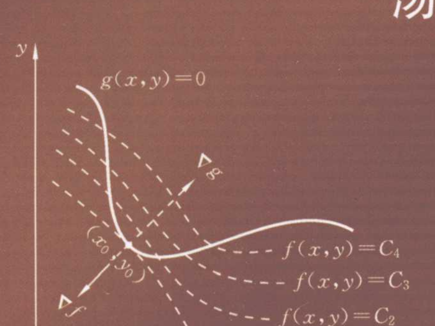
普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套参考书

工科数学分析学习指导与习题详解

（下册）

汤燕斌　王德荣　李大华　林益



华中科技大学出版社
http://www.hustp.com

图书在版编目(CIP)数据

工科数学分析学习指导与习题详解(下册)/汤燕斌　王德荣　李大华　林　益.
—武汉:华中科技大学出版社,2009 年 4 月
ISBN 978-7-5609-5214-7

Ⅰ.工…　Ⅱ.①汤…　②王…　③李…　④林…　Ⅲ.数学分析-高等学校-教学参考资料　Ⅳ.O17

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 037971 号

工科数学分析
学习指导与习题详解(下册)　　汤燕斌　王德荣　李大华　林　益

策划编辑:周芬娜(hbzfn30@163.com)
责任编辑:王汉江　　　　封面设计:潘　群
责任校对:刘　竣　　　　责任监印:周治超

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)
武昌喻家山　　邮编:430074　　电话:(027)87557437

录　排:武汉佳年华科技有限公司
印　刷:华中科技大学印刷厂

开本:710mm×1000mm　1/16　　印张:12.5　　字数:240 000
版次:2009 年 4 月第 1 版　　印次:2009 年 4 月第 1 次印刷　　定价:18.00 元
ISBN 978-7-5609-5214-7/O·484

内容简介

本书是与李大华、林益教授等主编的普通高等教育“十一五”国家级规划教材《工科数学分析》(上、下册)(第三版)相配套的教学辅导书，主要是为使用该教材的学生提供课后复习指导，同时兼顾教师的教学需要.本书也可作为使用其他教材学习高等数学的学生和相关教师的参考书.

本书通过对基本概念、基本理论及重要定理和思想方法的深入分析，逐步引导学生对所学内容进行再思考，在探究的过程中加深对重点和难点的认识，从而提高学生运用数学知识分析和解决问题的能力. 本书按照对应教材中的章节顺序编写，每节均包含内容提要、释疑解惑、范例分析、习题选解四个部分的内容，每章的最后给出原教材中总习题的全解.

前　言

本书是与李大华、林益教授等主编的普通高等教育“十一五”国家级规划教材《工科数学分析》(上、下册)(第三版)相配套的教学辅导书，主要是为使用《工科数学分析》的学生提供课后复习指导，同时兼顾教师的教学需要，也可作为使用其他教材学习高等数学的学生和教师的参考书.

本书力求通过对基本概念、基本理论及重要定理和思想方法的深入分析，逐步引导学生对所学内容进行再思考，在探究的过程中加深对重点和难点的认识，从而提高学生运用数学知识分析和解决问题的能力. 本书按照《工科数学分析》中的章节顺序，每节均包含内容提要、释疑解惑、范例分析、习题选解四个部分的内容，每章的最后给出本章的总习题全解.

内容提要　此部分简要地给出了本节的主要概念、主要定理及重要的思想方法，学生阅读时可以根据概要的提示回顾所学过的内容，对不清楚的内容务必重新阅读《工科数学分析》，从而加深对相关内容的理解.

释疑解惑　此部分主要针对学生学习中经常遇到的普遍问题进行重点分析，对典型思想方法进行总结和归纳，对容易混淆的概念进行辨析.

范例分析　此部分提供《工科数学分析》中没有出现过的典型例题，分析解题思路，讲解解题方法，以提高读者举一反三的能力，这些例题也可供教师上习题课时选用.

习题选解　此部分对《工科数学分析》中较难的习题进行了分析和解答，供学生在自己完成习题后进行对比和参考. 在复习过程中，遇到不会做的题目时，读者不要立即去看解答，而应先把《工科数学分析》中的有关部分复习、思考一下，然后再回头去解题. 实在不会解答此题时，才看解答. 这时一定要反思：自己不会解这道题的症结是什么？只有这样认真、深入地复习、做题，才能取得良好的学习效果.

