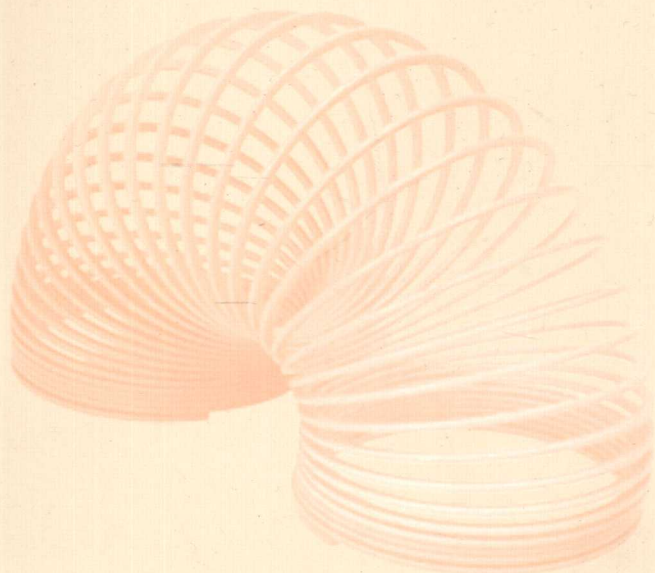


“十一五”国家重点图书 中国科学技术大学精品教材

弹性力学

► 朱 滨 编



中国科学技术大学出版社

中国科学技术大学 **精品** 教材

弹性力学

TANXING LIXUE

朱 滨 编

中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

这是一本为力学及其相关专业,如机械、土木、航空等专业的大学生或研究生编写的弹性力学教材,内容包括应力、应变、应力应变关系等基本概念;弹性力学的基本原理、基本方程和基本解法。书中还分别讨论了弹性柱体的扭转、弯曲、平面、空间、弹性波、结构稳定性及热应力等问题。为了叙述简洁,便于课堂推演,书中采用 Descartes 张量讲述理论的基础部分;在讲述具体例题时则使用通常的分量表示方法。在内容的选择和编排上,融入编者的一些体会,力求符合由浅入深、由易到难的认识过程,以利于读者理解。本书也可作为力学工作者和结构工程师的参考读物。

图书在版编目(CIP)数据

弹性力学/朱滨编. —合肥:中国科学技术大学出版社,2008.10

(中国科学技术大学精品教材)

“十一五”国家重点图书

ISBN 978-7-312-02247-0

I. 弹… II. 朱… III. 弹性力学—高等学校—教材 IV. 0343

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 148768 号

中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路 96 号,230026
网址: <http://press.ustc.edu.cn>
中国科学技术大学印刷厂印刷

全国新华书店经销

开本: 710×960 1/16 印张: 23.25 插页: 2 字数: 433 千

2008 年 10 月第 1 版 2008 年 10 月第 1 次印刷

印数: 1-3000 册

定价: 37.00 元

总 序

2008年是中国科学技术大学建校五十周年。为了反映五十年来办学理念 and 特色,集中展示教材建设的成果,学校决定组织编写出版代表中国科学技术大学教学水平的精品教材系列。在各方的共同努力下,共组织选题281种,经过多轮、严格的评审,最后确定50种入选精品教材系列。

1958年学校成立之时,教员大部分都来自中国科学院的各个研究所。作为各个研究所的科研人员,他们到学校后保持了教学的同时又作研究的传统。同时,根据“全院办校,所系结合”的原则,科学院各个研究所在科研第一线工作的杰出科学家也参与学校的教学,为本科生授课,将最新的科研成果融入到教学中。五十年来,外界环境和内在条件都发生了很大变化,但学校以教学为主、教学与科研相结合的方针没有变。正因为坚持了科学与技术相结合、理论与实践相结合、教学与科研相结合的方针,并形成了优良的传统,才培养出了一批又一批高质量的人才。

学校非常重视基础课和专业基础课教学的传统,也是她特别成功的原因之一。当今社会,科技发展突飞猛进、科技成果日新月异,没有扎实的基础知识,很难在科学技术研究中作出重大贡献。建校之初,华罗庚、吴有训、严济慈等老一辈科学家、教育家就身体力行,亲自为本科生讲授基础课。他们以渊博的学识、精湛的讲课艺术、高尚的师德,带出一批又一批杰出的年轻教员,培养了一届又一届优秀学生。这次入选校庆精品教材的绝大部分是本科生基础课或专业基础课的教材,其作者大多直接或间接受到过这些老一辈科学家、教育家的教诲和影响,因此在教材中也贯穿着这些先辈的教育教学理念与科学探索精神。

