全国高职高专教育"十一五"规划教材

应用高等数学

曾庆柏　主编

高等教育出版社
Higher Education Press

全国高职高专教育“十一五”规划教材

应用高等数学

曾庆柏　主编

高等教育出版社
Higher Education Press

内容提要

本书是全国高职高专教育“十一五”规划教材，是根据教育部制定的“高职高专教育专业人才培养目标及规格”和“高职高专教育基础课程教育基本要求”，并结合当前高职高专院校高等数学课程改革的实际编写的。

本书的主要内容为函数、极限、连续，导数与微分，导数的应用，不定积分，定积分及其应用，多元函数微积分，微分方程，级数等。

全书分为8大模块，各大模块又分为若干小模块，每个小模块约含2课时的教学内容，包括“案例研究”、“抽象归纳”和“能力训练”三部分。本书按照项目教学法模式编写，以学生的实际应用过程为导向，以能力培养为目标，以实际问题为载体，以学生为中心，力求实现教、学、做一体化。

本书职业教育特色鲜明，可供高等职业院校各类专业使用，也可作为专科学校、广播电视大学、职业和成人院校的教材或教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

应用高等数学/曾庆柏主编. —北京：高等教育出版社，2008.6

ISBN 978-7-04-024339-0

Ⅰ.应…　Ⅱ.曾…　Ⅲ.高等数学-高等学校：技术学校-教材　Ⅳ.O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第067277号

策划编辑 邓雁城　**责任编辑** 张晓晶　**封面设计** 张　楠　**责任绘图** 尹　莉
版式设计 余　杨　**责任校对** 张　颖　**责任印制** 毛斯璐

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100120	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	国防工业出版社印刷厂	畅想教育	http://www.widedu.com
开　　本	787×960　1/16	版　　次	2008年6月第1版
印　　张	19	印　　次	2008年6月第1次印刷
字　　数	350 000	定　　价	25.80元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

物料号　24339-00

前　言

本书是依据教育部“高职高专教育专业人才培养目标及规格”和“高职高专教育基础课程教育基本要求”,并结合当前高职高专院校数学课程改革的实际编写的,是高职高专各类专业应用数学课程的通用教材。

本书的主要内容为函数、极限、连续,导数与微分,导数的应用,不定积分,定积分及其应用,多元函数微积分,微分方程,级数等。为了精简教学内容,提高教学效率,并考虑到高等职业教育的实际情况,本书将内容分模块编排。全书共分为8大模块,各大模块内约2课时的内容组成一个小模块,各小模块又分为“案例研究”、“抽象归纳”、“能力训练”三个模块。本书按照“项目教学法”模式编写,以学生的实际应用过程为导向,以能力培养为目标,以实际问题为载体,以学生为中心,力求实现教学做一体化。

本书具有以下特色:

1. 简易化。考虑到目前中等职业教育毕业生和普通高中毕业生均已学习了函数、极限、导数等知识,因此,对这些内容作了简化。这样既可做到高职数学与普通高中数学紧密衔接,又可缩减篇幅,节约教学课时。本书对概念的阐述简明扼要,或直接从应用中获得知识的一般特性,如定积分概念、幂级数的处理等,不去过多地追求知识的系统性和严密性,以降低教学的难度。

2. 形象化。本书尽量按照辩证唯物论的认识论,即由特殊到一般,再由一般到特殊的认识过程编写。引进重要的数学概念和定理时,在保证数学概念的准确性的原则下,尽量借助几何直观图形、物理意义、经济意义或生活体验来解释这些概念和定理,如多元复合函数导数的链式法则的导出、QQ级数的计算等,使抽象的数学概念形象化。

3. 模式化。每个小模块按照“案例研究→抽象归纳→能力训练”的现代职业教育“三阶段”模式展开。第一阶段为“案例研究”,提出了一个或多个实际中的应用例子,并配置了照片或图形,以创设真实的工作情景,提高学生的学习兴趣。第二阶段为“抽象归纳”,通过学生和教师共同对案例的探索,或抽象出一般规律,或提出尚待解决的问题,自然过渡到第二阶段教学。在这一过程中,需要对知识进行延伸、整理和总结,构建知识的逻辑体系,然后解决案例中提出的问题。第三阶段为“能力训练”。抽象归纳完成后,学生所获得的仅仅是知识,要形成能力,需要重复训练。因此,在第三阶段中提出了一些与例题类似的问题,要求学生独立思考,或与同学、教师讨论完成,以达到本模块要求的能力

