

Zenyang Shangchu
Haoke

怎样上出好课

主编 ● 黄爱华



数学卷
Shuxue Juan



重庆大学出版社
<http://www.cqup.com.cn>

怎样上好课——数学卷

主编 黄爱华

重庆大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

怎样上出好课——数学卷/黄爱华主编. —重庆:重庆大学出版社,2008.5

ISBN 978-7-5624-4492-3

I. 怎… II. 黄… III. 数学课—中小学—教学参考资料
IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 059660 号

怎样上出好课——数学卷

主编 黄爱华

责任编辑:张立武 邬小梅 版式设计:雷少波

责任校对:贾 梅 责任印制:赵 晟

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:张鸽盛

社址:重庆市沙坪坝正街 174 号重庆大学(A 区)内

邮编:400030

电话:(023) 65102378 65105781

传真:(023) 65103686 65105565

网址:<http://www.cqup.com.cn>

邮箱:fxk@cqup.com.cn (市场营销部)

全国新华书店经销

四川福润印务有限责任公司印刷

*

开本:880×1230 1/32 印张:9.375 字数:251 千

2008 年 5 月第 1 版 2008 年 5 月第 1 次印刷

印数:1—5 000

ISBN 978-7-5624-4492-3 定价:25.00 元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换
版权所有,请勿擅自翻印和用本书
制作各类出版物及配套用书,违者必究

序一

数学教学的有效性 with 开放性

郑毓信

任一较为关心数学教育的人近期可能都会注意到这样一个现象：“有效的数学教学”现已成为这一领域中一个新的热点问题。例如，它是由教育部北京师范大学基础教育课程研究中心、国家义务教育数学课程标准研制组与新世纪小学数学教材编委会联合主办的“第六届全国新世纪小学数学课程与教学系列研讨会”的共同主题“新课程背景下小学数学课堂教学有效性的研究”；另外，在近期的各级数学教育刊物上我们也可看到大量以此为直接论题的文章。

上述的发展是否有其一定的合理性或必然性？什么又是“有效的数学教学”的正确涵义？在相关的教学实践中我们应如何防止可能的片面性，或者说应如何更好地促进数学教学的深入发展？以下对这三个问题分别作出具体分析：

严格地说，“有效的数学教学”并不是一个全新的论题，因为，这正是中国数学教学传统的一个重要方面，即课堂教学相对于具体目标的高效率性。第一，中国的数学教学每一堂课都有着十分明确的目标。第二，中国的数学教学是围绕所订的目标很好地组织起来的。例如，中国的数学课程通常包括“复习”、“引入”、“讲授”、“练习”、“总结”五个环节，而其中的所有细节，包括时间的分配与板书的设计等，都是围绕所说的目标精

心安排的结果。第三,这事实上也清楚地表明了中国数学教师的实际定位。正如史蒂文森(H. Stevenson)和斯廷格勒(J. Stingler)在其合著的《学习的差距》一书中所指出的:“按照中国的教育思想,好的教师主要地应被看成‘熟练的演绎者’(skilled performer),就像演员或音乐家一样,他们的主要工作是有效地和创造性地去演绎指定的角色或乐曲,而不是直接从事剧本或乐曲的写作。”^①

值得指出的是,在这本书中两位作者以中国(及日本)为对照对美国学校在教学组织形式方面的低效性提出了尖锐批评。例如,对于一年级和五年级学生的一项调查表明:美国教室中真正用于教学的时间分别为70%和65%;中国则是85%与90%(日本是79%与82%)。

然而,作为一个新的热点问题,笔者以为,“有效的数学教学”之所以在当前获得人们的普遍重视有其一定的现实原因:这在很大程度上可看成是对于近年来在教学方法改革中所出现的形式主义倾向的一个直接批判和反对。例如,“有效课堂:数学教学的朴素追求”就是江苏省邳州市教研室在2005年所组织的一次“教师对话”的直接主题,而由与会教师的以下发言我们即可清楚地看到他们的一个共同目标就是克服课程改革中普遍存在的形式主义弊病:

“问题情境不应只是绚丽多彩的生活画面,这些都是情境的外部要素,而非情境的本质。……‘问题’可以来自数学系统外部,即现实生活,当然也可以来自数学知识内部,处理得当,同样可以收到良好的效果。”

“目前,一些数学课堂过分追求‘观赏价值’,非常浅显的问题组织学生讨论,不必分组的内容安排小组学习,显而易见的结论要求学生实践、验证……似乎没有讨论就不是‘探索’,不分小组就没有‘合作’,没有实

^①H. Stevenson & J. Stingler, *The Learning Gap—why our school are failing and what we can learn from Japanese and Chinese Education*, Simon & Schuster, 1992.