改革开放之初,学校最先选派青年骨干教师赴西方国家交流、学习,他们在带回先进科学技术的同时,也把西方先进的教育理念、教学方法、教学

前 言

这是一本专业基础课的教材,目标锁定在为有关力学以及相关专业的机械、土木、航空等专业的本科生或研究生奠定基础。因此本书的重点放在介绍弹性力学的基本概念、基本方程和基本解法上,同时,照顾了与后续专业课程的衔接。

本书的前5章和第11章是弹性力学的基础理论部分,介绍应力、应变、应力应变关系等基本概念,建立基本方程及原理,包括能量原理等;其余各章分别讨论了弹性柱体的扭转问题、平面问题、空间问题、弹性波、结构稳定性初步及热应力等。为了叙述简洁并便于课堂推演,书中采用了 Descartes 张量来讲述理论的基础部分。在求解具体例题时则使用常用的分量表示方法。在内容的选择和编排上,力求符合由浅入深,由易到难的认识过程。由于讲课学时通常限制在80学时(包括考试),不可能使用书中的全部内容,因此,书中目录加有*号的部分不作为必修,仅提供给感兴趣的学生阅读。

编者讲授这门课程已有十几年了,先是采用了何竹修编著的弹性力学教材,后来在教学过程中结合自己的体会形成了讲义。本书就是在此基础上修改、增补而成的。在编写过程中,编者主要参考了冯元祯著的《固体力学基础》,Timoshenko, S. P. 和 Goodier, J. N. 合著的《弹性理论》,Sokolnikoff, I. S. 著的《数学弹性理论》,钱伟长、叶开源合著的《弹性力学》,徐芝纶编的《弹性力学》等名著。目前国内新出版的有关弹性力学的专著和教材也相当不少,这和编者40多年前在科大就读时完全两样了。除专著之外,各种教材内容的选材相当接近,其中有的教材理论性较强,有的则实用性较强,有的则比较简明,编者在编写过程中经常拿来参考,深受受益良多,并且认为都可选作学生学习使用的参考书。

本书在编写过程中,受到了中国科学技术大学教务处和出版社的大力支持,在此表示感谢!限于水平,疏漏和不足之处难免,恳请读者指正!

编 者

2008年2月

主要符号表

x, y, z 或 x_1, x_2, x_3	直角坐标
r, θ, z	柱坐标
$r, \theta, \varphi(R, \theta, \varphi)$	球坐标
e_1, e_2, e_3	坐标基矢量
$\nu(n)$	外法线
ν_x, ν_y, ν_z 或 ν_1, ν_2, ν_3	外法线单位矢量的分量
n, s	自然坐标基矢量
F	单位体积力
F_x, F_y, F_z	直角坐标系中单位体积力的分量
F_r, F_θ, F_z	柱坐标系中单位体积力的分量
F_r, F_θ, F_φ	球坐标系中单位体积力的分量
$\overset{\nu}{T}$	任意微小截面上的应力矢量
$\overset{\nu}{T}_x, \overset{\nu}{T}_y, \overset{\nu}{T}_z$	$\overset{\nu}{T}$ 的直角坐标分量
$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ 或 $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$	直角坐标系中的正应力分量
$\sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}$ 或 $\sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{31}$	直角坐标系中的剪应力分量
$\sigma_{yx}, \sigma_{zy}, \sigma_{xz}$ 或 $\sigma_{21}, \sigma_{32}, \sigma_{13}$	(同上)
σ_r, σ_θ	极坐标系中的正应力分量
$\tau_{r\theta}$ 和 $\tau_{\theta r}$	极坐标系中的剪应力分量
$\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{zz}$	柱坐标系中的正应力分量
$\sigma_{r\theta}, \sigma_{\theta z}, \sigma_{zr}$ 和 $\sigma_{\theta r}, \sigma_{z\theta}, \sigma_{rz}$	柱坐标系中的剪应力分量
$\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{\varphi\varphi}$	球坐标系中的正应力分量
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	主应力
$\sigma_{r\theta}, \sigma_{\theta\varphi}, \sigma_{\varphi r}$ 和 $\sigma_{\theta r}, \sigma_{\varphi\theta}, \sigma_{r\varphi}$	球坐标系中的剪应力分量
I_1, I_2, I_3	应力张量的不变量
u	位移矢量