目标。

4. 信息化。本书将传统计算与信息技术有机结合，在每个大模块后面都设置了“数学实验”栏目，介绍了用 MATLAB 软件解决本模块中提出的计算、绘图等问题的方法，引导学生解决了实际问题中常常遇到的繁杂计算难题，为实现高职高专数学教学中“淡化技巧，突出应用”的目标提供了有力的技术手段。

5. 现代化。书中所选的案例、例题或能力训练题，大都是社会经济、能源、信息、环保、交通、通讯、军事等现代科技领域内的热点问题，例如 Excel 中的函数、水温的变化、冰水吸收热量与温度的函数关系、碳 – 14 的衰减速度、火箭的加速度、易拉罐的设计、面包价格的确定、眼镜片的曲率、悬崖的高度、列车的制动点、太阳能的能量、天然气的产量、窗户的采光面积、导弹的行程、放射物的泄漏、石油的产量、果汁的价格、柯布 – 道格拉斯生产函数、孙子以何种速率花掉祖父的资产、储存箱的制作、城市人口密度、环境污染问题、QQ 级数的计算、多项式逼近等，其中许多是作者的创新成果，体现了数学与现代生活相结合的先进性思想。

6. 立体化。本书根据信息技术中立体化思想编写，将数学语言、图形、说明、训练等多项信息集于一体，从而缩减了篇幅，增加了可读性。本书还编有电子教案、多媒体课件和网络课件，实现了教材的立体化。

书中未加“*”号的内容为各专业必修内容。加有“*”号的内容供不同专业选修。用小号字排版的内容，供学有余力的学生选修。

本书教学课时约为 68 课时，若每周 4 课时，则可用一个学期学完。各模块课时安排为：预备知识 6 课时，导数与微分 8 课时，导数的应用 8 课时，不定积分 6 课时，定积分及其应用 10 课时，多元函数微积分 12 课时，微分方程 6 课时，级数 8 课时。数学实验可分散讲授，也可集中讲授，约 4 课时。

书后附有 MATLAB 常用函数、部分数学词汇汉英对照、本书出现的部分数学家简介、初等数学常用公式、能力训练答案或提示、参考书目，供学生学习时查用。

本书由湖南对外经济贸易职业学院曾庆柏主编，参加研讨和编写的人员有：刘建文（湖南交通职业技术学院），邹淑桢（湖南交通工程职业技术学院），李烁、彭秀颀（湖南现代物流职业技术学院），曹令秋（衡阳财经工业职业技术学院），徐赛华、暨百南（长沙职业技术学院），侯文星（郴州职业技术学院），庄大银（湖南司法警官职业学院），毛国（湘西民族职业技术学院），易涤尘（湖南对外经济贸易职业学院），唐宋成、谭洁琦（湖南生物机电职业技术学院），盛光进（长沙民政职业技术学院），谢再新（邵阳职业技术学院），陈珊（湖南工业职业技术学院），周霞中（益阳职业技术学院），陈晓霞（长沙商贸旅游职业技术学院），魏开明、雷小零（湖南大众传媒职业技术学院），唐轮章（湖南化工职业技术学院），喻西

（长沙环保职业技术学院），李杰（株洲职工大学），谢沙金、莫曲平（湖南商务职业技术学院），欧平（张家界航空工业职业技术学院），舒华（湖南科技职业技术学院），刘勇（娄底职业技术学院），徐红（岳阳职业技术学院），李涛（怀化职业技术学院）。

保险职业学院的吴金文教授作为本书的主审，全程参与了本书的审纲、组稿和审稿等工作，提出了许多建设性的意见，在此深表感谢！

本书虽经多次修改，但由于编者水平有限，不足之处在所难免，欢迎专家和广大师生批评指正。

编者

2008年3月

目　录

模块 1

预 备 知 识

1.1 函数

案例研究

案例 1.1.1　Excel 中的函数:如图 1 − 1 所示,在 Excel 窗口中的第 A 列依次输入 10 个数,然后在第 B 列的第一行中输入公式"$=3+A1\hat{}2$",按"回车"键后得到对应的 B1 单元的值为 7.向下拖动 B1 单元右下角的黑点,依次可得 B2,B3,…,B10 单元对应的值.