践、验证就不会‘发现’。”

“是不是课堂上学生提出一个教师意想不到的问题,或说出一种标新立异的算法就算生成,我认为这是对于‘生成’的一种片面理解。”

“没有思考而生成的内容都应视为无效的泡沫。数学课上,经常有学生作一些不着边际的猜想,教师绝不能冠以‘有个性’的美名加以赞赏,应态度鲜明地进行引导,以免教学偏离轨道,步入低效的窠臼。”^①

从而,“教学的有效性”也就可以被看成从一个角度为促进数学课程改革的深入发展、特别是数学教学方法的改进指明了努力的方向。例如,我们显然就可从这一角度更为深入地思考以下的问题:什么是一个好的情境设计?什么是好的合作学习?我们又应如何去认识动手实践对于数学学习的重要意义?……另外,以下一些论点的提出也可被看成与教学有效性有直接的关系:“主动探究不能被看成数学学习的主要手段”;“数学教学可以如此组织以使学生参与到积极的互动之中但却没有实现任何有意义的数学学习……也会有这样的学生认为在别人看来是很有成效的课堂讨论对其而言只是分散了他对于数学概念与所倾向的方法的注意。”^②

综上所述,由于“有效的数学教学”不仅直接关系到对于中国数学教学传统的很好继承,更有着重要的现实意义,从而就应引起我们的高度重视,包括如何依据现代的教学理论以及课程改革的相关实践对其基本涵义作出正确理解,并切实防止任何可能的片面性或极端化。

二

“究竟什么是有效的数学教学?”为了对这一问题作出解答,我们首先

①聂艳军,等.有效课堂:数学教学的朴素追求[J].小学数学教学,2005(5).

②郑毓信.数学教学方法改革之实践与理论思考[J].中学教研,2004(7,8);郑毓信.数学课程改革2005:审视与展望[J].课程·教材·教法,2005(9).

应认识到这样一点:教学的有效性总是相对于一定的教学目标而言的。其次,就当前而言,我们则又应当明确地强调:作为有效的数学教学,不仅应当十分关注如何能够帮助学生很好地掌握各种具体数学知识与技能,而且也应高度重视如何帮助学生学会数学的思维,包括由思维方法的学习向数学素养的重要过渡,也即充分发挥数学的文化价值。笼统地说,这也就是指我们应强调数学教学相对于所说的数学教育的三维目标的有效性。^①

后一主张应当说也有着重要的现实意义,因为,这正是传统的中国数学教学的一个明显不足,即往往集中于具体的数学知识或技能的学习,而忽视了数学教育的长期目标,包括思维方法的学习,以及情感、态度和价值观的培养。当然,作为问题的另一方面,我们也应看到另一种可能的片面性,即将数学教育的三维目标绝对地隔裂开来、从而在实践中采取了简单组合的做法,甚至以一个方面的收获去取代、补偿另一方面的不足,或是在目标的理解上表现出了任意的泛化,如将一般性的思想教育看成数学教学在情感、态度与价值观方面的主要目标,等等。显然,上述现象的存在也就十分清楚地表明了这样一点——为了真正做到有效的数学教学,我们必须首先弄清这样两个问题:第一,究竟什么是数学思维?我们又应如何帮助学生去学会数学思维?第二,什么是数学的文化价值?我们在数学教学中又应如何很好地体现数学的文化价值?

