微观经济学

WEI GUAN JING JI XUE

Franklin. M. Fisher 著

刘富华 张小弦 编译

林少宫 审订

·武汉大学理科教材·

武汉大学出版社

微观经济学

Franklin·M·Fisher 著

刘富华　张小弦　编译

林少宫　审订

武汉大学出版社

微观经济学

Franklin. M. Fisher 著

刘富华　张小弦　编译

·

武汉大学出版社出版

（武昌　珞珈山）

新华书店湖北发行所发行　武汉市新华印刷厂印刷

·

787×1092毫米　1/32　7 印张　152 千字

1988年12月第1版　1988年12月第1次印刷

ISBN 7—307—00383—x/F·68

印数：1—1000

定价：1.40元

内容简介

本书是1984年秋天 F. M. Fisher（弗·姆·费希尔）教授为中国读者写的经济学专著，它借助于数理分析的方法对现代微观经济理论作了比较深入的介绍，是学习数理经济学的一本基础读物。书中强调价格体系在有效分配资源、提高经济效益和制定最优计划中的重要作用，对于我们当前正在进行的经济体制改革和经济工作的正常运行有一定的参考价值。

本书共分七章，主要内容有，消费者理论，厂商理论，市场均衡，生产可能性前沿和一般均衡理论。为了读者阅读的方便，译者在书中适当补充了一些计算实例，并在书末加进两个数学附录，还加了适量的练习及答案。本书可作为高等院校经济、管理和应用数学等专业师生的教学参考书，也可供有关经济工作人员参考。

目　录

第一章 绪 言

§1 概 述

这本讲义是我在1984年秋天访问华中工学院期间，在林少宫教授的盛情邀请下写成的。它是对现代微观经济学（即关于家庭、厂商和他们之间的相互作用的研究）的一个评述，既然是评述，就不可能深入地探讨所有的问题，而且，有些问题如寡头垄断理论则完全未涉及。

讲义的绝大部分所分析的经济社会，既不是中国式的，也不是美国式的，而是由所谓“完全竞争”（Perfect Competition）来刻划的一种抽象经济。在这种抽象经济中，所有的经济活动者（家庭和厂商）都是微小的，以致他们对价格没有影响。他们都把价格看作是给定的，从而制定各自的最优决策。最后结果将视这些决策的相互作用而定。

尽管抽象的完全竞争经济不是一种实在的经济，但仍然有足够的理由来研究它。正如我们后面将要看到的，这样一种经济有很强的效率性质，因而背离完全竞争将是经济缺乏效率的一个根源。这就使我们有可能去分析美国经济中对垄断经济的处置，而且更一般地，去考虑完全竞争模式遭到破坏时的其他情形，比如污染问题，或者防卫费用的处置，等等。

从中国经济的观点看来，更重要的是，完全竞争经济的

研究确实对中央计划经济的理论和实践有重要的参考价值。在如何分配资源的决策方面（每一种财货生产多少），如何组织这种生产，以及如何分配最终财货的决策（可以作出不止一种决策）。这些决策是极端复杂的。在一个中央计划经济里，原则上，它们是由中央做出的。这就要求有广泛的、详细的信息。然而，实际上为了把中央的决策付诸实施，还要在中央决策的规范内，或多或少地把权力分散到地区去作出次要的决策。

作为对比，在完全竞争的经济里，这些决策是由每个追求自身利益、表面上互不联系的一个个经济活动者作出的。这些经济活动者得不到也不需要得到象制定中央计划所要求的那种详尽信息，他们面对着的价格包含了他们所需要的一切信息。令人注目的是，其结果不仅是协调的，而且甚至在一种确切意义上是有效率的。

因此，作为中央计划经济的一种运行方式，可以通过使用价格体系和模仿完全竞争经济的运行，给人们以一套指令，这是特别重要的，因为最终我们将会看到，有一个基本定理表明，我们可以按照这种方式来使用价格体系，决非偶然。在相当一般的条件下，资源分配问题的任何有效解都意味着存在一种相应的价格体系，使得按照完全竞争方式使用这种体系可以导致这个解。不管这个经济是否是中央计划的，也不管中央计划者最初是否考虑到价格，这都是对的。