本书由华中科技大学数学与统计学院的下列四位教师编写：李大华教授(第1、2、3章)、王德荣副教授(第4、6章)、汤燕斌教授(第5、7、10章)、林益教授(第8、9、11章). 全书由汤燕斌统稿.

本书在编写过程中得到华中科技大学“新世纪教学改革工程”第六批立项教材基金的资助. 同时，对华中科技大学出版社的大力支持，特别是对策划编辑周芬娜老师和责任编辑王汉江老师的辛勤劳动表示衷心的感谢！

对于本书中的不足和错误，恳请专家、同行及热心的读者批评指正.

编　者

2008年10月

于华中科技大学

目　　录

第 6 章 向量代数与空间解析几何

6.1 向量及其线性运算

内容提要

1. 空间直角坐标系.
2. 向量的概念、向量的线性运算.
3. 向量的坐标表示、利用坐标作向量的线性运算.
4. 向量的方向角和方向余弦.

释疑解惑

1. 向量与数量(标量)有什么区别?

答 向量是指既有大小,又有方向的量,例如力、速度、加速度等,它同时具有大小和方向两重特性,其中任何一个特性发生改变时,向量就发生变化. 而数量仅具有大小特性,没有方向特性,例如温度、体积、速率等.

2. 向量的几何表示和向量的坐标表示有何不同?

答 向量的几何表示突出其几何特征,向量 $\boldsymbol{a}$ 的大小由其模 $|\boldsymbol{a}|$ 表示,而其方向则由三个方向角 α,β,γ 来刻画. 几何向量的加减法满足平行四边形法则,即 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 分别为以 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 为邻边的平行四边形的两对角线向量.

向量的坐标表示突出其代数特征,当向量以坐标形式给出时,其加减法则按对应坐标相加减而进行代数运算. 如果向量有了坐标表示 $\boldsymbol{a}=\{a_x,a_y,a_z\}$,则它的大小为 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$. 那么,怎样确定向量的方向呢? 为此,引入了向量的方向角 α,β,γ,向量在三个坐标轴上的投影可分别用方向余弦表示:$a_x=|\boldsymbol{a}|\cos\alpha$, $a_y=|\boldsymbol{a}|\cos\beta$, $a_z=|\boldsymbol{a}|\cos\gamma$. 由此,我们还得到任何向量的方向余弦满足恒等式 $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$.

3. 向量之间能比较大小吗?

答 不能. 由于向量既有大小,又有方向,我们可以比较向量模的大小,却不能比较方向的大小.

4. 什么是向径,向径的坐标有何特点?

答 向径是起点为坐标原点的向量. 如果 $A(x,y,z)$ 是空间中任一点,则向径 $\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OA}=\{x,y,z\}$,由此可看出,向径的坐标就是向径终点的坐标.

范例分析

例 1 已知不共面的三个向量 $\boldsymbol{a}=\{0,1,-1\}$,$\boldsymbol{b}=\{3,2,1\}$,$\boldsymbol{c}=\{2,1,0\}$以及向量 $\boldsymbol{d}=\{3,0,0\}$,试用向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 的线性组合表示向量 $\boldsymbol{d}$.

解 设 $\boldsymbol{d}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}+z\boldsymbol{c}$,其中 x,y,z 是实数. 由 $\{3,0,0\}=x\{0,1,-1\}+y\{3,2,1\}+z\{2,1,0\}$,得 $3y+2z=3$,$x+2y+z=0$,$-x+y=0$,解此方程组可得 $x=y=-1$,$z=3$. 故有 $\boldsymbol{d}=-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{c}$.

例 2 设 $\boldsymbol{a}=\{2,-3,6\}$,$\boldsymbol{b}=\{-1,2,-2\}$,向量 $\boldsymbol{c}$ 平分 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 所夹的角,且 $|\boldsymbol{c}|=3\sqrt{42}$,求 $\boldsymbol{c}$.