就前一方面的工作而言,我们应特别提及数学方法论对于数学教学的重要作用,这也就是指,我们应努力做到以思维方法的分析来带动具体数学知识内容的教学,也即通过相关内容的“理性重建”真正将数学课“讲话”、“讲懂”、“讲深”,使学生能够看到活生生的数学研究工作,而不是死

^①显然,这也就十分清楚地表明了这里倡导的“教学的有效性”并不应被理解成“数学教学相对于考试的有效性”。

的数学知识,能真正理解有关的数学内容,而不是囫圇吞枣,死记硬背,并使学生不仅能掌握具体的数学知识内容,也能领会内在的思想方法。^①

另外,如果说在上述方面我们已经取得了一定的进展(这主要是就中学而言,如果将注意力转移到了小学数学教学,这就仍然是一个十分紧迫的任务,即如何能够针对小学数学教学的实际作出相关的研究),那么,如何能够充分发挥数学的文化价值,即通过数学学习帮助学生养成积极的情感、态度与价值观就是一个急待深入研究的重要课题。

具体地说,我们在此首先应深入地思考究竟什么是数学的文化价值?例如,正是通过与语文教学的对照,笔者才较为深切地认识到了这样一点:如果说语文是一种以情感带动知识学习的“情知教学”,那么数学教学就是完全不同的“以知贻情”,其涉及的情感也完全不同:语文教学中所涉及的是人类最为基本的一些感情——人世间的爱恨和冷暖,生命的短暂和崇高,社会历史进程中的神奇和悲欢……;数学课中我们所希望的则是学生能养成一种新的精神——它并非与生俱来,而是一种后天养成的理性精神,一种新的认识方式——客观的研究;一种新的追求——超越现象以认识隐藏于背后的本质(是什么,为什么);一种不同的美感——数学美(罗素形容为“冷而严肃的美”);一种深层次的快乐——由智力满足带来的快乐,成功以后的快乐;一种新的情感——超越世俗的平和;一种新的性格——善于独立思考,不怕失败,勇于坚持……^②

正因为此,数学课与语文课也就有着不同的评价标准:语文课往往充满激情,数学教学则更加提倡冷静的理性分析;语文教学带有明显的个性化倾向,数学则追求普遍的知识,从而数学教学也就必定包括“去情景化、去个人化和去时间化”的过程。最后,数学学习同样涉及人的本性,但这

①郑毓信. 数学方法论入门[M]. 杭州:浙江教育出版社,2006.

②郑毓信. 数学的文化价值何在、何为[J]. 人民教育,2007(6).

并非是普遍的爱,而是人类固有的好奇心、上进心(童心):一种希望揭示世界最深刻奥秘的强烈情感。

从而,如果说语文教学的一个有效手段是通过朗读创设出好的学习情境,也即要求学生带着感情去读,读出感情来;那么,数学教学中调动学生好奇心、上进心的主要手段就在于如何能够提出恰当的问题:具有挑战性,同时又适合于学生认知水平的问题,具有启发性的问题,从而就能不断激发学生的好奇心,并积极地去学习,而且不仅能够学到知识,也能学会思维,包括养成健康的情感、态度与价值观。

容易看出,以上的分析事实上也就包含了对于“数学教学应当如何充分发挥数学的文化价值”的具体解答:与上面所提及的割裂、取代、简单组合等做法相对立,我们应当清楚地看到在数学教育的三维目标之间所存在的相互渗透、互相促进的重要联系,从而,就如我们应以思维方法的分析带动具体知识内容的教学,我们也应通过具体数学知识的学习促成学生养成一定的数学素养。

显然,从后一角度去分析,我们也就应当特别强调教师自身在这一方面的感染力量。这就是指,“文如其人”:没有“数学味”的教师不可能真正上出具有“数学味”的数学课。

最后,还应强调的是,除去学生的个人素养以外,我们又应从更为广泛的角度去理解数学的文化价值。具体地说,这正是东西方文化的一个重要差异,即数学在其中占据了完全不同的地位:由于数学在西方文明的形成和发展中发挥了特别重要的作用,特别是构成了解释世界的一种理性方式,因此,在所说的意义上西方文化就可被看成一种“数学文化”;与此相对照,由于数学在东方文明中并不占据如此重要的地位,而只是一种实用技艺。因此,“儒家文化”对于东方文化而言就是一个更为恰当的名称,而这事实上也就是现代科学何以未能在东方得到顺利发展的一个重要原因。

显然,从这样的角度去分析,齐民友教授的以下论述就十分重要,或者

说十分清楚地表明了数学教师所应承担的历史责任：“历史已经证明，而且将继续证明，一个没有相当发达的数学的文化是注定要衰落的，一个不掌握数学作为一种文化的民族也是注定要衰落的。”^①