因此，价格在最优计划中起着核心的作用，而适当运用价格、市场和私人激励是取得经济效率的一种重要手段。当然，如何制定价格是关键所在，如果任意制定价格，则必定出现低效率。但是，如果价格被正确地制定，则对大量详尽的信息的需要就会消失。

虽然我很不熟悉中国经济，但是看来，至少作为对单纯中央计划的补充，市场导向的价格体系机制的运用正在增加。因此，我希望这本讲义能对中国有用。

我必须从研究完全竞争经济中一个个经济活动者的行为开始，而在此之前有必要做一些数学上的准备。

§2 数学预备知识

一般来说，我将利用微积分，并且假定所有函数至少二次可微。

1. 齐次函数

定义 一个函数 $F(\boldsymbol{x})$ 称为"r阶齐次"的，其中$\boldsymbol{x}=(x_1, \cdots, x_n)$，当且仅当对所有实数 $k\neq 0$ 有

$$F(k\boldsymbol{x})=k^r F(\boldsymbol{x}) \tag{1}$$

（通常人们感兴趣的是$k>0$的情形）

特别，如果 $F(\boldsymbol{x})$ 为r阶齐次的，则

$$F_i(\boldsymbol{x})=\frac{\partial F}{\partial x_i}$$

为r-1阶齐次的。

齐次函数的欧拉（Euler）定理 设$F(\cdot)$为r阶齐次的，则

$$\sum_i x_i F_i(\boldsymbol{x})=rF(\boldsymbol{x}) \tag{2}$$

证明 由式（1）两边对k求导，得

$$\sum_i x_i \frac{\partial F(k\boldsymbol{x})}{\partial(kx_i)}=rk^{r-1}F(\boldsymbol{x})$$

令$k=1$，即得所证的不等式。

2. 带有约束的最优化

设$\boldsymbol{x}=(x_1,\cdots, x_n)$，并且考虑最大值问题：

$$\begin{cases} \max & F(\boldsymbol{x}) \\ \text{s.t.} & G(\boldsymbol{x})=0 \end{cases} \tag{3}$$

（$F(\boldsymbol{x})$ 不必为齐次的。把约束条件推广到更一般的情形是简单的）。

定义 “拉格朗日”（Lagrange）函数：

$$\mathrm{L}\ (\boldsymbol{x},\ \lambda)=F(\boldsymbol{x})-\lambda G(\boldsymbol{x}) \tag{4}$$

其中，待定常数 λ 称为“拉格朗日乘子”（Lagrange multiplier）。它有以下性质：

定理 设 $G(\boldsymbol{x})$ 的一阶偏导数在最优点不全为零，为了 $\boldsymbol{x}^*$ 是以上所述最优化问题（3）的一个解，其必要条件是存在一个纯量 λ^*，使得在（$\boldsymbol{x}^*$，λ^*）处，L（$\boldsymbol{x}$，λ）的所有一阶偏导数全为零。

证明 设 $G_1(\boldsymbol{x}^*)\neq 0$ （注：$G_1=\dfrac{\partial G}{\partial x_1}$）。根据隐函数定理，$x_1$ 可以在 $\boldsymbol{x}^*$ 的一个邻域中表示成 x_2，…，x_n 的一个可微函数。设 $x_1=H\ (x_2,\cdots,\ x_n)$，则问题（3）化为

$$F(\boldsymbol{x})=F[H\ (x_2,\ \cdots,\ x_n),\ x_2,\ \cdots,\ x_n]$$

的无条件极值问题。故在最大值点 $\boldsymbol{x}^*$ 处必有

$$\frac{\partial F}{\partial x_k}(\boldsymbol{x}^*)=0,\ k=2,\ \cdots,\ n$$

即

$$F_k(\boldsymbol{x}^*)+\frac{\partial F}{\partial x_1}\cdot\frac{\partial x_1}{\partial x_k}=0 \tag{5}$$

但

$$\frac{\partial x_1}{\partial x_1}=-\frac{\partial G}{\partial x_k}\bigg/\frac{\partial G}{\partial x_1}$$

故（5）式可写为

$$F_k(\boldsymbol{x}^*)+F_1(\boldsymbol{x}^*)\{-G_k(\boldsymbol{x}^*)/G_1(\boldsymbol{x}^*)\}=0$$

