞及其时间上回波强度的变化,因此有可能从回波中辨别散射粒子的体散射和下垫地面的面散射不同的散射机制及其信息。

第十一章由脉冲波回波波形构造系统响应函数模型,建立散射系统参数组,从系统参数组解析和数值反演植被层和地表面多个物理参数。

本书的研究成果是复旦大学波散射与遥感信息教育部重点实验室近年来在地表极化散射与极化 SAR 信息获取与处理的研究工作阶段总结,各章节内容均取自作者近年来发表在国际学术刊物上的论文(参见附录 A)。

本研究工作得到国家重点基础研究发展计划 2001CB309400 项目、国家自然科学基金重点项目 40637033(地球学科)、国家自然科学基金项目(信息学科)、目标与环境特性预研项目等多年持续的支持,在此一并致谢。

《屋顶上的精英》(Robert Buderl, 中信出版社, 2002)一书描述二战期间发展雷达技术的 MIT 辐射实验室的科学家。“在 MIT 临时搭建的 20 号楼简陋的屋顶上,汇集着一群至情至性的科学精英,他们将科学天才的敬业、敏锐、自豪和执着演绎到了极致。……这股科学精英的庞大力量开创了创新的新时代。”

“细推物理须行乐,何用浮名伴此身”(杜甫 712~770)。

中国的和平崛起是伟大的历史进程,要通过我们几代人不懈的努力,前赴后继、薪火传承、脚踏实地、至高思远,大力开展自主的科学创新研究。我们希望本书的总结与出版,能作为一把薪火,发光发热,促进我国在相关领域的深层次的基础研究,加快、加大在相关领域中的应用。

“尚思为国戍轮台,铁马冰河入梦来”(陆游 1125~1210)。

目 录

前 言

第一章 极化散射基础	(1)
1.1 极化电磁波	(1)
1.2 非球形粒子的散射矩阵	(6)
1.3 随机粗糙面的散射	(9)
1.4 建筑物模型与多次面散射	(17)
1.5 植被地表散射辐射传输	(19)
第二章 极化 SAR 数据分析	(30)
2.1 散射指数与熵的变化	(30)
2.2 多视图像 Stokes 参数统计	(36)
2.3 全极化 SAR 反演数字地面高程	(45)
第三章 极化 SAR 成像模拟	(53)
3.1 SAR 成像原理	(53)
3.2 映射投影成像模拟算法	(62)
3.3 复杂自然场景成像模拟	(76)
第四章 极化信息与地表分类	(87)
4.1 极化测量与目标分解	(87)
4.2 去取向理论	(102)
4.3 地表分类与取向分析	(114)
4.4 极化 SAR 图像反演桥面高度	(123)
第五章 多方位 SAR 观测对目标自动重建	(131)
5.1 目标像的识别与提取	(132)
5.2 多方位 SAR 重建建筑物目标	(142)
5.3 多方位 SAR 图像的校正与配准	(157)
5.4 双方位 SAR 对复杂形体目标的重构	(167)
第六章 双站极化 SAR	(173)
6.1 BiSAR 成像算法	(173)
6.2 BiSAR 成像模拟	(184)
6.3 BiSAR 极化分析	(196)

第七章	UHF/VHF 星载 SAR 与 FR 旋转	(205)
7.1	FR 效应与 P 波段 Mueller 矩阵	(206)
7.2	无 FR 的 Mueller 矩阵与 $\pm\pi/2$ 解缠	(211)
7.3	UHF/VHF 波段对次地表层土壤湿度探测	(217)
第八章	多时相 SAR 识别陆地变化	(224)
8.1	期望极大化(EM)算法估计变化分类	(225)
8.2	双阈值的 EM 算法	(226)
8.3	Markov 随机场对空间结构相关的变化分类	(228)
8.4	城市变化识别实例	(230)
8.5	积雪层变化识别	(232)
8.6	地震后地表变化识别	(237)
第九章	非均匀散射层高阶迭代解	(243)
9.1	对角化 VRT 方程与薄层一阶解	(243)
9.2	高阶散射迭代解	(246)
9.3	数值结果	(248)
9.4	迭代反演非均匀地表参数	(250)
第十章	脉冲回波模拟	(255)
10.1	分层随机介质的脉冲波 VRT	(255)
10.2	脉冲波的 Mueller 矩阵	(258)
10.3	双站和后向散射脉冲响应	(262)
10.4	脉冲波反演	(266)
第十一章	地表多参数反演	(272)
11.1	脉冲回波反演植被地表的多参数	(272)
11.2	植被层与地表面的多参数反演	(284)
参考文献		(294)
附录 A	作者近年在极化散射与 SAR 信息研究发表的部分论著	(305)
附录 B	随机非球形粒子双站散射的相矩阵	(308)
附录 C	SARSIM 平台开发说明和使用手册	(313)
附录 D	散射矩阵、Mueller 矩阵和相干矩阵在各定义间的转换	(319)

第一章 极化散射基础

1.1 极化电磁波

1. 复散射矩阵

雷达通过发射电磁波和接收散射回波来获取目标信息。电磁波在与其传播方向垂直的平面上的时空变化轨迹称为极化(polarization, 光学中称为偏振)。如图 1.1, 定义坐标系 $(\hat{v}, \hat{h}, \hat{k})$, $\hat{k}$ 为波传播方向, $\hat{v}, \hat{h}$ 分别为垂直线极化和水平线极化方向。任一极化电磁波可由正交线极化 $\hat{v}, \hat{h}$ 上的两个分量表示为(Kong, 2005)