解 与 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 同方向的单位向量分别为 $\boldsymbol{e}_a=\left\{\frac{2}{7},-\frac{3}{7},\frac{6}{7}\right\}$,$\boldsymbol{e}_b=\left\{-\frac{1}{3},\frac{2}{3},-\frac{2}{3}\right\}$,则 $\boldsymbol{e}_a+\boldsymbol{e}_b=\left\{-\frac{1}{21},\frac{5}{21},\frac{4}{21}\right\}$,利用向量的加法运算及菱形对角线的特征,$\boldsymbol{e}_a+\boldsymbol{e}_b$ 将 $\boldsymbol{e}_a$ 与 $\boldsymbol{e}_b$ 的夹角平分,于是 $\boldsymbol{c}=\lambda(\boldsymbol{e}_a+\boldsymbol{e}_b)$,$\lambda>0$,由条件 $|\boldsymbol{c}|=3\sqrt{42}$,得 $\lambda=63$,从而 $\boldsymbol{c}=\{-3,15,12\}$.

习题选解

习 题 6.1(B)

1. 设风速为每小时 48 km,风向为东北. 一架飞机相对于风以每小时 160 km 的速度飞行,由飞机的尾翼到飞机的头部的指向是东南方向. (1) 求飞机相对于地面的速度大小;(2) 飞机相对于地面的飞行方向是什么?

解 (1) 飞机相对于地面的速度大小为$\sqrt{48^2+160^2}$ km/h$=\sqrt{27\,904}$ km/h$\approx$167 km/h.

(2) 设风速为 $\boldsymbol{v}_1$,飞机相对于风的速度为 $\boldsymbol{v}_2$,飞机相对于地面的速度为 $\boldsymbol{v}_3$,则 $\boldsymbol{v}_3=\boldsymbol{v}_1+\boldsymbol{v}_2$. 从而,$\tan\theta=160/48=10/3$,$\varphi=\arctan(10/3)-\pi/4=\arctan(7/13)\approx28.3°$,即飞机相对于地面的飞行方向是东偏南 28.3°.

6.2 向量的点积与叉积

内容提要

1. 向量点积与叉积的定义、坐标表示、运算性质、几何意义以及物理意义.

2. 向量点积与叉积的区别.

3. 向量混合积的定义、坐标表示及其几何意义.

释 疑 解 惑

1. 设 $\boldsymbol{a}$ 为非零向量，如果 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$ 或 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}$，则一定有 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$ 成立吗？

答　不一定. 例如，取 $\boldsymbol{a}=\{1,0,1\}$，$\boldsymbol{b}=\{1,1,0\}$，$\boldsymbol{c}=\{0,1,1\}$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=1$，但 $\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{c}$. 又例如，取 $\boldsymbol{a}=\{1,0,1\}$，$\boldsymbol{b}=\{1,1,0\}$，$\boldsymbol{c}=\{0,1,-1\}$，则 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}=\{-1,1,1\}$，但 $\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{c}$.

2. 向量点积与叉积的主要区别是什么？

答　两向量 $\boldsymbol{a}=\{a_x,a_y,a_z\}$ 与 $\boldsymbol{b}=\{b_x,b_y,b_z\}$ 的点积是一个数量：

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z.$$

两向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的叉积是一个向量，其大小为 $|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\sin(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$，其方向与 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 都垂直，且 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$ 构成右手系. 如果按坐标运算，则有 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\a_x&a_y&a_z\\b_x&b_y&b_z\end{vmatrix}$.

向量的点积和叉积在物理、力学及几何上都有广泛的应用，例如，在力 $\boldsymbol{F}$ 的作用下，物体从点 A 沿直线运动到点 B 所做的功可以表示为 $W=\boldsymbol{F}\cdot\overrightarrow{AB}$；而流速为 $\boldsymbol{v}$ 的流体沿单位法向量 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}$ 流过面积为 A 的截面的流量为 $Q=(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}})A$. 设一刚体绕一轴旋转，角速度为 $\boldsymbol{\omega}$，则刚体上任一点 M 的速度为 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}$，其中 $\boldsymbol{r}$ 是刚体上从旋转轴指向点 M 的向量.

范 例 分 析

例 1　设向量 $\boldsymbol{a}$ 与单位向量 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{|\boldsymbol{a}+x\boldsymbol{b}|-|\boldsymbol{a}|}{x}$.

