第三届中国青年运筹与管理学者大会论文集

刘宝碇　刘　克　主编

CHEP
高等教育出版社

Springer
施普林格出版社

第三届中国青年
运筹与管理学者大会论文集

主　编　刘宝碇　刘　克

副主编　王占国　王　宇　王　伟　计秉玉
　　　　邢文训　刘文举　朱勇珍　何世伟
　　　　陆　玫　李荣生　张晓军　张　强
　　　　赵瑞清　罗小明　岳五一　武丛斌
　　　　侯文华　胡奇英　唐万生　谢金星

高等教育出版社　　施普林格出版社

（京）112号

图书在版编目(CIP)数据

第三届中国青年运筹与管理学者大会论文集／刘宝碇，刘克主编．—北京：高等教育出版社；海德堡：施普林格出版社，1999.8

ISBN 7—04—007960—7

I.第… II.①刘… ②刘… III.①运筹学—学术会议—论文集 ②管理学—学术会议—论文集 IV.①022—53 ②C93—53

中国版本图书馆CIP数据核字(1999)第35319号

第三届中国青年运筹与管理学者大会论文集
刘宝碇，刘 克 主编

出版发行	高等教育出版社 施普林格出版社		
社 址	北京市东城区沙滩后街55号	邮政编码	100009
电 话	010—64054588	传 真	010—64014048
网 址	http://www.hep.edu.cn		
印 刷	中国青年政治学院印刷厂		
开 本	787×1092 1/16	版 次	1999年8月第1版
印 张	32.75	印 次	1999年8月第1次印刷
字 数	820 000		

前　言

运筹学是一门独立的学科，它与自然科学、技术科学和社会科学有着密不可分的联系，它的理论来源于实际问题，它的方法又用于解决实际问题。迄今为止，运筹学已发展了有五六十个年头了。它从诞生到现在已经取得了令人瞩目的成果，并从早期的所谓运筹学三大理论支柱，即规划论、排队论(随机服务系统)与对策论(博弈论)发展到现在的线性规划、非线性规划、整数规划、网络规划、图论、组合优化、多目标规划、动态规划、多层规划、随机规划、模糊规划、模糊随机规划、不确定规划、对策论、排队论、可靠性理论、存储论、马尔科夫过程、决策科学、随机模拟、搜索论、管理信息系统、决策支持系统等名目繁多的基础理论。这些理论已被广泛的应用到科学管理、工程技术、社会经济、军事决策等方面，例如在生产布局、交通运输、能源开发、最优设计、经济决策、企业管理、都市建设、公用事业、农业规划、资源分配、信息处理、军事对策等方面的典型应用。

目前我国正处于从计划经济向市场经济的转轨时期，正是运筹学的理论与实际工作者大有作为的时期。在这个时期，中国的经济面临着腾飞，大量的管理和决策问题有待解决，这不仅为运筹学的理论工作者提供了新的问题和研究内容，而且还为运筹学的实际工作者提供了广泛的活动空间。值得可喜可贺的是我国的青年运筹学工作者已经深入地涉及到了这两个方面:既有深人细致的理论成果，又有许多实际效益的应用成果。本书收集了 94 篇论文，其中有 39 篇论文涉及到运筹学理论与方法，研究了具有实际意义的数学模型;有 15 篇论文研究了经典算法和智能算法、及其收敛性问题;特别令人鼓舞的是，有 40 篇论文讨论了运筹学的实际应用问题。这些应用问题都是源于我国的实际需要，是为解决我国国民经济中一些重大问题所提出来的。由此，我们可以看到运筹学在我国特别是在我国的企业和实际的管理部门得到了进一步的重视，不仅如此，我国的青年运筹学工作者也在理论与实践相结合的广阔天地里找到了位置。我们希望本书的出版能够进一步促进我国运筹学的发展，为我国的经济起飞做出更卓有成效的贡献。

本书的编纂、整理和出版得到了中国运筹学会、中国运筹学会青年工作委员会、清华大学等单位的大力支持。另外，凌海山和钟杰做了大量的整理和校对工作。我们在此一并表示感谢。

刘宝碇(清华大学数学科学系)
刘克(中国科学院应用数学所)
一九九九年七月

目　　录

第一部分　理论与方法

第二部分 算法

第三部分 应用

一种模糊推理中真值传播的性质研究

左小德　梁　云

(暨南大学企管系，广州，510632)