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(z, t) &= E_{i0} \hat{e}_i e^{ik_i \cdot \mathbf{r}} = \hat{v} E_v + \hat{h} E_h \\ E_v &= E_{0v} \cos(kz - \omega t + \varphi_v), \quad E_h = E_{0h} \cos(kz - \omega t + \varphi_h) \end{aligned} \quad (1.1.1)$$

其中为 E_v, E_h 为电场垂直和水平极化复分量, 且有表达式:

$$\begin{aligned} \mathbf{k} &= k(\hat{x} \sin \theta \cos \phi + \hat{y} \sin \theta \sin \phi + \hat{z} \cos \theta) = k \hat{k} \\ \hat{h} &= (\hat{z} \times \hat{k}) / |\hat{z} \times \hat{k}| = -\hat{x} \sin \phi + \hat{y} \cos \phi, \quad \hat{v} = \hat{h} \times \hat{k} = \hat{x} \cos \theta \cos \phi + \hat{y} \cos \theta \sin \phi - \hat{z} \sin \phi \end{aligned} \quad (1.1.2)$$

在球坐标有: $\hat{v} = \hat{\theta}, \hat{h} = \hat{\phi}, \hat{k} = \hat{r}$ 。

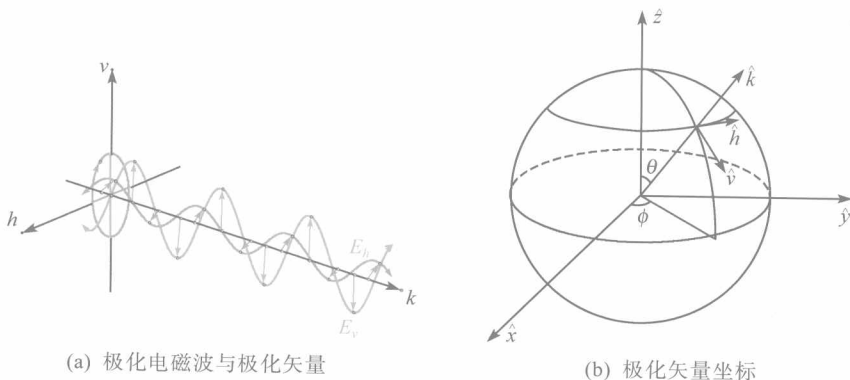


图 1.1

设在空间某固定位置, 该电场矢量端点随时间变化描画出一定的轨迹, 该轨迹由两个分量的幅度比和相位差决定, 即极化比

$$|\rho| = E_{0h} / E_{0v}, \quad \varphi = \varphi_h - \varphi_v \quad (1.1.3)$$

根据轨迹形状来定义电磁波的极化: 线极化(当 $\varphi = m\pi$, $m=0,1,2,\dots$ 时)、圆极化(当 $\varphi = m\pi + \pi/2$, $m=0,1,2,\dots$, 且 $E_{0v} = E_{0h}$ 时)及一般情况下的椭圆极化。各种极化的轨迹画在 $(|\rho|, \varphi)$ 极坐标平面上如图 1.2(a)。事实上, 任意极化轨迹可以表示为如下椭圆方程

$$\left(\frac{E_v}{E_{0v}}\right)^2 - 2 \frac{E_v E_h}{E_{0v} E_{0h}} \cos \varphi + \left(\frac{E_h}{E_{0h}}\right)^2 = \sin \varphi \quad (1.1.4)$$

该椭圆轨迹可由 3 个几何参数描述：幅度 A 、椭圆角 χ 、取向角 ψ ，如图 1.2(b)。

$$A = \sqrt{E_{0v}^2 + E_{0h}^2}, \quad |\sin 2\chi| = 2 \frac{E_{0v}E_{0h}}{E_{0v}^2 + E_{0h}^2} |\sin \varphi|, \quad \tan 2\psi = 2 \frac{E_{0v}E_{0h}}{E_{0v}^2 - E_{0h}^2} \cos \varphi \quad (1.1.5)$$

其中椭圆角 χ 的符号指示轨迹旋转方向，椭圆角 χ 决定了椭圆的形状；取向角 ψ 决定其取向。

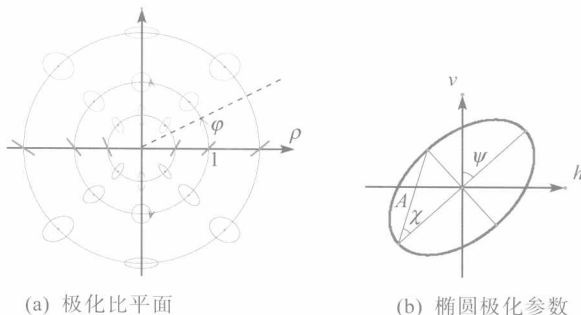


图 1.2

式(1.1.1)用复矢量表示，即 Jones 矢量

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_v \\ E_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0v} e^{i\varphi_v} \\ E_{0h} e^{i\varphi_h} \end{bmatrix} \quad (1.1.6)$$

其两个分量是由正交线极化(v, h)的幅度和相位构成的复数。结合式(1.1.3)，定义极化比：

$$\rho = |\rho| e^{i\varphi} = \frac{E_{0h} e^{i\varphi_h}}{E_{0v} e^{i\varphi_v}} \quad (1.1.7)$$

任一极化电磁波，即 Jones 矢量可以用椭圆极化参数表示为

$$\mathbf{E} = A e^{i\varphi_0} \begin{bmatrix} \cos \psi \\ -\sin \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \chi \\ \cos \chi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \chi \\ i \sin \chi \end{bmatrix} \quad (1.1.8)$$