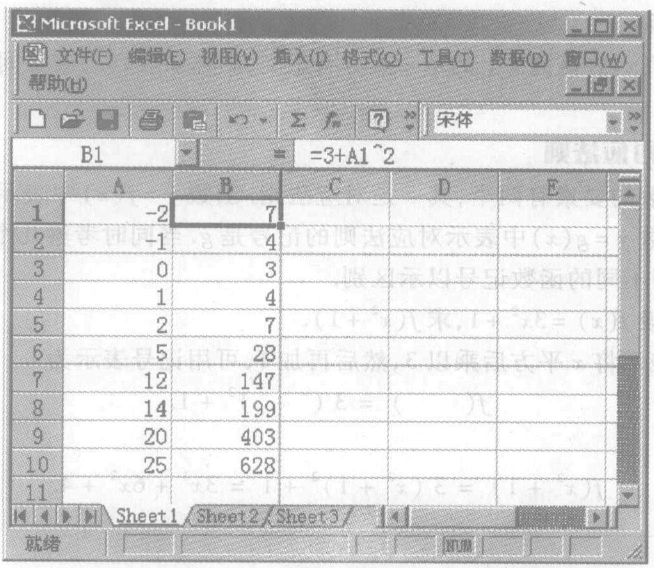


图 1 − 1

设集合 $A=\{-2,-1,0,1,2,5,12,14,20,25\}$，$B=\{3,4,7,28,147,199,403,628\}$，则对于集合 A 中的每一个数，按照法则“ $=3+A_i$^2”（$i=1,2,\cdots,10$），在集合 B 中有唯一一个数与之对应，我们把这种法则叫做函数.

如果用 x 表示集合 A 中的任意一个数，y 表示集合 B 中对应的数，那么根据法则“ $=3+A_i$^2”知，x 与 y 之间存在关系

$$y=3+x^2,x\in A.$$

我们把 x 与 y 的这种关系称为函数关系.

抽象归纳

以前我们已经学过函数的概念. 通过对案例 1.1.1 的研究，可以进一步加深对函数概念的理解.

▶▶ 函数的定义

设 x,y 是两个变量，D 是一个数集. 若对于 D 内的每一个数 x，按照某个对应法则 f，都有唯一确定的数值 y 和它对应，则称对应法则 f 为定义在数集 D 上的**函数**①，通常简记作

$$y=f(x),x\in D.$$

其中 x 称为**自变量**，y 称为**因变量**，数集 D 称为这个函数的**定义域**.

当 x 取数值 $x_0\in D$ 时，与 x_0 相对应的 y 值称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的**函数值**，记作 $f(x_0)$ 或 $y\big|_{x=x_0}$. 函数 $y=f(x)$ 所有函数值的集合 $M=\{y\,|\,y=f(x),x\in D\}$ 称为函数的**值域**.

若函数 $f(x)$ 在区间 I 上的每一点都有定义，则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上有定义.

▶▶ 函数的对应法则

确定函数的要素有两个，其一是对应法则. 函数 $y=f(x)$ 中表示对应法则的记号是 f，函数 $y=g(x)$ 中表示对应法则的记号是 g. 当同时考察几个不同的函数时，就需要用不同的函数记号以示区别.

例 1　设 $f(x)=3x^2+1$，求 $f(x^2+1)$.

解　f 表示将 x 平方后乘以 3，然后再加 1，可用记号表示为

$$f(\quad)=3(\quad)^2+1.$$

所以

$$f(x^2+1)=3(x^2+1)^2+1=3x^4+6x^2+4.$$

① 习惯上，也称 y 是 x 的函数.

▶▶ 函数的定义域

确定函数的另一个要素是定义域.在实际问题中,函数的定义域是根据问题的实际意义确定的.如案例 1.1.1 中,定义域 $D=\{-2,-1,0,1,2,5,12,14,20,25\}$.