三

在充分肯定“有效的数学教学”重要性的同时，我们也应清楚地看到这一做法具有一定的局限性。对此我们仍可联系中国数学教学传统作出具体的分析。

首先，这正是传统的中国数学教学的一个明显不足，即表现出了过强的规范性。具体地说，“由于教育的规范性质，因此在中国的数学课堂上教师始终占据主导地位，特别是，尽管也强调了教学的启发性以及学生的参与，但教师所希望的又总是课程能够按照事先设计的方案顺利进行，特别是，学生能按教师的思路去进行思考，并最终牢固地掌握相应的数学知识和技巧，包括教师所希望学生掌握的数学思维方法。从而，总的来说，这在很大程度上就可说是‘大框架下的小自由’，也往往未能给学生的主动创造（以及学生间的互动与交流）留下足够的‘自由空间’；进而，如果教师缺乏自觉性的话，则就更加可能出现教学处于教师的绝对支配之下、而学生的主动性和创造性则受到严重压制的局面。”^②

值得指出的是，中国的文化传统也为上述现象的出现提供了合适的“土壤”：“由于中国历来是一个中央集权的国家，因此在教育系统中也就很容易出现以下的‘一层卡一层’的现象：大纲（课程标准）‘卡’教材——教材的编写必须‘以纲为本’；教材‘卡’教师——教师的教学必须‘紧扣教材’；教师‘卡’学生——学生必须牢固地掌握教师所授予的各项知识和技

①齐民友：《数学与文化》[M]。长沙：湖南教育出版社，1991。

②郑毓信：《文化视角下的中国数学教育》[J]。《课程·教材·教法》，2002（10）。

能。这样,作为最终的结果,所有的有关人员,包括教师和学生,其创造性才能都受到了严重压制和束缚。”^①

从而,在突出强调“有效的数学教学”的同时,我们也就应当大力提倡“开放的数学教学”。

具体地说,对于所说的“开放的数学教学”我们事实上可以从多个不同的角度去进行分析,在此所强调的则主要是教学思想的开放性,这也就是指,我们在教学中应当给学生留下足够的自由空间。例如,从这一立场出发去分析,我们在教学中显然就不应人为地去追求任何一种强制的统一或过分的规范,而应让每个学生都有一定的自主性,如我们不仅应当允许学生在学习的过程中表现出一定的“路径差”,而且也应给各种不同的意见(特别是教师事先未曾预料到的意见)以充分的表达机会,包括让所有学生对于所说的不同看法都能有一个理解和评价的机会;另外,无论就问题的提出与表述而言,我们又都应当十分重视如何能给学生留下足够的“探究空间”,而不应将学生的思维活动局限于一个事先划定的狭小范围。^②

当然,就现实而言,我们也应注意防止相反的倾向,如将“开放”错误地等同于“完全放开”,即完全放弃了教师所应发挥的指导作用,或是将“创新”错误地理解成“标新立异”,从而就只重视了多样化而忽视了必要的优化。^③

由此可见,这里的关键也就在于如何很好地处理教学的有效性与开放性之间的辩证关系。进而,就当前而言,主要的问题则在于如何密切联系实际的教学活动积极地去开展研究。例如,在笔者看来,以下就是两个十分重要的课题:第一,在教学中应当如何引导学生的主动探究;第二,我们

①郑毓信.文化视角下的中国数学教育[J].课程·教材·教法,2002(10).

②郑毓信.开放性问题与开放式教学[J].中学数学教学参考,2001(3).

③郑毓信,宋唐秦.创新与数学教育[J].中学数学月刊,2000(10).