其中 φ_0 为绝对相位，一般不包含重要信息。观察式(1.1.8)可以发现，通过对 Jones 矢量的变换可以对应地改变极化特征，在第四章中要讨论该变换对于极化信息的意义。

雷达发射波一般是完全极化波，经过目标散射后接收散射回波，若考虑点目标或简单确定性目标，散射波也是完全极化波，称为相干散射。当一极化电磁波 $\mathbf{E}_i = \hat{e}_i E_{i0} e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}}$ 入射在介电常数 $\varepsilon_{sn} (= \varepsilon_s / \varepsilon_0)$ 、体积 v_0 的散射体上时，由 Maxwell 方程可得到波动方程(金亚秋, 1993; Jin, 1994)：

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \begin{cases} -i\omega \varepsilon_0 (\varepsilon_{sn} - 1), & \mathbf{r} \in v_0 \\ 0, & \mathbf{r} \notin v_0 \end{cases} \quad (1.1.9)$$

这里时谐因子取 $e^{-i\omega t}$ ($i = -j = \sqrt{-1}$)， r 为观测点到散射点的距离。求解方程(1.1.9)，远场近似下的散射场 $\mathbf{E}_s$ 可写为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_s(r) &= -\frac{e^{ikr}}{r} k^2 \int_{v_0} \hat{k}_s \times [\hat{k}_s \times \mathbf{E}(\mathbf{r}')] [\varepsilon_{sn}(\mathbf{r}') - 1] e^{-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \\ &= \frac{e^{ikr}}{r} k^2 \int_{v_0} (\hat{v}_s \hat{v}_s + \hat{h}_s \hat{h}_s) [\varepsilon_{sn}(\mathbf{r}') - 1] \mathbf{E}(\mathbf{r}') e^{-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \\ &\equiv \frac{e^{ikr}}{r} \bar{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{E}_i = \frac{e^{ikr}}{r} \begin{bmatrix} S_{vv} & S_{vh} \\ S_{hv} & S_{hh} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{E}_i \end{aligned} \quad (1.1.10)$$

即相干散射可由一个 2×2 维的复矩阵即散射矩阵 $\bar{\mathbf{S}}$ 表示。散射矩阵的每个元素 S_{pq} , $p, q = v, h$ 表示 q 极化入射、 p 极化散射的复散射振幅函数。注意, 本书中黑体字母为矢量($\mathbf{E}$), 加一横的黑体字母为矩阵($\bar{\mathbf{S}}$), $\hat{n}$ 为单位矢量。

对于单个散射体, 关键是如何计算式(1.1.10)的散射体内场 $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$, 并完成积分。因此有: 当 $ka \ll 1$ 的 Rayleigh 近似球形小粒子(a 为球粒子半径)、 $kd(\epsilon_{sn} - 1) \ll 1$ 的 Rayleigh-Gans 近似非球形小粒子(椭球、盘状、针状等)(d 为散射粒子最小尺度)、半径与波长可比的严格的波动方程求解的 Mie 球粒子、细长柱体、对称散射体 T 矩阵计算等, 以及散射矩阵 $\bar{\mathbf{S}}$ 的各项解析表达式(金亚秋, 1993; Jin, 1994)。

对于复杂电大尺寸的散射体, 往往要用数值的方法计算散射场 $\mathbf{E}_s$, 如矩量法(MoM)、有限元法(FEM)、几何光学(GO)或物理光学法(PO)等。

对于随机分布目标(随机离散散射粒子、连续随机散射介质、随机粗糙面)产生非相干散射, 则往往从研究随机散射场的二阶矩 $\langle \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^* \rangle$ 着手, 而散射矩阵 $\bar{\mathbf{S}}$ 包含了分布性随机目标复杂的散射机理, 如面散射与体散射、多次散射、散射相干、多路径传播等。若考虑有边界分层的随机介质的建模, $\bar{\mathbf{S}}$ 是纳入了面散射与体散射相互作用的总散射过程, 一般不再能特别写出 $\bar{\mathbf{S}}$ 的解析表达式, 而由下面将阐述的 $\langle \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^* \rangle$ 和 Stokes 矢量辐射传输来描述。

在全极化 SAR(fully polarimetric SAR)遥感与对地观测时, 可以测量得到整个 $\bar{\mathbf{S}}$ 矩阵(包括各散射机制), 而单极化或双极化 SAR 则仅获得其中一个或两个元素。入射和散射极化相同称同极化(co-polarization)、不同的正交极化称为交叉极化(cross-polarization)。

SAR 观测的双站散射系数和后向散射系数定义为该散射场均匀充满全空间立体角时对于入射场的能量之比, 即

$$\sigma_{pq} = 4\pi |S_{pq}|^2 \quad (1.1.11)$$

传统的雷达技术主要关心回波强度, 多用雷达散射截面 RCS 描述。对于极化散射与遥感, 相位信息是重要的参量, 多用散射矩阵。

2. Stokes 矢量

当考虑分布式随机目标或运动不确定目标时, 其散射回波为部分极化波或多极化波, 用散射场的二阶统计量(二阶矩)来描述, 即定义 Stokes 矢量 $\mathbf{I}$, 由 4 个 Stokes 参数构成:

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{\eta} \langle |E_v|^2 + |E_h|^2 \rangle = \frac{1}{\eta} \langle E_{0v}^2 + E_{0h}^2 \rangle \\ Q &= \frac{1}{\eta} \langle |E_v|^2 - |E_h|^2 \rangle = \frac{1}{\eta} \langle E_{0v}^2 - E_{0h}^2 \rangle \\ U &= \frac{1}{\eta} 2 \operatorname{Re} \langle E_v E_h^* \rangle = \frac{1}{\eta} 2 \langle E_{0v} E_{0h} \cos \varphi \rangle \\ V &= \frac{1}{\eta} 2 \operatorname{Im} \langle E_v E_h^* \rangle = \frac{1}{\eta} 2 \langle E_{0v} E_{0h} \sin \varphi \rangle \end{aligned} \quad (1.1.12)$$