但在数学上作一般性研究时,对于只给出表达式而没有说明实际背景的函数,我们约定:函数的定义域就是使函数表达式有意义的自变量的取值范围.

例 2 求下列函数的定义域:

(1) $y=\sqrt{16-x^2}$.

(2) $y=\dfrac{1}{x+1}+\ln(3-x)$.

解 (1) 使函数 $y=\sqrt{16-x^2}$ 有意义,必须满足 $16-x^2\geqslant 0$,即

$$x^2\leqslant 16.$$

上述不等式的解为 $-4\leqslant x\leqslant 4$.于是,所求函数的定义域为 $[-4,4]$.

(2) 使函数 $y=\dfrac{1}{x+1}+\ln(3-x)$ 有意义,必须满足

$$\begin{cases} x+1\neq 0, \\ 3-x>0. \end{cases}$$

上述不等式组的解为

$$\begin{cases} x\neq -1, \\ x<3. \end{cases}$$

于是,所求函数的定义域为 $(-\infty,-1)\cup(-1,3)$.

▶▶ 函数的表示法

函数常用的表示法有三种,即表格法、图像法和公式法(或解析法).

例 3 某城市 2006 年 12 月 15 日—24 日每天的最高气温如下(单位:℃):

日期(t)	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
气温(H)	14	12	10	10	12	16	15	14	17	18

显然,对于每一个日期 t,都有一个与 t 相对应的唯一最高气温 H.因此,上表给出了一个函数关系.

例 4 经济学家感兴趣的是制造和出售的某一产品的数量 q 如何依赖于其价格 p,即认为数量与价格之间存在函数关系.产品的需求量 q 是价格 p 的函数,称为**需求函数**,其图像称为**需求曲线**;产品的供给量 q 是价格 p 的函数,称为供

给函数,其图像称为**供给曲线**.试判断图 1-2 中的曲线,对于一般商品来说,哪一条为需求曲线?哪一条为供给曲线?并说明理由.

解 因为对于一般商品来说,价格越高,需求量越少,而供给量越大,所以图 1-2(1) 中的曲线为供给曲线,图 1-2(2) 中的曲线为需求曲线.

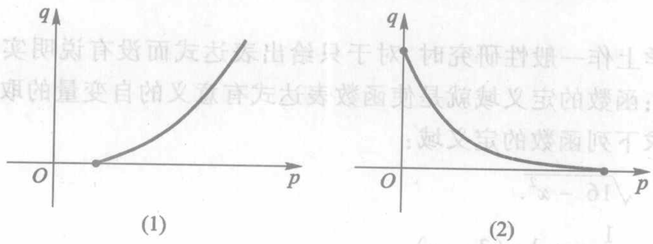


图 1-2

例 5 求下列函数的定义域、值域,并作出其图像:

(1) $y=f(x)=2$.

(2) $y=f(x)=|x|=\begin{cases} x, & x\geqslant 0, \\ -x, & x<0. \end{cases}$

解 (1) 因为当 $x\in(-\infty,+\infty)$ 时,变量 y 都有唯一确定的值 2 和它相对应,即函数在 $(-\infty,+\infty)$ 内的每一点都有定义,所以这个函数的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$,值域 $M=\{2\}$.它的图像是一条平行于 x 轴的直线(图 1-3).

(2) 函数的定义域 $D=(-\infty,0)\cup[0,+\infty)=(-\infty,+\infty)$,值域 $M=[0,+\infty)$.它的图像如图 1-4 所示,是一条折线.

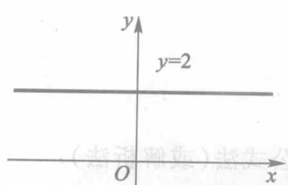


图 1-3

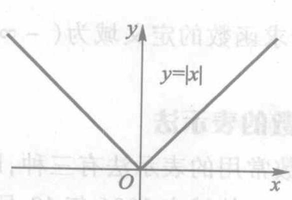


图 1-4

我们看到,本例第(2)小题中的函数,在其定义域内的不同区间上用不同的解析式表达,这样的函数通常称为**分段函数**.例如,函数

$$y=f(x)=\begin{cases} 1-x, & -1\leqslant x<0, \\ 1+x, & x\geqslant 0 \end{cases}$$

是一个分段函数.它的定义域 $D=[-1,0)\cup[0,+\infty)=[-1,+\infty)$.当 $x\in[-1,0)$ 时,对应的解析式为 $f(x)=1-x$;当 $x\in[0,+\infty)$ 时,对应的解析式为 $f(x)=1+x$.