解　由 $|\boldsymbol{a}|^2=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}$，则

$$\lim_{x\to 0}\frac{|\boldsymbol{a}+x\boldsymbol{b}|-|\boldsymbol{a}|}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{|\boldsymbol{a}+x\boldsymbol{b}|^2-|\boldsymbol{a}|^2}{x(|\boldsymbol{a}+x\boldsymbol{b}|+|\boldsymbol{a}|)}=\lim_{x\to 0}\frac{2(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})+x|\boldsymbol{b}|^2}{|\boldsymbol{a}+x\boldsymbol{b}|+|\boldsymbol{a}|}=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|}=\frac{1}{2}.$$

例 2　证明 $|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|^2+(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2=|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2$.

证　$|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|^2+(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2=|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2\sin^2(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})+|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2\cos^2(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})=|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2$.

例 3　利用向量证明不等式 $\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}\geqslant|a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3|$，其中 $a_i,b_i,i=1,2,3$ 为任意实数，并指出等号成立的条件.

证　设 $\boldsymbol{a}=\{a_1,a_2,a_3\}$，$\boldsymbol{b}=\{b_1,b_2,b_3\}$，由 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$ 得

$$|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}||\cos(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})|\leqslant|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|,$$

即

$$\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}\geqslant|a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3|.$$

由上式可以看出，要使等式成立，则 $|\cos(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})|=1$，即 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，亦即 $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}$.

习题选解

习　题　6.2(A)

5. 设向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}=\{2,-1,2\}$ 共线，且满足关系 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-18$，求向量 $\boldsymbol{a}$.

解　由于 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线，于是有 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$，$\lambda$ 为待定常数，加上条件 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-18$，得到

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\lambda,\quad a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=-18.$$

解方程组得 $\lambda=-2$，因此向量 $\boldsymbol{a}=\{-4,2,-4\}$.

7. 已知平行四边形的三个顶点是(0,0,0)，(1,5,4)，(2,−1,3)，求它的面积.

解　记 $O(0,0,0)$，$A(1,5,4)$，$B(2,-1,3)$，则$\overrightarrow{OA}=\{1,5,4\}$，$\overrightarrow{OB}=\{2,-1,3\}$，于是所求平行四边形的面积为$|\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}|=|\{1,5,4\}\times\{2,-1,3\}|=|\{19,5,-11\}|=13\sqrt{3}$.

8. 求同时垂直于$\{1,-3,2\}$与$\{-2,1,-5\}$的向量.

解　由叉积的定义即得，同时垂直于两给定向量的向量为

$$\boldsymbol{a}=k\{1,-3,2\}\times\{-2,1,-5\}=k\{13,1,-5\},k\text{ 为任意非零实数}.$$

习　题　6.2(B)

3. 证明混合积 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})$的绝对值等于以 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 为邻边所张成的平行六面体的体积.

证　由 $\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 所张成的底面面积为$|\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}|$，记 $\boldsymbol{f}=\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}$，则平行六面体的高为 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{f}$ 上投影的绝对值，即 $h=|\boldsymbol{a}||\cos(\boldsymbol{a},\boldsymbol{f})|$，从而其体积为

$$V=|\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}|h=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}||\cos(\boldsymbol{a},\boldsymbol{f})|=|\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})|.$$

6.3　直线与平面

内容提要

1. 直线的方程、直线的方向向量与方向数.

2. 平面的方程、平面的法向量.

释疑解惑

1. 直线的方程有哪些常见形式？

答　过点 $P_0(x_0,y_0,z_0)$，方向向量为 $\boldsymbol{v}=\{a,b,c\}$ 的直线的方程有如下形式.

方程名称	方程形式	方程名称	方程形式
对称式（点向式）	$\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$	一般式	$\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0,\\A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\end{cases}$
参数式	$x=x_0+at,y=y_0+bt,z=z_0+ct$，其中，$t$ 为参数	向量式	$\{x,y,z\}=\{x_0,y_0,z_0\}+t\{a,b,c\}$

2. 平面的方程有哪些常见形式？

答　过点 $P_0(x_0,y_0,z_0)$，法向量为 $\boldsymbol{n}=\{A,B,C\}$ 的平面的方程有如下形式.