其中*表示共轭; η 为波阻抗; $\langle \cdot \rangle$ 表示系综平均。可以证明, Stokes 参数满足 Stokes 准则:

$$I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2 \quad (1.1.13)$$

其中等号是完全极化的电磁波，大于号是部分极化波；而对于完全非极化电磁波，有 $Q=U=V=0$ 。可以看出，式(1.1.12)仅有 3 个 Stokes 参数是独立的，对应于表征椭圆极化的 3 个特征参数，两者之间的关系表示为

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} A \\ A \cos 2\psi \cos 2\chi \\ A \sin 2\psi \cos 2\chi \\ A \sin 2\chi \end{bmatrix} \quad (1.1.14)$$

在确定强度 I 后，在由 (Q, U, V) 三维空间中，每个完全极化波对应于以 I 为半径的球上一点，部分极化波则位于球内，这个球称为 Poincare 球。在 Poincare 球上，任一点的位置矢量与坐标轴所成的角即对应于椭圆极化的特征参数 $2\chi, 2\psi$ 。Poincare 球上的极化分布如图 1.3，它与图 1.2 的极化比平面存在映射关系。

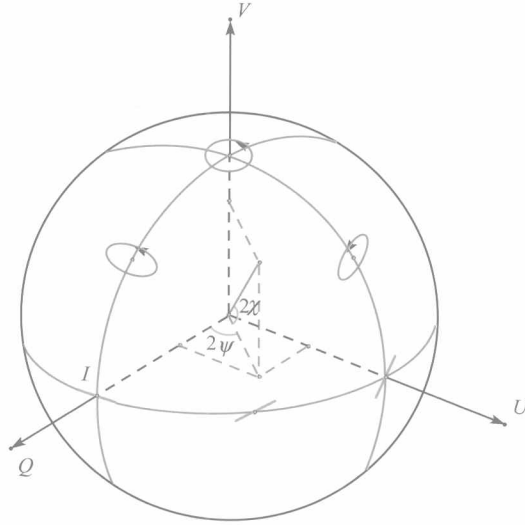


图 1.3 Poincare 球

也常采用 Stokes 参数的定义为

$$I_v = \frac{1}{\eta} \langle |E_v|^2 \rangle, \quad I_h = \frac{1}{\eta} \langle |E_h|^2 \rangle, \quad U = \frac{1}{\eta} 2 \operatorname{Re} \langle E_v E_h^* \rangle, \quad V = \frac{1}{\eta} 2 \operatorname{Im} \langle E_v E_h^* \rangle \quad (1.1.15)$$

随机目标可产生非相干散射和去极化效应，接收到回波为部分极化波。入射波和散射波由 Stokes 矢量 $\mathbf{I}_i, \mathbf{I}_s$ 表示，则两者之间由一个 4×4 维实矩阵 Mueller 矩阵表述为

$$\mathbf{I}_s = \overline{\mathbf{M}} \cdot \mathbf{I}_i \quad (1.1.16)$$

由式(1.1.10)和(1.1.15)，容易推出 Mueller 矩阵与散射矩阵的关系

$$\overline{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \langle |S_{vv}|^2 \rangle & \langle |S_{vh}|^2 \rangle & \operatorname{Re} \langle S_{vv} S_{vh}^* \rangle & -\operatorname{Im} \langle S_{vv} S_{vh}^* \rangle \\ \langle |S_{hv}|^2 \rangle & \langle |S_{hh}|^2 \rangle & \operatorname{Re} \langle S_{hv} S_{hh}^* \rangle & -\operatorname{Im} \langle S_{hv} S_{hh}^* \rangle \\ 2 \operatorname{Re} \langle S_{vv} S_{hv}^* \rangle & 2 \operatorname{Re} \langle S_{vh} S_{hh}^* \rangle & \operatorname{Re} \langle S_{vv} S_{hh}^* + S_{vh} S_{hv}^* \rangle & -\operatorname{Im} \langle S_{vv} S_{hh}^* - S_{vh} S_{hv}^* \rangle \\ 2 \operatorname{Im} \langle S_{vv} S_{hv}^* \rangle & 2 \operatorname{Im} \langle S_{vh} S_{hh}^* \rangle & \operatorname{Im} \langle S_{vv} S_{hh}^* + S_{vh} S_{hv}^* \rangle & \operatorname{Re} \langle S_{vv} S_{hh}^* - S_{vh} S_{hv}^* \rangle \end{bmatrix} \quad (1.1.17)$$

从上式可见, 对于相干散射而言, Mueller 矩阵的 16 个元素中仅有 7 个是独立的, 存在 9 个等式, 正好对应于散射矩阵中的 7 个自由度(求二阶矩后丢失了绝对相位这一自由度)。对于一般自然界的目標, 满足同极化和交叉极化不相关(Cloude and Pottier, 1996), 即 $\bar{\mathbf{M}}$ 的左下和右上四分之一共 8 个元素趋于 0。剩下的 8 个元素中, 左上四分之一对应为四种极化的散射系数平均值, 右下四分之一反应同极化之间和交叉极化之间的相关性。

在全极化 SAR 对地观测时, 可以测量得到地表全场景的 $\bar{\mathbf{S}}$ 和 $\bar{\mathbf{M}}$ 。单从测量数据或由 $\bar{\mathbf{M}}$ 元素构造的图像, 往往只能做表象性的判读。其特征性的参数有:

同极化特征(co-polarization signature)

$$\sigma_c(\chi, \psi) = 4\pi \cdot \frac{1}{2} \mathbf{I}_s^T \cdot \mathbf{I}_i(\chi, \psi) \quad (1.1.18)$$

交叉极化特征(cross-polarization signature)

$$\sigma_x(\chi, \psi) = 4\pi \cdot \frac{1}{2} [\mathbf{I}_s^T \cdot \mathbf{I}_s - \mathbf{I}_s^T \cdot \mathbf{I}_i(\chi, \psi)] \quad (1.1.19)$$

极化度(polarization degree)

$$m_s = \frac{Q_s^2 + U_s^2 + V_s^2}{I_s^2} \quad (1.1.20)$$

同极化和去极化间的相位差

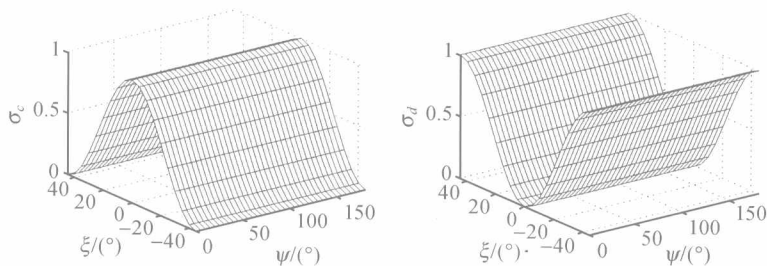
$$\phi_{vh} = \tan^{-1} \frac{M_{43} - M_{34}}{M_{33} + M_{44}} \quad (1.1.21)$$

其中上标 T 表示转置, M_{ij} 为 Mueller 矩阵 $\bar{\mathbf{M}}$ 第 i, j 个元素。可以看出, $\sigma_c(\chi, \psi)$, $\sigma_d(\chi, \psi)$ 是入射波为 χ , ψ 椭圆极化时的同极化和去极化散射系数。代入 $\chi = 0^\circ, \psi = 0^\circ$ 或 $\chi = 0^\circ, \psi = 90^\circ$ 则分别为水平或垂直同极化、交叉极化散射系数。

表 1.1 给出几种代表性的简单理想目标的散射矩阵, 图 1.4 给出其归一化极化特征。

表 1.1 理想目标的散射矩阵举例

球体、平面、 三面角	正置 二面角	45°斜置 二面角	竖直取向 偶极子	45°取向 偶极子	右螺旋线	左螺旋线
$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{bmatrix}$



(a) 球体、平面、角反射器(三面角)

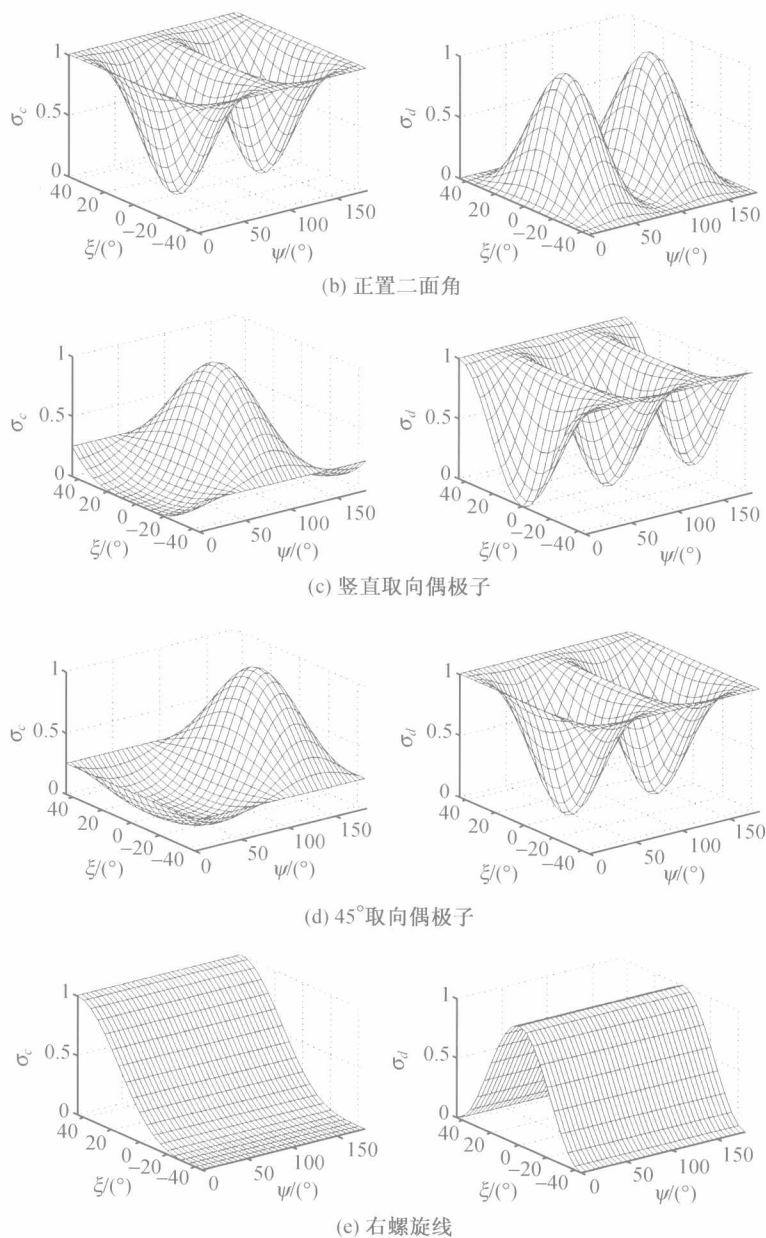


图 1.4 理想目标的同极化与交叉极化

1.2 非球形粒子的散射矩阵

Rayleigh 近似球形小粒子、Mie 球形粒子、T 矩阵计算等都是经典的粒子散射, 可参见有关文献。在植被建模中, 多采用 Rayleigh-Gans 近似非球形小粒子(椭球、盘状、针状等)(金亚秋, 1993; Jin, 1994)。