又应如何有效地培养学生提出问题的能力。

例如,正如前面的论述所指明的,提出问题的能力不仅应当被看成创造能力的一个重要内涵,而且也是与数学学习密切相关的情感、态度与价值观(好奇心、上进心)的一个具体体现,更集中地体现了一定的数学思维。从而,以这样的角度去分析,以下一些在现今的数学教学中经常可以看到的做法就实在过于简单了:今天你们想学什么?你还能提出什么问题?你们能否自己设计一个问题?……毋宁说,我们在此应清楚地认识到一点:如同解决问题能力的培养,学生提出问题的能力也不可能自然而然地得以形成,而必然地有一个逐步养成的过程,更需要教师有意识地去加以引导和培养。从而,在教学中我们也就不应采取“完全放开”的态度,如认为“学生所提出的一切问题都是有意义的”,甚至更将教学方法的改革错误地概括成“过去是教师提问题学生答,现在是学生提问题教师答,将来是学生提问题、教师帮、学生答”。恰恰相反,我们应将努力提高学生提出问题的能力看成数学教学的一个重要目标,并将这一方面的工作渗透和落实于具体数学知识的教学。例如,这正是数学思维的一个重要特点:数学家们总是不满足于某些具体结果或结论的获得,而是希望能够获得更为深入的理解,后者又不仅直接导致了对于严格的逻辑证明的寻求,也促使数学家积极地去从事进一步的研究,比如,在这些看上去并无联系的事实背后是否隐藏着某种普遍的理论;这些事实能否被纳入某个统一的数学结构;等等。数学家们也总是希望能达到更大的简单性和精致性,比如,是否存在更为简单的证明;能否对相应的表述方式作出适当的改进;等等。从而,在教学中我们也就不应满足于问题的解决,而应积极地去从

事新的研究,包括提出新的问题。^①

显然,上面的分析事实上也就清楚地表明了教师在这一方面发挥示范作用的重要性,这就是指,如果教师自身不善于在教学中提出适当的问题,我们就不可能很好地帮助学生学会“数学地提出问题”。

正是基于这样的认识,笔者以为,事实上这也就可以被看成正确处理“教学的有效性与开放性”的一个关键因素:教师在教学中应当善于依据具体的教学内容、教学对象与教学环境提出恰当的问题。

^①应当指出,这事实上也就是20世纪90年代在世界范围内盛行的“问题解决”这一数学教育改革运动所给予我们的一个重要启示或教训,即与单纯强调“问题解决”相比,我们应当更为明确地提出这样的主张:“求取解答并继续前进”。详见:郑毓信. 关于问题解决的再思考[J]. 数学传播(台湾),1996(4).

序二

从两个数学课例看议课目标

陈大伟

“观课议课是参与者相互提供教学信息,共同搜集和感受课堂信息,在充分拥有信息的基础上,围绕共同关心的问题进行对话和反思,以改进课堂教学、促进教师专业发展的一种研修活动”;“观课议课主要适用于日常的教研和教师培训活动,学校是最适宜的场所,教师是其中的主体和主角。日常性、普遍性、一线老师参与,这既是观课议课的主要特点,又是它的意义和价值所在”。^① 这里试以两个议课案例(网络方式)讨论如何实现议课目标。

议课案例一:在议课中发现联系

【课例】坐别人剩下的那个座位^②

在教学《位置》时,我设计了一个找座位的游戏——每个同学根据抽到的卡片上的数对找自己的位置。为了让学生知道要确定一个人的具体位置,必须清楚他(她)所在的行数和列数,我设下了带有困惑的三张卡片: $(5,*)$, $(*,3)$, $(*,*)$ 。本想抽到这三张卡片的同学肯定会为找不到座位而苦恼,没想到学生机智过人,他们竟然轻而易举地都“找”到了,并且美滋滋地坐在那里。我很困惑,于是询问他们。

^①陈大伟. 怎样观课议课[M]. 成都:四川教育出版社,2006:16-17.

^②河南省济源市克井中心校柿槟小学吕艳霞老师提供。

师:抽到 $(5,*)$ 的同学,你能说一说你为什么坐在那个位置吗?

生:第五列的其他位置上都坐有人,就这个位置上没人,所以我就坐在这里了。

师:那抽到 $(*,3)$ 的同学呢,你为什么又坐在那里呢?

生:我和他一样,第三行只剩下这一个座位,所以我就坐下了。

师:抽到 $(*,*)$ 的同学呢?

生:原来我也不知道该坐在哪里,可是当其他同学都坐下之后,我发现就剩这一个座位,于是就坐下了。

课中反思:原来他们三人都是“挑剩下的座位坐”,这很出乎我的意料,显然与我的设计初衷背道而驰。不过,因为我想在把问题抛给其他同学以后,总有能说出我希望答案的,所以还没有觉得棘手。

师:同学们,听了刚才这三个同学的解释,你有什么想说的?

生:我认为他们做得非常好。

生:是啊,这样每个人都能找到自己的位置。

生:我也同意他们三人这样做,这样谁也不用和谁争,大家都能找到位置。

课中反思:本想通过其他学生的“口”引出这样的话语——“当列数或行数不固定时,位置也不固定”,没想到适得其反。学生“迷途不知返”,这下我意识到问题的严重性了,于是赶紧转变了思路。

师:难道 $(5,*)$ 就不能坐在第五列的其他位置吗?