方程名称	方程形式	方程名称	方程形式
对称式（点法式）	$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$	截距式	$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$
一般式	$Ax+By+Cz+D=0$		

3. 什么是直线的方向向量？直线的方向向量是唯一的吗？什么是平面的法向量？平面的法向量是唯一的吗？

答　平行于直线的非零向量称为直线的方向向量，由此知直线的方向向量显然不唯一. 垂直于平面的非零向量称为平面的法向量，平面的法向量也不唯一.

范例分析

例 1　求过直线 $L:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{-1}$ 且垂直于平面 $\pi:3x-y+2z+7=0$ 的平面方程.

解　所求平面过点 $(1,2,3)$，其法向量同时垂直于直线的方向向量 $\boldsymbol{v}=\{2,1,-1\}$ 和平面 π 的法向量 $\boldsymbol{n}=\{3,-1,2\}$，于是，有 $\boldsymbol{n}_1=\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{v}=\{3,-1,2\}\times\{2,1,-1\}=\{-1,7,5\}$，故所求平面的方程为 $(x-1)-7(y-2)-5(z-3)=0$.

习题选解

习　题　6.3(A)

8. 用对称式方程和参数式方程表示直线 $\begin{cases}x-y+z=1,\\2x+y+z=4.\end{cases}$

解　直线的方向向量为 $\boldsymbol{v}=\{1,-1,1\}\times\{2,1,1\}=\{-2,1,3\}$，在直线上任取一点 $(3,0,-2)$，则直线的对称式方程为 $\frac{x-3}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$，参数式方程为 $x=3-2t,y=t,z=-2+3t$，t 为参数.

习　题　6.3(B)

2. 求直线$\begin{cases}x+y+3z-5=0,\\2x-y+z-2=0\end{cases}$的方向余弦.

解　直线的方向向量为$\boldsymbol{v}=\{1,1,3\}\times\{2,-1,1\}=\{4,5,-3\}$，于是，直线的方向余弦为

$$\cos\alpha=4/\sqrt{50},\quad \cos\beta=5/\sqrt{50},\quad \cos\gamma=-3/\sqrt{50}.$$

6.4　直线与平面的位置关系

内容提要

1. 两直线之间的位置关系，两直线的夹角，两直线平行与垂直的充要条件，两异面直线之间的距离.

2. 两平面之间的位置关系，两平面的夹角，两平面平行与垂直的充要条件.

3. 直线与平面之间的位置关系，直线与平面的夹角，直线与平面平行与垂直的充要条件.

4. 平面束方程及其应用.

5. 点到平面的距离、点到直线的距离.

释疑解惑

1. 如何求两条异面直线之间的距离?

答　两条异面直线之间的距离是指它们的公垂线上两垂足之间的距离. 设有两条异面直线L_1,L_2，对应的方向向量分别为$\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2$，$P_1,P_2$分别是直线$L_1,L_2$上的已知点，则两条异面直线$L_1,L_2$之间的距离就是向量$\overrightarrow{P_1P_2}$在公垂线的方向向量$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_1\times\boldsymbol{v}_2$上投影的绝对值，即

$$d=|\mathrm{Proj}_{\boldsymbol{v}_1\times\boldsymbol{v}_2}\overrightarrow{P_1P_2}|=|\overrightarrow{P_1P_2}|\,|\cos(\overrightarrow{P_1P_2},\boldsymbol{v}_1\times\boldsymbol{v}_2)|=\frac{|\overrightarrow{P_1P_2}\cdot(\boldsymbol{v}_1\times\boldsymbol{v}_2)|}{|\boldsymbol{v}_1\times\boldsymbol{v}_2|}.$$

2. 经过直线$\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0,\\A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\end{cases}$的平面束方程具有如下形式:

$$\lambda(A_1x+B_1y+C_1z+D_1)+\mu(A_2x+B_2y+C_2z+D_2)=0,$$

为什么方程中有两个待定常数?

答　如果写成形如$A_1x+B_1y+C_1z+D_1+\mu(A_2x+B_2y+C_2z+D_2)=0$的形式，此平面束方程中缺少了平面$A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$，也就是说，无论$\mu$取何值，法