在 Rayleigh 近似中, 式(1.1.10)中 $\exp(-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}') \approx 1$, 即忽略散射粒子内部各元素散射

的相位相干，内场 $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$ 用静电学方法求得。

对于 $kd(\epsilon_{sn}-1) \ll 1$ 的 Rayleigh-Gans 近似非球形小粒子(椭球、盘状、针状等)，内场仍采用 Born 近似 $\mathbf{E}(\mathbf{r}') \approx \hat{\mathbf{e}}_i E_0 \exp(i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}')$ ，但保留 $\exp[i(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{r}']$ 的积分，以纳入散射粒子内部各元素散射的相位相干，即有

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}) = \frac{e^{ikr}}{r} \frac{k^2}{4\pi} (\hat{\mathbf{v}}_s \hat{\mathbf{v}}_s + \hat{\mathbf{h}}_s \hat{\mathbf{h}}_s) \cdot \bar{\mathbf{A}}_b \cdot \hat{\mathbf{e}}_i E_0 \int_{V_0} [\epsilon_{sn}(\mathbf{r}') - 1] e^{i(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (1.2.1)$$

可以看出，上述积分看成是 $\epsilon_{sn}-1$ 在 $\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s$ 方向上的 Fourier 变换。若 $\epsilon_{sn}-1$ 集中在一个非常小的区域，则在 $\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s$ 波数域、即散射的角分布中，散射是光滑的，几乎是各向同性的 Rayleigh 散射；反之，散射就集中在一个很窄的前向区域，其角度分布就会相当复杂。这类似于时间域与谱域的关系。

椭球粒子(三个半轴长为 a, b, c ，粒子体积 $v_0 = (4\pi/3)abc$)的式(1.2.1)中的 $\bar{\mathbf{A}}_b$ 得到

$$\bar{\mathbf{A}}_b = \sum_{n=1}^3 \frac{\hat{x}_n \hat{x}_n}{1 + (\epsilon_s / \epsilon_0 - 1) g_n}, \quad \hat{x}_1 = \hat{x}_b, \hat{x}_2 = \hat{y}_b, \hat{x}_3 = \hat{z}_b \quad (1.2.2)$$

其中 $\hat{x}_b, \hat{y}_b, \hat{z}_b$ 为散射粒子的局部坐标系， g_1 为

$$g_1 = \frac{abc}{2} \int_0^\infty ds \frac{1}{(s+a^2)R_s}, \quad R_s = [(s+a^2)(s+b^2)(s+c^2)]^{1/2} \quad (1.2.3)$$

g_2, g_3 分别用 b, c 取代 g_1 积分中的 a ，且有 $g_1 + g_2 + g_3 = 1$ 。

散射矩阵写为：

$$S_{pq}(\theta, \phi; \theta', \phi') = \hat{\mathbf{p}} \cdot \bar{\mathbf{T}} \cdot \hat{\mathbf{q}}', \quad p, q = v, h \quad (1.2.4)$$

$$\bar{\mathbf{T}} = \sum_{n=1}^3 T_n \hat{x}_n \hat{x}_n, \quad T_n = \frac{3}{2k} t_n (1 + it_n), \quad t_n = \frac{2}{9} k^3 abc \frac{\epsilon_s / \epsilon_0 - 1}{1 + (\epsilon_s / \epsilon_0 - 1) g_n}$$

注意，在 T_n 中纳入虚部是为了用光学定理计算消光系数时要求近似的散射矩阵 S_{pq} 足够准确。

考虑旋转对称椭球粒子 $a = b$ ，则散射矩阵写为

$$\begin{aligned} S_{vv}(\theta_s, \phi_s; \theta_i, \phi_i) &= \frac{3}{2k} \left[T_1(\hat{\theta}_s \cdot \hat{\theta}_i) + (T_0 - T_1)(\hat{\theta}_s \cdot \hat{z}_b)(\hat{z}_b \cdot \hat{\theta}_i) \right] \\ S_{vh}(\theta_s, \phi_s; \theta_i, \phi_i) &= \frac{3}{2k} \left[T_1(\hat{\theta}_s \cdot \hat{\phi}_i) + (T_0 - T_1)(\hat{\theta}_s \cdot \hat{z}_b)(\hat{z}_b \cdot \hat{\phi}_i) \right] \\ S_{hv}(\theta_s, \phi_s; \theta_i, \phi_i) &= \frac{3}{2k} \left[T_1(\hat{\phi}_s \cdot \hat{\theta}_i) + (T_0 - T_1)(\hat{\phi}_s \cdot \hat{z}_b)(\hat{z}_b \cdot \hat{\theta}_i) \right] \\ S_{hh}(\theta_s, \phi_s; \theta_i, \phi_i) &= \frac{3}{2k} \left[T_1(\hat{\phi}_s \cdot \hat{\phi}_i) + (T_0 - T_1)(\hat{\phi}_s \cdot \hat{z}_b)(\hat{z}_b \cdot \hat{\phi}_i) \right] \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