注意 分段函数是定义域上的一个函数,不要理解为多个函数. 分段函数要分段求值,分段作图.

▶▶ 函数的几种特性

函数的特性主要有单调性、奇偶性、有界性和周期性.

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D,区间 $I\subseteq D$.

若对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2,当 $x_1<x_2$ 时,都有 $f(x_1)<f(x_2)$,则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是**单调增加**的,区间 I 称为**单调增区间**;若对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2,当 $x_1<x_2$ 时,都有 $f(x_1)>f(x_2)$,则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是**单调减少**的,区间 I 称为**单调减区间**. 单调增加和单调减少的函数统称为**单调函数**,单调增区间和单调减区间统称为**单调区间**.

设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称. 若对于任一 $x\in D$,都有 $f(-x)=-f(x)$ 成立,则称 $f(x)$ 为**奇函数**. 若对于任一 $x\in D$,都有 $f(-x)=f(x)$ 成立,则称 $f(x)$ 为**偶函数**.

若存在正数 M,使得对任一 $x\in I$,都有 $|f(x)|\leqslant M$,则称函数 $f(x)$ 在区间 I 内**有界**. 若这样的正数 M 不存在,就称函数 $f(x)$ 在区间 I 内**无界**.

若存在一个不为零的数 l,使得对任一 $x\in D$,有 $(x\pm l)\in D$,且 $f(x+l)=f(x)$ 恒成立,则称 $f(x)$ 为**周期函数**,l 称为 $f(x)$ 的**周期**. 通常,周期函数的周期是指**最小正周期**.

例如,$f(x)=\sin x$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上是单调增加的,在 $\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$ 上是单调减少的;$f(-x)=\sin(-x)=-\sin x=-f(x)$,因此 $f(x)=\sin x$ 是奇函数;对任一 $x\in(-\infty,+\infty)$,因为 $|\sin x|\leqslant 1$,所以 $f(x)=\sin x$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内有界;又 $f(x+2\pi)=\sin(x+2\pi)=\sin x$,所以 $f(x)=\sin x$ 是周期函数,其周期为 2π.

▶▶ 反函数

在研究两个变量之间的函数关系时,可根据问题的实际需要选定其中一个作为自变量,另一个为函数.

例如,在商品销售中,已知某种商品的价格为 $p(p>0)$,设其销售量为 x,销售收入为 y. 当已知销售量 x 时,根据关系式

$$y=px$$

可求得销售收入 y,这里 y 是 x 的函数. 反之,若已知销售收入 y,求对应的销售量 x 时,根据 $y=px$ 可解得关系式

$$x=\frac{y}{p},$$

则给定 y 值，可求得对应的 x 值. 这时 y 是自变量，x 是因变量，x 是 y 的函数. 我们称 $x=\frac{y}{p}$ 为 $y=px$ 的反函数. 一般地，有

反函数的定义 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，值域为 M. 若对于 M 中的每一个 y 值 $(y\in M)$，都可以从关系式 $y=f(x)$ 确定唯一的 x 值与之对应，则确定了一个以 y 为自变量的函数 $x=\varphi(y)$，我们把这个函数称为 $y=f(x)$ 的**反函数**，常记作 $x=f^{-1}(y)$. 这个函数的定义域为 M，值域为 D.

我们知道，函数的自变量和因变量用什么字母表示是无关的. 因此，反函数 $x=f^{-1}(y)$ 通常表示为 $y=f^{-1}(x)$.

如图 1－5 所示，函数 $y=f(x)$ 的图像与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称.