取 $\lambda^*=F_1(\boldsymbol{x}^*)\ /G_1(\boldsymbol{x}^*)$，则得

$$L_{x_k}(\boldsymbol{x}^*,\ \lambda^*)=F_k(\boldsymbol{x}^*)-\lambda^* G_k(\boldsymbol{x}^*)=0,\ k=1,\ \cdots,\ n$$

显然 $L_\lambda(\boldsymbol{x}^*, \lambda^*) = G(\boldsymbol{x}^*) = 0$

于是证明了本定理。

现在让我们假定F或者G或者F和G依赖于一个参数b，推广最优化问题，即

$$\begin{cases} \max F(\boldsymbol{x}, b) \\ \text{s.t. } G(\boldsymbol{x}, b) = 0 \end{cases} \text{或} \begin{cases} \min F(\boldsymbol{x}, b) \\ \text{s.t. } G(\boldsymbol{x}, b) = 0 \end{cases} \tag{6}$$

重新定义拉格朗日函数：

$$L(\boldsymbol{x}, \lambda, b) = F(\boldsymbol{x}, b) - \lambda G(\boldsymbol{x}, b) \tag{7}$$

当$\boldsymbol{x}$再次被看作最优解时，$F(\boldsymbol{x}, b)$的最优值将随b而变化，其方式由以下定理给出。

包络（Envelope）定理 设$\boldsymbol{x}^*$表示问题(6)的最优解，且λ^*为其相应的拉格朗日乘子，则$\boldsymbol{x}^*$为b的函数，且

$$\frac{dF}{db}(\boldsymbol{x}^*, b) = L_b(\boldsymbol{x}^*, \lambda^*, b) \tag{8}$$

这个定理很容易直接证明，因$G(\boldsymbol{x}^*, b) = 0$，所以$L(\boldsymbol{x}^*, \lambda^*, b) = F(\boldsymbol{x}^*, b)$

$$\frac{dF}{db} = \sum_{i} L_{x_i} \frac{dx_i}{db} + L_\lambda \frac{d\lambda}{db} + \frac{\partial L}{\partial b}$$

但由上一个定理有

$$L_{x_i}(\boldsymbol{x}^*, \lambda^*, b) = L_\lambda(\boldsymbol{x}^*, \lambda^*, b) = 0$$

故（8）式成立。

推论 假定F不依赖于b，且约束条件$G(\boldsymbol{x}, b)$取如下形式

$$G(\boldsymbol{x}, b) = g(\boldsymbol{x}) - b = 0$$

即约束条件：

$$g(\boldsymbol{x}) = b \tag{9}$$

于是拉格朗日函数：

$$L(\boldsymbol{x}, \lambda, b) = F(\boldsymbol{x}) - \lambda\{g(\boldsymbol{x}) - b\} \tag{10}$$

则
$$\frac{dF(\boldsymbol{x}^*)}{db} = \lambda^* \tag{11}$$

其中λ^*就是最优值点处拉格朗日乘子的值。

证明 由一阶条件：

$$F_i(\boldsymbol{x}) - \lambda g_i(\boldsymbol{x}) = 0, \qquad i = 1, \cdots, n$$

$$g(\boldsymbol{x}) - b = 0$$

可解出$\boldsymbol{x}$和λ的均衡值，记为$\boldsymbol{x}^*$和λ^*。故

$$L(\boldsymbol{x}^*, \lambda^*, b) = F(\boldsymbol{x}^*) - \lambda^*\left\{g(\boldsymbol{x}^*) - b\right\}$$

上式对 b 求导，并利用包络定理和一阶条件得

$$\frac{dF}{db}(\boldsymbol{x}^*) = L_b(\boldsymbol{x}^*, \lambda^*, b) = \lambda^*$$

注意，这个结果可以解释为：拉格朗日乘子度量放宽约束条件人们所愿意支付的以F为计算单位的“价格”。如果问题涉及某函数在一种稀有资源的限制下的最大化，则这个“价格”就是稀有资源以这个最优量作计算单位的价值，它有一种实际的经济解释。在线性规划术语中，它被称为“影子价格”（Shadow Price）。这就是我在概述中所指的一类结果，原先没想到的价格作为效率问题的一部分出现了。