Π_c	弹性体的总余能
W	外力功
Π_3	弹性体的广义总势能
Π_c^*	弹性体的广义总余能
Γ	Галёркин 矢量
ϕ	Lamé 位移势函数
Z	Love 应变函数
c_L, c_T, c_R, c_0	弹性波波速
K	弹性体动能
L	Lagrange 函数
S	Hamilton 作用量
P_{cr}	临界载荷
R	Rayleigh 商
τ	温度
T	变温
k	热导率
c	比热
γ	散热系数
α	线膨胀系数
β	热弹性系数

目 次

总 序	(i)
前 言	(iii)
主要符号表	(v)
第 1 章 绪论	(1)
1.1 弹性力学	(1)
1.2 对弹性体的基本假设	(1)
1.3 发展简史	(3)
1.4 弹性力学中的典型问题	(4)
1.5 弹性力学的研究方法	(4)
第 2 章 应力分析	(6)
2.1 应力矢量	(6)
2.2 斜截面上的应力——一点的应力张量	(8)
2.3 变形物体的平衡方程	(9)
2.4 坐标变换	(12)
2.5 主应力和应力主轴,最大剪应力	(13)
2.6 三维 Mohr 圆	(16)
习 题	(18)
思考题	(22)
第 3 章 变形分析	(23)
3.1 位移的数学描述	(23)
3.2 变形的基本类型与应变张量	(24)
3.3 在 Descartes 坐标系中的应变分量	(29)
3.4 微小应变的几何解释	(30)
3.5 微小转动	(31)
3.6 坐标变换	(32)

7.8 闭口薄壁杆件的扭转	(108)
7.9 梁的弯曲	(111)
习 题	(115)
思考题	(116)
第 8 章 弹性平面问题的一般理论	(117)
8.1 平面问题的分类及基本方程	(117)
8.2 Airy 应力函数	(120)
8.3 应用 Airy 应力函数物理意义求解的方法	(125)
8.4 应用 Fourier 级数求解平面问题	(129)
8.5 应用 Fourier 变换求解平面问题	(132)
习 题	(139)
思考题	(140)
第 9 章 平面问题极坐标解法	(142)
9.1 平面极坐标方程	(142)
9.2 轴对称问题	(148)
9.3 纯弯曲曲杆	(151)
9.4 Michell 法	(155)
9.5 圆孔的应力集中	(159)
9.6 Williams 特征解	(161)
习 题	(164)
*第 10 章 复变函数解法	(166)
10.1 弹性力学平面问题的复变函数表示	(166)
10.2 简单例题	(172)
10.3 复势的结构	(174)
10.4 保角变换和曲线坐标	(174)
10.5 内部问题——圆域基本问题的级数解法	(177)
10.6 多连域中复势的多值性	(180)
10.7 无限域	(183)
10.8 孔口问题	(185)
10.9 椭圆孔口问题	(188)
10.10 裂缝问题	(191)
10.11 扭转问题	(194)
习 题	(197)

14.3	圆杆的纵向扰动传播	(276)
14.4	圆杆中的扭转波传播	(280)
14.5	细杆中的弯曲波	(281)
14.6	Hamilton 原理	(286)
	习 题	(287)
	思考题	(289)
第 15 章	弹性稳定性理论初步	(290)
15.1	稳定的概念	(290)
15.2	压杆的稳定性, Euler 载荷	(292)
15.3	Rayleigh 商及近似求解方法	(297)
	习 题	(299)
	思考题	(299)
第 16 章	热应力	(300)
16.1	Fourier 热传导定律和 Fourier 热传导方程	(300)
16.2	热膨胀和热应力的基本关系式	(303)
16.3	热弹性基本方程	(305)
16.4	Duhamel 相似定理	(306)
16.5	热弹性问题的位移解法	(307)
16.6	热弹性位移势	(310)
16.7	热弹性问题的应力函数解法	(313)
	习 题	(315)
	思考题	(315)
附录 A	Descartes 张量	(316)
A.1	Einstein 求和约定	(316)
A.2	Kronecker 符号 δ_{ij} 和 Levi-Civita 符号 e_{ijk}	(317)
A.3	矢量及矢量代数	(318)
A.4	坐标转动	(321)
A.5	Descartes 张量	(322)
A.6	场论的一些基本公式	(326)
A.7	矢量场的分类和 Helmholtz 定理	(329)
A.8	场论中常见量的角标表示	(331)
A.9	弹性力学基本方程的整体表示法和角标表示法	(331)