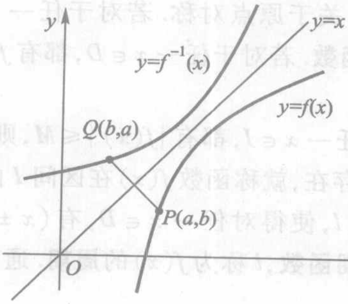


图 1－5

▶▶ 复合函数

在实际中，两个变量的联系有时不是直接的，而是通过另一个变量间接联系起来的. 例如，当运输石油的船只在海洋中发生泄漏事故时，石油污染海水的面积 A 是被污染圆形水面的半径 r 的函数，即

$$A=\pi r^2.$$

而半径 r 又是时间 t 的函数，即 $r=\varphi(t)$. 因此，面积 A 与时间 t 的关系是

$$A=\pi[\varphi(t)]^2.$$

它是由两个函数通过变量 r 构成的，这样的函数称为复合函数.

一般地，设 $y=f(u)$，$u=\varphi(x)$. 若 $y=f(u)$ 的定义域与 $u=\varphi(x)$ 的值域的交集非空，则由 $y=f[\varphi(x)]$ 确定的函数称为 x 的**复合函数**，而 u 称为**中间变量**.

注意 函数 $y=f(u)$ 和 $u=\varphi(x)$ 复合成函数 $y=f[\varphi(x)]$ 后，其定义域不一定是 $u=\varphi(x)$ 的自然定义域. 例如，$y=\ln(x^3)$ 是由函数 $y=\ln u$ 与 $u=x^3$ 复合而成的，其定义域为 $(0,+\infty)$，它是函数 $u=x^3$ 的定义域 $(-\infty,+\infty)$ 的非空子集.

例 6 写出下列各组函数的复合函数：

(1) $y=u^2, u=\sin x$.

(2) $y=\sin u, u=x^2$.

解 (1) 将 $u=\sin x$ 代入 $y=u^2$ 得所求的复合函数是：$y=(\sin x)^2$.

(2) 将 $u=x^2$ 代入 $y=\sin u$ 得所求的复合函数是：$y=\sin x^2$.

上例表明，复合顺序不同，所得的复合函数是不同的.

例 7 指出函数的复合过程：(1) $y=\sin e^x$；(2) $y=\ln\cos x^2$.

解 (1) $y=\sin e^x$ 的复合过程是：$y=\sin u, u=e^x$.

(2) 函数 $y=\ln\cos x^2$ 的复合过程是：$y=\ln u, u=\cos v, v=x^2$.

基本初等函数

我们以前学习了以下几类函数：

常数函数 $y=C$（C 为常数）；

幂函数 $y=x^\alpha$（α 是常数）；

指数函数 $y=a^x$（$a>0, a\neq 1, a$ 为常数）；

对数函数 $y=\log_a x$（$a>0, a\neq 1, a$ 为常数）；

三角函数 $y=\sin x, y=\cos x, y=\tan x, y=\cot x, y=\sec x, y=\csc x$；

反三角函数 $y=\arcsin x, y=\arccos x, y=\arctan x, y=\operatorname{arccot} x$.

这六类函数统称为**基本初等函数**.

初等函数

由基本初等函数经过有限次四则运算或有限次复合而成的并可用一个式子表示的函数，叫做**初等函数**.

例如，$y=\sqrt{1+x^2}+\dfrac{1}{x}$，$y=2^x\sin x+\cos(2x+1)$，$y=\dfrac{x\ln x}{\sqrt{x^2-1}}$ 等都是初等函数.

注意 分段函数不一定是初等函数. 例如，分段函数

$$y=\begin{cases}1, & x\geqslant 0,\\ -1, & x<0\end{cases}$$

就不是初等函数，因为它不可能由基本初等函数经过有限次四则运算或有限次复合得到. 但分段函数

$$y=\begin{cases}x, & x\geqslant 0,\\ -x, & x<0\end{cases}$$

可以表示为 $y=\sqrt{x^2}$，它可看做 $y=\sqrt{u}$ 和 $u=x^2$ 复合而成的复合函数，因此它是初等函数.

能力训练

1. 填空题：

(1) $y=\sin(\ln x)$的定义域是________.

(2) 函数$y=3\arcsin x$的值域是________.

(3) 函数$y=e^{3x}$的反函数是________.