例 求解最大值问题：

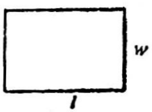

图 1—1

$$\begin{cases} \max \ A = lw \\ \text{s.t.} \ 2l + 2w = p \end{cases}$$

拉格朗日函数为

$$L(l, w, \lambda) = lw - \lambda(2l + 2w - \bar{p})$$

其一阶条件为

$$L = w - 2\lambda = 0$$

$$L_w = l - 2\lambda = 0$$
$$L_\lambda = \bar{P} - 2l - 2w = 0$$

由此解得

$$l = w = \frac{\bar{p}}{4}, \quad \lambda = \frac{l}{2}$$

故

$$A = l^2 = \left(\frac{\bar{p}}{4}\right)^2 = \frac{\bar{p}}{16}$$

$$\frac{dA}{d\bar{p}} = \frac{2\bar{p}}{16} = \frac{\bar{p}}{8} = \frac{l}{2} = \lambda$$

3．凸性和凹性

凸集（Convex Set） 设S为实n维欧氏空间的点集。如果集合S包含联接它的任意两点间的线段，则称它为凸集。换句话说，如果集合S包含点$\boldsymbol{x}^1$和$\boldsymbol{x}^2$，则S必包含所有如下形式的点

$$\boldsymbol{x} = (1-\theta)\boldsymbol{x}^1 + \theta\boldsymbol{x}^2, \quad 0<\theta<1 \tag{12}$$

（如果S只包含一个点，我们仍称S为凸集）。

闭集（Closed Set） 如果集合F包含它的所有极限点，则称它为闭集。换句话说，如果所有的点$\boldsymbol{x}^i \in F$（$i=1, 2, \cdots$），且

$$\boldsymbol{x} \longrightarrow \boldsymbol{x}^0, \qquad i \longrightarrow \infty$$

则$\boldsymbol{x}^0 \in F$

例1 在2维情形下

半平面 $2x_1 - 5x_2 < 6$为凸集但非闭；

半平面 $2x_1 - 5x_2 \leqslant 6$既为凸集又为闭集；

圆环域 $1 \leqslant x_1^2 + x_2^2 \leqslant 4$为闭集但非凸集。

例2 在n维情形下，一个凸多胞形（Convex Polytope）可以由任何有限个点$\boldsymbol{x}^1, \cdots, \boldsymbol{x}^p$的集合生成。多胞形$<\boldsymbol{x}^1, \cdots, \boldsymbol{x}^q>$由所有如下的凸组合

$$\boldsymbol{x} = \theta_1\boldsymbol{x}^1 + \theta_2\boldsymbol{x}^2 + \cdots + \theta_p\boldsymbol{x}^p \tag{13}$$