摘要　研究模糊推理的问题，在提出了一种真值传播的计算公式与方法的基础上，研究了该模糊推理方法真值传播的性质。

关键词　模糊推理，真值传播，性质

1　前言

在模糊推理时，事实表示为 $p_i\{t_i\}(i=1,2,\cdots,n)$，其中 p_i 是事实，t_i 是事实的真值($0\leqslant t_i\leqslant 1$，也可以理解为置信度或概率。当 $t_i=1$ 时，事实是精确的；当 $0<t_i<1$ 时，事实是模糊的；当 $t_i=0$ 时，事实是缺省的。

规则Ⅰ：$p_1\wedge p_2\wedge\cdots p_n\rightarrow Q$　(1)

规则Ⅱ：$p_1\vee p_2\vee\cdots p_n\rightarrow Q$　(2)

(其中，"∧"是"AND"或"合取"；"∨"是"OR"或"析取"；→是"蕴含"或"推出"，Q 是规则的结论)。

以往的文献中认为结论的真值("AND" 和"OR"联接)取条件真值的平均和(算法 1)，或"AND"联接取条件真值中的最小值，"OR"联接取条件真值中的最大值(算法 2)。很明显，算法 1 是一种折衷的方式，同时，它也区分不了"AND"和"OR"联接的区别；算法 2 是一种极端化的算法，它没有利用推理条件的其它信息。

定义 1　条件事实 p_i 的真值 t_i 的修正参量 $e(t_i)$，

$$\mathrm{e}(t_i)=\phi[r(t_i)],\quad i=1,2,\cdots,n \tag{3}$$

其中 ϕ 是增函数，且满足 $\phi[r(t_i)]$，…，$\phi[r(t_n)]$是以 0 为中心分布。在本文中取 $\phi(x)=\lg x$.(ϕ 取对数函数主要是利用对数函数有利的情质)。

定义 2　修正量 $E(T)$表示为：

$$\mathrm{E(T)}=\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{t_i}{n}\lg\frac{nt_i}{\sum\limits_{j=1}^{n}t_j}\right\} \tag{4}$$

$$\mathrm{E(T)}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}t_i\lg n+\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}t_i\lg t_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}t_i\lg\sum_{i=1}^{n}t_j \tag{5}$$

规则Ⅲ：规则Ⅰ(即"AND"联结)的推理，结论 Q 的真值

$$t=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}t_i-\mathrm{E(T)} \tag{6}$$

规则Ⅳ：规则Ⅱ(即 OR 联结)的推理，结论 Q 的真值

$$t = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i + \mathrm{E(T)} \tag{7}$$

这就是文献[1,2]中提出的一种模糊推理的真值传播计算方法。

2　真值传播的性质

真值传播的修正量 $E(T)$ 具有以下一些性质。

性质 1　$E(T)$ 有界，且 $0 \le E(t) \le \frac{a}{n}\lg\frac{a}{n}$，其中 $\sum_{i=1}^{n} t_i = a$

证明　$E(T) = \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i}{n}\lg\left(\frac{nt_i}{\sum_{j=1}^{n} t_j}\right) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\lg\left(\frac{n}{\sum_{j=1}^{n} t_j}\right) + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i \cdot \lg t_i$

$= \frac{a}{n}\lg\frac{n}{a} + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i \cdot \lg t_i \ge \frac{a}{n}\lg\frac{n}{a} + \frac{n}{a}(\lg a - \lg n)$（见文献[5]中引理 2）

即 $E(T) \ge \frac{a}{n}\lg\frac{n}{a} + \frac{a}{n}\lg\frac{a}{n} = \frac{a}{n}\lg 1 = 0$

$\therefore\ E(T) \ge 0$

令　$\sum_{i=1}^{n} t_i = a = p + c$，$p$ 是 a 的整数部分，c 是 a 的小数部分。

由文献[5]中定理(4)和定理(5)可知，真值分布 $\underbrace{1,1,\cdots,1}_{p\text{个}1},c,0,\cdots,0$ 使 $E(T)$ 最大。