注意，粒子的空间取向体现在 $\hat{z}_b$ 中。

分别对应扁椭球和长椭球两种情况，完成式(1.2.3)的积分，得到

$$g_1 = \frac{1}{2}(1 - g_3)$$

$$g_3 = \begin{cases} \frac{a^2}{a^2 - c^2} \left[1 - \frac{c}{\sqrt{a^2 - c^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{c} \right] & \text{if } a = b > c \\ \frac{a^2}{a^2 - c^2} \left[1 + \frac{c}{2\sqrt{c^2 - a^2}} \ln \frac{c - \sqrt{c^2 - a^2}}{c + \sqrt{c^2 - a^2}} \right] & \text{if } a = b < c \end{cases} \quad (1.2.6)$$

上式中, 令 $a=b \gg c$, 或 $c \gg a=b$, 则分别对应于扁盘状粒子和针状粒子。

对于半径为 a 、长度为 $2h$ 的扁盘状粒子 ($v_0 = 2\pi a^2 h$), 满足 $h \ll a$, 则完成式(1.2.1)的积分得到

$$\int_{v_0} d\mathbf{r}' \exp[-i(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{r}'] = \frac{2J_1 \left[ka \sqrt{\sin^2 \theta_s + \sin^2 \theta_i - 2 \sin \theta_s \sin \theta_i \cos(\phi_s - \phi_i)} \right]}{ka \sqrt{\sin^2 \theta_s + \sin^2 \theta_i - 2 \sin \theta_s \sin \theta_i \cos(\phi_s - \phi_i)}} \quad (1.2.7)$$

$$g_3 = \frac{(a/h)^2}{(a/h)^2 - 1} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{(a/h)^2 - 1}} \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{(a/h)^2 - 1}}{a/h} \right) \right] \quad (1.2.8)$$

其中 $J_1(\cdot)$ 为 1 阶第一类柱 Bessel 函数。

对于半径为 a 、长度为 $2h$ 的针状状粒子 ($v_0 = 2\pi a^2 h$), 满足 $h \gg a$, 则完成式(1.2.1)的积分得到

$$\int_{v_0} d\mathbf{r}' \exp[-i(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{r}'] = \frac{\sin[kh(\cos \theta_i + \cos \theta_s)]}{kh(\cos \theta_i + \cos \theta_s)} \quad (1.2.9)$$

$$g_3 = -\frac{(a/h)^2}{1 - (a/h)^2} \left[1 + \frac{1}{2\sqrt{1 - (a/h)^2}} \log \left(\frac{1 - \sqrt{1 - (a/h)^2}}{1 + \sqrt{1 - (a/h)^2}} \right) \right] \quad (1.2.10)$$

在极限条件下, 式(1.2.8)、式(1.2.10)与式(1.2.6)是一致的。

利用这些公式可以计算散射矩阵、相矩阵、消光系数, 以及植被层建模中随机分布散射粒子的极化散射表现。

对于有限长细圆柱体,

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}) = \frac{e^{ikr}}{r} k^2 \int_{v_0} (\hat{v}_s \hat{v}_s + \hat{h}_s \hat{h}_s) [\varepsilon_{sn}(\mathbf{r}') - 1] \mathbf{E}(\mathbf{r}') e^{-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (1.2.11)$$

式(1.1.10)中的内场 $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$ 近似等于无限长圆柱体的内场。利用与圆柱体主轴 $\hat{z}$ 平行的电位势和磁位势矢量, 求解柱坐标下无限长圆柱体内场的波动方程, 可得到内场 $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$ (Wait, 1986; Karam and Fung, 1988)。将内场 $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$ 代入式(1.2.11)并完成积分, 得到有限长细圆柱体散射场 $\mathbf{E}_s$ 和散射矩阵 $\bar{\mathbf{S}}$ (Karam and Fung, 1988)。一长 $2L$ 、半径 a 、介电常数 $\varepsilon_{sn}(=\varepsilon_s/\varepsilon_0)$ 、主轴方向 $\hat{z}$ 的细圆柱体的散射矩阵 $\bar{\mathbf{S}}$ 写为如下形式:

$$S_{vv}(\theta_s, \theta_i, \phi_s - \phi_i) = k_0^2 L (\varepsilon_{sn} - 1) \mu_{si} \{ (e_{n0} B_0 \cos \theta_s \cos \theta_i - Z_0 \sin \theta_s) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} [(e_{nv} B_n \cos \theta_i + i \eta h_{nv} A_n) \cos \theta_s - e_{nv} Z_n \sin \theta_s] \cos[n(\phi_s - \phi_i)] \} \quad (1.2.12)$$

$$S_{hh}(\theta_s, \theta_i, \phi_s - \phi_i) = k_0^2 L (\varepsilon_{sn} - 1) \mu_{si} \left\{ B_0 \eta h_{0h} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} [(\eta h_{nh} B_n - i e_{nh} A_n \cos \theta_i) \cos[n(\phi_s - \phi_i)]] \right\} \quad (1.2.13)$$

$$S_{vh}(\theta_s, \theta_i, \phi_s - \phi_i) = -2ik_0^2 L (\varepsilon_{sn} - 1) \mu_{si} \sum_{n=1}^{\infty} \{ [(e_{nh} B_n \cos \theta_i + i \eta h_{nh} A_n) \cos \theta_s - e_{nh} Z_n \sin \theta_s] \sin[n(\phi_s - \phi_i)] \} \quad (1.2.14)$$

$$S_{hv}(\theta_s, \theta_i, \phi_s - \phi_i) = -2ik_0^2 L (\varepsilon_{sn} - 1) \mu_{si} \sum_{n=1}^{\infty} \{ (\eta h_{nv} B_n - i e_{nv} A_n \cos \theta_i) \sin[n(\phi_s - \phi_i)] \} \quad (1.2.15)$$