生:不能,其他位置都有人坐。

师:如果我让 $(5,*)$ 先坐呢?

生:那也不能,他把别人的位置坐了,别人就没地方坐。

师(急):可 $(5,*)$ 只能说明是在第5列,并不确定在第几行呀?

生:坐别人剩下的不是正好吗,干吗要抢呢?

课中反思:是啊,干吗要抢呢?我被问住了,难道我在“逼”着学生

“抢”座位吗？怎么会这样？细细分析以上教学环节，我努力寻找原因，是不是因为我给学生留下了“可乘之机”——第五列（或第三行）恰好剩下这么一个位置，而当其他同学都坐好之后，剩下的唯一的空位置正好被（*，*）“利用”，所以才导致学生“互相谦让”，“不争不抢”。

课后，我意识到：细节决定成败，备课容不得半点马虎，这次是一个“教训”，也是一个“经验”。

【议课实录】

陈大伟（以下简称“陈”）：吕老师，很感谢您拿出了这样一个自己认为不成功的案例来一起讨论，有效的观课议课需要这样“直面问题”。

对这一节课反思，您得到了“细节决定成败，备课容不得半点马虎”的经验，已经很不错。但我想问你，就这一节课的教学，您觉得什么地方马虎了？问题到底出在什么地方？如果下一次教，该在什么地方改进？

吕艳霞（以下简称“吕”）：这正是我不太清楚的，所以拿出来和你讨论。陈老师，您是怎么看的？

陈：我觉得您在反思中已经想到了，问题就是“恰好剩下这么一个位置”。你看，抽到（5，*）的同学发现在第五列剩下一个位置，抽到（*，3）的同学发现在第三行剩下一个位置，在他们坐下以后，抽到（*，*）的同学又只剩下了唯一的一个空位置。第三次，当您问学生“如果让我（5，*）先坐，怎么办”的时候，学生因为心中预先已经有了一个固定的位置，所以也觉得不困难。

吕：是的，他们的位置已经是唯一的了。

陈：学习“确定位置”的目的和意义是什么？它的主要思想是什么呢？

吕：陈老师，你想说什么？

陈：我的意思是，在什么情况下需要寻找位置，需要确定位置的方法？

吕：您是说，是在不知道位置、位置不能确定的情况下需要确定位置的方

法,需要学习确定位置的方法。

陈:就是这样。确定位置是因为位置很多、不确定。这时,需要学习确定位置的方法,把需要的位置标示出来,找出来。我个人认为,这里有在“多”中确定“一”的思想和方法。

吕:我明白了,我的设计实际上给了学生“一”中找“一”的空子。我设想的应该是未知“*”在实际情境中却成了唯一的、确定的。这样,它需要一个确切的数字的探究和讨论已经失去了意义。它就不是“多”中确定“一”,而是“一”中找“一”了。

陈:课堂上谁都有考虑不周到的地方。就在这个课堂上,就在这个情境中,当问题出现的时候,想一想,有没有改进办法让学生意识到必须知道“*”是一个什么数时,才能找到位置?

吕:这我倒没有想过。您是怎么想的呢?

陈:确定位置不是“多”中找“一”吗?是否可以这样:在第五列几位同学下的时候,我不是让抽到 $(5,*)$ 的同学去找位置,而是去找人。我对他这样说:“第五列坐了五位同学,老师现在要找一位坐在您手中卡片标明的位置的同学,您帮我找一找?”这时,学生能够找到吗?

吕:应该不能。

陈:为什么?

吕:因为在第五列已经坐了五位同学。

陈:这时,就可以问一问学生:“要找到这位同学,你还需要什么?”

吕:对,这里就有了“多”,问题就变成了“多”中找“一”。这时学生就会意识到,要找到老师想找的人,就需要老师提供“*”是什么数字的信息。

陈:这两者间的区别是什么呢?找座位是“一”中找“一”,变成找人以后,就又成了“多”中找“一”。

吕:是啊,这样,就可以从困境跳出来了。

陈:您前面的课我不知道。现在我想问,学生一开始看到 $(5,3)$ 就能找到位置吗?“5”和“3”表示什么,学生知道吗?