即

$$E(T) = \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i}{n}\lg\left(\frac{nt_i}{\sum_{j=1}^{n} t_j}\right) \le p \times \frac{1}{n}\lg\frac{n}{a} + \frac{c}{n}\lg\frac{c \cdot n}{a}$$

$$= \frac{a}{n}\lg\frac{n}{a} + \frac{c}{n}\lg c$$

$$\le \frac{a}{n}\lg\frac{n}{a}$$

$\therefore$

$$E(T) \le \frac{a}{n}\lg\frac{n}{a}$$

$$(\because\ 0 < c < 1 \qquad \lg c < 0)$$

故　$$0 \le E(T) \le \frac{a}{n}\lg\frac{n}{a}$$　（证毕）

性质 2　$E(T)$ 满足可加性，即

令：

$$T_1 = (t_{11}, \cdots, t_{1n}), \quad T_2 = (t_{21}, \cdots, t_{2n})$$

$$T = T_1 \cdot T_2 = (t_{11}, \cdots, t_{1n}) \cdot (t_{21}, \cdots, t_{2n})$$

$$E(T) = E(T_1 \cdot T_2) = E(T_1) + E(T_2)$$

证明　该性质的证明由对数函数 $\lg x$ 的可加性可以得到。

性质 3 $f(n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_j-E(T)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_j\cdot\lg\sum_{j=1}^{n}\frac{nx_i}{\sum_{j=1}^{n}x_j}\right)$

将 $x_i(i=1,2,\cdots,n)$视为常量，则 $f(n)$是 n 的减函数。

证明 令 $\sum_{i=1}^{n}x_i=c$，则

$$f(n)=\frac{c}{n}-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i\cdot\lg\frac{nx_i}{c}\right)$$

$$f'(n)=-\frac{c}{n^2}+\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}x_i\lg\frac{nx_i}{c}-\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}x_i\lg e$$

$$=\frac{c}{n^2}\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i}{c}\cdot\lg\frac{nx_i}{c}\right)-\lg 10e\right]=\frac{c}{n^2}\left[\frac{n}{c}\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{n}\lg\frac{nx_i}{c}-\lg 10e\right]$$

$$\leq\frac{c}{n^2}\left[\frac{n}{c}\cdot\frac{n}{c}\lg\frac{c}{n}-\lg e=\frac{c}{n^2}\lg\frac{n}{10ec}\right.\qquad\text{（性质 1）}$$

在推理过程中，如果命题的真值平均水平过低，我们认为推理的结论没有什么意义。如果考虑 $c=\sum_{i=1}^{n}x_i\geq 0.1n$ 的情况，即命题的真值平均水平不小于 0.1，则

$$\frac{n}{10ec}\leq\frac{n}{10\times e\times 0.1\times n}=\frac{1}{e}<1$$

$$f'(n)<0$$

即 $f(n)$是 n 的减函数。（证毕）

3 结论

性质 3 说明了对于以“AND”联结合题的推理，当我们对世界的知识有了新的认识以后，就可能会认为推出的结论 Q 还必须增加条件 $P_{n+1},\cdots,P_{n+k}(k\geq1)$，而知识库中的事实 $P_1,P_2,\cdots,P_n$ 的各个真值 $t_1,t_2,\cdots,t_n$ 仍保持不变，并且新事实 $p_{n+1},\cdots,P_{n+k}(k\geq1)$的真值暂时为零，结论 Q 的真值就比原来用规则 I 求得的真值要求。

对于“OR”连接的情况，就不存在 $f(n)$的单调性（即 $f(n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i+E(T)$ 不具有单调性），这和人的认识过程是相吻合的 。

参 考 文 献

1 左小德．模糊推理方法研究．运筹学杂志，1997，16(1)：56

2 左小德．一种模糊推理方法研究．系统工程理论与实践，1998，18(5)：60

3 何新贵．加权模糊逻辑及其广泛应用．计算机学报，1989，(6)：458～463

4 王群来．一种不精确知识表示及其推理系统．计算机杂志，1992(3)：14～19

5 左小德．管理支持系统(MSS)的理论与方法及其应用．天津大学博士学位论文，1995

作 者 简 介

左小德，男，1968 年生，暨南大学企业管理系副教授。1985～1995 年在天津大学学习，获船舶工程学士、管理工程硕士、系统工程博士学位。现在的研究方向为决策分析与管理科学。