(4) 函数$y=\sqrt{\sin 2x}$的复合过程是________.

(5) 已知$f(x)=\begin{cases}1+x, x<1,\\ x^2-1, x\geqslant 1,\end{cases}$则$f[f(1)]=$________.

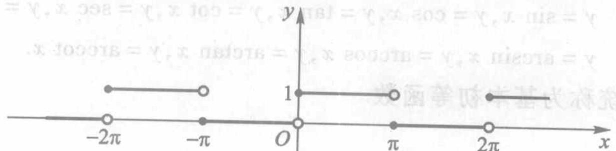
2. 指出下列复合函数的复合过程：

(1) $y=(e^{x+1})^4$.　　(2) $y=\cos^2(3x+1)$.

(3) $y=a^{\ln\sqrt{x}}$.　　(4) $y=\tan(\arccos x^2)$.

3. 设函数$f(x)=\begin{cases}x+1, x<0,\\ 2-x, x\geqslant 0.\end{cases}$求$f(0)$，$f(-1)$，$f(1)$，并画出它的图像.

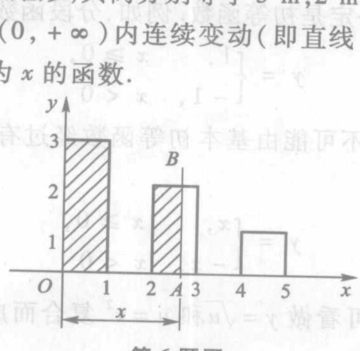
4. 写出如图所示的矩形波函数$f(x)$在一个周期$[-\pi,\pi)$上的函数表达式.



第 4 题图

5. 火车站收取行李费的规定如下：当行李不超过 50 kg 时，按基本运费计算，如从长沙到某地收 0.3 元/kg. 当行李超过 50 kg 时，超过部分按 0.45 元/kg 收费. 试求长沙到该地的行李费y(单位：元)与重量x(单位：kg)(假定x的最大值不超过 400 kg)之间的函数关系式，并画出函数的图像.

6. 如图所示，有三个矩形，其高分别等于 3 m，2 m，1 m，而底皆为彼此相距 1 m 放置. 假定x在区间$(0,+\infty)$内连续变动(即直线AB连续平行移动)，试将阴影部分的面积S表示为x的函数.



第 6 题图

7. 小明暑假第一次去北京.汽车驶上 A 地的高速公路后，小明发现汽车的平均车速是 95 km/h. 已知 A 地直达北京的高速公路全程为 570 km，小明想知道汽车从 A 地驶出后，距北京的路程和汽车在高速公路上行驶的时间有什么关系，以便根据时间估计自己和北京的距离. 你能求出这一关系吗？

8. 某油库有一空储油罐，在开始的 8 min 内，只打开进油管，不打开出油管，油罐的进油至 24 t 后，将进油管和出油管同时打开 16 min，油罐中的油从 24 t 增至 40 t. 随后又关闭进油管，只打开出油管，直至将油罐内的油放完. 假设在单位时间内进油管与出油管的流量分别保持不变. 写出这段时间内油罐的储油量 y（单位：t）与进出油时间 x（单位：min）的函数关系式及相应的 x 取值范围.

9. 某厂生产电冰箱，每台售价 1 200 元. 生产 1 000 台以内可全部销售，超过 1 000 台时经广告宣传优惠服务后，又可多售 500 台. 假定支付广告费为 2 500 元，试将电冰箱的销售收入 y 表示为销售量 x 的函数.

10. 已知汽车刹车后轮胎摩擦的痕迹长 s（单位：m）与车速 v（单位：m/s）的平方成正比，当车速为 30 m/s 时刹车，测得痕迹长为 3 m，求痕迹长 s 与车速 v 的函数关系.

1.2 函数的极限

案例研究

案例 1.2.1　水温的变化：一池 80 ℃ 的热水在温度为 10 ℃ 的自然环境里，水的温度将逐渐降低，随着时间的推移，水温会越来越接近自然温度 10 ℃. 我们把 10 ℃ 称为这池热水的极限温度. 图 1－6 所示的高原温泉则为另外一种情形.

图 1－6