其中

$$A_n = \frac{k_0}{2k_{1\rho}}(Z_{n-1} - Z_{n+1}), \quad B_n = \frac{k_0}{2k_{1\rho}}(Z_{n-1} + Z_{n+1}) \quad (1.2.16)$$

$$Z_n = \frac{a^2}{u^2 - v_s^2} [uJ_n(v_s)J_{n+1}(u) - v_s J_n(u)J_{n+1}(v_s)]$$

$$u = k_{1\rho}a, \quad v_s = k_0a \sin \theta_s, \quad v_i = k_0a \sin \theta_i, \quad k_{1\rho} = k_0\sqrt{(\varepsilon_{sn} - \cos^2 \theta_i)}$$

$$\mu_{si} = \frac{\sin[k_0L(\cos \theta_i + \cos \theta_s)]}{k_0L(\cos \theta_i + \cos \theta_s)}, \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \quad (1.2.17)$$

$$e_{nv} = -\frac{i \sin \theta_i}{R_n J_n(u)} \left[\frac{H_n^{(2)'}(v_i)}{v_i H_n^{(2)}(v_i)} - \frac{J_n'(u)}{u J_n(u)} \right], \quad e_{nh} = -\frac{\sin \theta_i}{R_n J_n(u)} \left[\frac{1}{v_i^2} - \frac{1}{u^2} \right] \quad (1.2.18)$$

$$\eta h_{nv} = \frac{\sin \theta_i}{R_n J_n(u)} \left[\frac{1}{v_i^2} - \frac{1}{u^2} \right] n \cos \theta_i, \quad \eta h_{nh} = -\frac{\sin \theta_i}{R_n J_n(u)} \left[\frac{H_n^{(2)'}(v_i)}{v_i H_n^{(2)}(v_i)} - \frac{\varepsilon_{sn} J_n'(u)}{u J_n(u)} \right] \quad (1.2.19)$$

$$R_n = \frac{1}{2} \pi v_i^2 H_n^{(2)}(v_i) \left\{ \left[\frac{H_n^{(2)'}(v_i)}{v_i H_n^{(2)}(v_i)} - \frac{J_n'(u)}{u J_n(u)} \right] \times \left[\frac{H_n^{(2)'}(v_i)}{v_i H_n^{(2)}(v_i)} - \frac{\varepsilon_{sn} J_n'(u)}{u J_n(u)} \right] - \left(\frac{1}{u^2} - \frac{1}{v_i^2} \right)^2 n^2 \cos^2 \theta_i \right\} \quad (1.2.20)$$

其中 $J_n(u)$, $J_n'(u)$ 分别为 n 阶 Bessel 函数及其导数; $H_n^{(2)}(v_i)$, $H_n^{(2)'}(v_i)$ 分别为 n 阶第 2 类 Hankel 函数及其导数。

由式(1.2.14)、式(1.2.15)可以看出, 在后向散射方向有 $S_{vh} = S_{nv} = 0$ 。

若 $k_0L \gg 1$ 和 $\cos \theta_i + \cos \theta_s \neq 0$, 则式(1.2.17)的 $\mu_{si} = 0$; 若 $\cos \theta_i + \cos \theta_s = 0$, 则 $\mu_{si} = 1$, 意味着散射波沿圆柱体主轴 $\hat{z}$ 成角度 θ_i 的锥面传播。

若圆柱体主轴 $\hat{z}_\ell$ 与主坐标轴 $\hat{z}$ 不是同一个方向, 即地面上的圆柱体倾斜, 则以上式均在圆柱体局部坐标系 $(\hat{x}_\ell, \hat{y}_\ell, \hat{z}_\ell)$ 内进行, 得到的式(1.2.11)散射场 $\mathbf{E}_{s\ell}$ 和散射矩阵 $\bar{\mathbf{S}}_\ell$ 的式(1.2.12)~式(1.2.15)均是在 $(\hat{x}_\ell, \hat{y}_\ell, \hat{z}_\ell)$ 中, 须再通过坐标系变换, 得到主坐标系 $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ 的 $\mathbf{E}_s$ 和 $\bar{\mathbf{S}}$ 。

1.3 随机粗糙面的散射

自然界地面、海面、建筑物表面及介质层分界面等都是随机粗糙面。波在平坦表面的反射与透射由 Fresnel 系数描述, 而随机粗糙面的散射取决于粗糙面起伏方差与相关长度的描述。随机粗糙面电磁散射解析解方法主要有: 当粗糙面平均曲率半径远大于入射波波长、描述随机起伏的方差和相关长度均大于波长时, 适用于高频近似条件下大尺度起伏粗糙面的 Kirchhoff 近似解(KA, Kirchhoff approximation); 当随机起伏方差和相关长度均小于波长时, 适用于低频近似条件下的小尺度起伏粗糙面的微扰解(SPA, small perturbation approximation); 组合大小尺度的双尺度近似解(TA, two scale approach); 基于积分方程的粗糙面近似解(IEM, integral equation method)等。在本书地表极化散射建模中主要利用这些解析解。有关粗糙面散射数值解的详细讨论可参见金亚秋等(2008)。

如图 1.5, 随机粗糙面起伏高度为一随机量 $z = \xi(x, y)$, 其平均值 $\langle \xi(x, y) \rangle = 0$ 。当一极化电磁波 $\mathbf{E}_i$ 以方向 $(\pi - \theta_i, \phi_i)$ 入射在随机粗糙面 A 上, 散射场 $\mathbf{E}_s$ 同样写为