线材下料问题研究

左小德　梁　云

（暨南大学企管系，广州，510632）

摘要　线材下料问题是一类很有代表性的整数规划问题。本文对线材下料问题决策的方案选择、模型的建立、解的分析进行了系统的分析和研究。

关键词　下料问题，方案，建模

1　前言

线材下料问题是运筹学规划问题中一类很有代表性的应用问题，这类问题非常简单，但也非常典型。通常的下料问题可以表述为：

现要做 n 套产品，需要用规格不同的 m 种料，各种规格料的长度分别为：l_1，l_2，…，l_m（为了讨论问题的方便起见，各种规格的长度按由长到短的顺序排列，即 l_1 最长，l_m 最短）；每一套产品需用不同规格的长度按由长到短的顺序排列，即 l_1 最长，l_m 最短）；每一套产品需用不同规格的料分别为：m_1，m_2，…，m_m 根；已知原材料的长度为 l，问应如何下料，使所用的原材料最省？

通常的方法是将它作为一个线性规划问题来处理[1,2]；在下料方案的选择上，有哪些可行的方案，哪些可行的方案应该加以考虑，在很大的程度上起决于感性的经验；在建模时，各种下料方案的约束条件只是要求 $x_i \geqslant 0$，这样就可能导致某种下料方案不是整数根的情况，该情况就会存在未早用的料头问题；如果建模时以料头的最小化作为目标函数的话，就会遗漏方案中下料为非整数根时出现的料头问题。本文针对这些问题进行了详细的分析和总结，得到了一些有益的结果。

2　方案的选择

通常，建立这类问题的模型时，假设有 k 种不同的套裁下料方案，各种套裁方案下料的根数分别为：x_1，x_2，…，x_n（模型的决策变量）。很显然，下料方案会有很多个，特别是要求的规格比较多的时候，情况更是这样。如果考虑实际情况，加上一些限制条件，下料的方案可以减少一部分。因此，单靠经验和手工的方法寻找下料方案是很困难的，最好的办法是采用一个小的计算机程序模块来实现。

用长 l 原材料下料，下规格 l_1 的料的根数可以是 $0,1,2,\cdots,\left[\frac{l}{l_1}\right]$；下规格 l_2 的料的根数可以是 $0,1,2,\cdots,\left[\frac{l}{l_2}\right]$；…；下规格 l_m 的料的根数可以是 $0,1,2,\cdots,\left[\frac{l}{l_m}\right]$。其中，$[x]$表示不大于 x 的整数部分。

所有的套裁方案应该是这 m 组整数的不同组合情况，即可行的套裁方案最多不会超过 $\left(\left[\frac{l}{l_1}\right]+1\right)\times\left(\left[\frac{l}{l_2}\right]+1\right)\times\left(\left[\frac{l}{l_m}\right]+1\right)$。

在寻找套裁下料的方案时，可以假设长 l 的原材料下 $l_1,l_2,\cdots,l_m$ 不同规格料的根数分别为 $x_1',x_2',\cdots,x_m'$，非劣的套裁方案应该是剩下的料头下于 l_m，否则，该套裁方案还可以多裁出一根 l_m 的料。采用计算机程序找套裁方案时，可以采用多重循环的计算方式，如果满足条件 $x_1'\cdot l_1+x_2'\cdot l_2+\cdots+x_m'\cdot l_m<l_m$，则此时的 $x_1',x_2',\cdots,x_m'$ 是一个可行的套裁方案。采用这种方法就可以很好地解决寻找套裁方案的问题。

在建模时，先将各种可行方案按所余料头的多少进行从优到劣排序。由于可以采用计算机求解，因此，在软件支持的情况下（例如：*QM*2.0 软件可以求解线性规划 50 个变量，整数规划 15 个变量），考虑尽可能多一些的可行方案，如果能得到类似于$(x_1'',x_2'',\cdots,x_m'',0,\cdots,0)$的下料方案，$x_1'',x_2'',\cdots,x_{m'}''$ 中，$x_{m'}''\neq 0$，其它的 x 为非负整数，此时，就时得了实际问题的最优套裁下料方案。因为进入最优解的套裁方案应该是相对较优的套裁方案（剩余的料头相对较少），去掉后面 $m',m'+1,\cdots,k$ 这些相对较劣的套裁方案，模型的最优解也不会发生改变。