第 1 章 绪 论

1.1 弹性力学

力学是研究物质的运动及引起这些运动的力的一门科学。弹性力学是研究弹性体在外力(或载荷)作用下变形规律的一门科学。弹性是对固态物体性质在一定条件和运动范围内的抽象,因此弹性力学是固体力学的一个分支科学。

弹性力学有数学弹性力学和实用弹性力学之分,前者在下一节所作的基本假设前提下进行数学推演,求解各类问题;后者还要引用进一步的工程假设,简化数学推演,使一些常见的工程结构元件如杆、梁、板、壳的问题得到简化。本书的内容侧重在前者。弹性力学与材料力学有密切的联系,实际上材料力学中对弹性体部分的讨论就是应用弹性力学的组成部分。由于材料力学问题所应用的数学方法比较简单,所以有时也会用它们来说明弹性力学的基本物理量、基本方程和基本原理的应用。

1.2 对弹性体的基本假设

对弹性体所做的基本假设有两个:一是连续介质,一是理想弹性。

(1) 连续介质假设是对物质在一定的运动范围的抽象。这里物质的运动范围是指其运动速度远小于光速,且运动尺度远大于原子半径,通常称为宏观运动的范围。因此我们可以忽略所考虑物质的微观结构,不问其是晶体还是非晶体,也不问

其分子、原子结构, 把其抽象为连续体, 也即把物体看成是毫无间隙的、密实的。连续是个数学概念, 我们说实数轴是连续的, 是指实数轴上任意两点间都可找到一点仍在实数集合内。描述这种物体的物理参数如物体中的位移、应力、应变、质量密度、动量密度、能量密度等都可用连续函数来描述, 例如质量密度可以用极限表示成

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta V}$$

式中 ΔM 是体积为 ΔV 的物体的质量。根据 Newton 力学规律对这种连续介质运动规律的研究就称为连续介质力学。由于这种连续介质可以是固体, 是流体, 还可以是气体, 因此讨论不同物态的物体运动时, 由于物态本身的特性不一样, 又可分为固体力学, 流体力学, 气体力学、流变学等等。就固体来说, 固体在不同的外力和环境(工程上通常称为“载荷”)下呈现出很复杂的性质, 有弹性、塑性、粘弹性、粘塑性等等各种材料性质的物理模型。本课程讨论的是弹性力学, 它是固体力学的一个分支, 又是固体力学的重要基础。

(2) 理想弹性假设, 又名完全弹性假设, 是指呈下述性质的固体, 即在外力的作用下发生变形, 当外力移去后恢复其原来的形状和大小, 不产生永久变形。如果外力和变形的关系能用线性方程来描述, 我们称之为线性弹性, 否则是非线性弹性。

为了后面讨论比较简单, 本课程还采用了其他一些假设:

(3) 均匀性假设是指物体由同种均匀的固体物质所构成, 其各部分的力学性质相同, 不因位置的变化而改变。

(4) 各向同性假设是指物体在各个方向的力学性质相同。

大家可以想到, 同种介质组成的物体一般容易理解作是均匀的, 但并不一定, 例如木材, 由于不同位置上材料疏密不同, 其性质并不相同(由纹路可见), 因此实际上它并不是均匀的; 不仅如此, 它呈现的性质与方向还密切相关, 因此它也不是各向同性的, 也即同一点不同方向的性质不同。

(5) 小变形假设是指物体在外力或其他载荷(如热)作用下的变形与其本身尺寸相比很小, 通常我们称为微小变形, 以至于在考虑外力对物体的作用时可以不考虑由变形引起的尺寸改变。换句话说, 可以用物体变形前的几何尺寸代替变形后的几何尺寸。在考虑应变与位移的关系时可以略去位移项的二阶小量, 使方程成为线性。

(6) 自然状态假设是指物体处于自然状态, 即在外力或其他载荷作用之前物