组成，其中

$\theta_1+\cdots+\theta_P=1$，且 $\theta_j\geqslant 0$，$j=1,\cdots,p$

每一个凸多胞形既为凸集又为闭集。

拟凹（Quasi－Concave）函数　设 x^1，x^2 和 x 的定义如（12）式，如果

$$f(x)\geqslant\min\{f(x^1),\ f(x^2)\}\tag{14}$$

则称 $f(x)$ 为拟凹函数。如果（14）式是严格的不等式，则称 $f(x)$ 为严格拟凹函数。

设 L_b 表示函数 $f(x)$ 在水平 b 的水平集（Level Set），它是包含 x 的定义域之子集，且使得

$$f(x)\geqslant b\tag{15}$$

关于函数 $f(x)$ 的拟凹性和此函数的水平集 L_b 的凸性之间的关系有如下的定理

定理　一个函数 $f(x)$ 的水平集为凸集，当且仅当该函数为拟凹函数。

证明　必要条件：设 x^1 和 x^2 是 $f(x)$ 的定义域中任意两点，且设

$$b=\min\{f(x^1),\ f(x^2)\}\tag{16}$$

则 x^1 和 x^2 均属于 L_b。由于 L_b 为凸集，则它的凸性组合

$$x=(1-\theta)x^1+\theta x^2\tag{17}$$

也属于 L_b。因此

$$f(x)\geqslant b\tag{18}$$

根据（16）和（18）式，$f(x)$ 为拟凹函数。

充分条件：设 L_b 为函数 $f(x)$ 在水平 b 时的水平集合。如果 x^1 和 x^2 都属于 L_b，则

$$f(x^1)\geqslant b,\ f(x^2)\geqslant b$$

因为 $f(x)$ 为拟凹函数，所以对于适合（12）式之 x，有 $f(x)\geqslant b$，即

$$x \in L_b \tag{19}$$

故水平集L_b为凸集。

一般地，$f(x)$ 为拟凹函数的必要与充分条件可以叙述如下：如果n维向量x的可微函数$f(x)$ 为拟凹函数，则

$$(-1)^k \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \cdots f_{1k} & f_1 \\ f_{21} & f_{22} \cdots f_{2k} & f_2 \\ \vdots \cdots & \vdots & \vdots \\ f_{k1} & f_{k2} \cdots f_{kk} & f_k \\ f_1 & f_2 \cdots f_k & 0 \end{vmatrix} \geqslant 0, \quad k=2, \cdots, n \tag{20}$$

当 $x \geqslant 0$ 时，如果行列式的符号，无论是否乘上 $(-1)^k$，结果都相同，则函数 $f(x)$ 是拟凹的。

如果（20）式是严格的不等式，则函数是严格拟凹的，且在限制条件下的极大问题的三阶条件就可以得到满足。

凹函数（Concave function）一个函数 $f(x)$ 称为凹函数，是指它满足下列条件：

$$f[(1-\theta)x^1+\theta x^2] \geqslant (1-\theta)f(x^1)+\theta f(x^2)$$

$$0<\theta<1 \tag{21}$$

其中x^1和x^2为凸域（Convex domain）中的任意两点。

条件（21）说明，在x^1和x^2之间的线段内，一个凹性函数的值不能小于由线性补插法所得的线性函数的值，在这种情况下，当自变数增加时，函数的斜率绝不会增加。如图1-2所示。只有当$x^1 \neq x^2$时，(21)式为严格的不等式，函数$f(x)$ 才为严格凹函数。在联接 x^1 和 x^2 的线段内，一个严格凹函数的值大于由补插法所得的线性函数的值。在此情况下，函数的斜率是递减的。一个凹函数，其局部极大值就是

整体极大值。

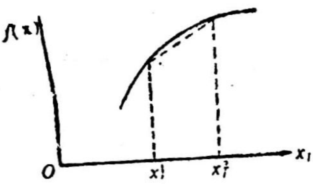

图1—2

凸函数（Convex function）一个函数 $f(\boldsymbol{x})$ 称为凸函数，是指（—）f为凹函数。于是（21）式的不等号则应颠倒过来。

如果我们定义 $g(\theta)$ 为

$$g(\theta)=f[(1-\theta)\boldsymbol{x}^1+\theta\boldsymbol{x}^2]$$

则（21）式表示为

$$g(\theta)\geqslant(1-\theta)g(0)+\theta g(1) \quad (0\leqslant\theta\leqslant1) \qquad (22)$$

容易证明，如果$g''(\theta)\leqslant0$，则不等式（22）成立。

事实上，如果对 $0\leqslant\theta\leqslant1$，我们定义

$$F(\theta)=g(\theta)-(1-\theta)g(0)-\theta g(1) \qquad (23)$$

则 $F(\theta)$ 满足下列条件：

$$F(0)=F(1)=0$$

$$F''(\theta)=g''(\theta)\leqslant0,\ 0\leqslant\theta\leqslant1 \qquad (24)$$

现在证明

$$F(\theta)\geqslant0,\ 0<\theta<1 \qquad (25)$$

如果结论（25）不成立，则在区间[0，1]的某个内点必有 $F(\theta)<0$。于是 $F(\theta)$ 在某个内点θ_0取得极小值。而根据微积分知识，这时要求

$$F'(\theta_0)=0,\ F''(\theta_0)>0$$

但这是不可能的，因为 $F''(\theta)\leqslant0$。

因此，$f(\boldsymbol{x})$ 为凹函数是指

$$\frac{d^2}{d\theta^2}f[(1-\theta)\boldsymbol{x}^1+\theta\boldsymbol{x}^2]\leqslant0,\ 0\leqslant\theta\leqslant1 \qquad (26)$$

通过计算，上式等价于下列条件：