3 约束条件与目标函数

模型的约束条件是不同的用料规格必须满足最后 n 套产品的装配需求，显然，有 m 个约束条件。对于长 $l_1,l_2,\cdots,l_m$ 规格的料分别要下够 $n\cdot m_1,n\cdot m_2,\cdots,n\cdot m_m$ 根，他们构成约束条件的资源向量，即 $B=(n\cdot m_1,n\cdot m_2,\cdots,n\cdot m_m)^T$；约束条件通常取等式，即 $AX=B$，其中，A 为同套裁方案构成的技术系数矩阵；决策向量 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_k)^T$，x_i（不同套裁方案的下料根数）应该为非负整数，即模型应该的整数规划问题。

对于目标函数，如果以料头作为优化的指标，即最后所剩下的总料头最少，假设 k 种不同的套下料方案的料头分别为 $l_1',l_2',\cdots,l_m'$，则：

$$\begin{aligned}&\text{obj:}\quad \min Z=l_1'x_1+l_2'x_2+\cdots+l_m'x_k\\&\text{s.t.}\quad AX=B\end{aligned}\tag{1}$$

也可以用套裁下料的总根数量少作为目标函数，则：

$$\begin{aligned}&\text{obj:}\quad \min Z=x_1+x_2+\cdots+x_k\\&\text{s.t.}\quad AX=B\end{aligned}\tag{2}$$

式(1)和式(2)是一个问题的两个方面，但它们只是在某些时候才能得到相同的最优解。

定理 下料问题在约束条件取严格等式的情况下，即 $AX=B$，且最优解为整数时式(1)和式(2)是等价的。

证明 ∵两种建模方案的约束条件相同，

∴要证明两个模型等价，只需证明两个模型的目标函数等价就行了。

∵模型(2)的目标函数 $\min Z=x_1+x_2+\cdots+x_k$ 中 Z 代表总的用料根数，如果将总的根数换成总的用料长度，则目标函数：

$$\begin{aligned}\text{obj:}\quad \min\ W&=l\cdot x_1+l\cdot x_2+\cdots+l\cdot x_k\\&=(l_1+l_1')x_1+(l_2+l_2')x_2+\cdots+(l_m+l_m')x_k\end{aligned}$$

$$= (l_1x_1 + l_2x_2 + \cdots + l_mx_k) + (l'_1x_1 + l'_2x_2 + \cdots + l'_mx_k)$$

又∵ $x_1, x_2, \cdots, x_m$ 为整数，且约束条件取严格的等式，即下的料刚好满足用料的需要。

∴第一部分($l_1x_1+l_2x_2+\cdots+l_mx_k$)是完全有效被利用的部分；

第二部分($l'_1x_1+l'_2x_2+\cdots+l'_mx_k$)是料头部分。

∴用料的总根数和用剩余的料头作为优化指标是等效的。

∴两个模型是等价的。

4 解的分析

如果约束条件取严格的等式约束，即 $AX=B$；决策变量 $x_1, x_2, \cdots, x_k$ 都必须整数，这个纯整数规划问题就有可能得不到最优解。此时，如果要得到一个最优方案，可以将约束条件放宽，即让 $AX \geqslant B$。如果以料头作为优化指标，也可以得到模型的一个阳优解，但是，很可以最终装配出来产品总数大于所要求的 n 套，因为它是以剩余料头最少作为目标的。显然，模型的最优解不一定是实际问题的最优解。

如果以所用材料的总根数作为优化指标，不但可以得到模型的一个最优解，同时，它也是实际问题的最优解。因为它是以所用材料的总根数最少作为目标的，在优化求解的过程，约束条件优先考虑的还是“等于”情况。

5 举例

合理利用线材问题[1]：现要做 100 套刚架，每套利用长为 2.9 米，2.1 米和 1.5 米的元钢各一根。已知原料长为 7.4 米，问应如何下料，使使用的原材料最省？

(1) 方案的选择

应用前面的分析结果，7.4 米的元钢下三种不同规格的料最多分别为：2 根、3 根、4 根，可行的下料方案总数不会超过：(2+1)×(3+1)×(4+1)，即 60 个，在可行的方案中，还要剔除剩余的料头超过 1.5 米的套裁方案。

编制计算程序时，可以采用一个三重循环业实现，见附录(1)，程序运行得到的计算结果(可行的套裁方案)见附录(2)。具体的可行下料方案由优到劣的排列的结果见表 1。

表 1

下料根数 方案 长度	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ	Ⅶ	Ⅷ
$2.9m$	1	2	0	1	0	1	0	0
$2.1m$	0	0	2	2	1	1	3	0
$1.5m$	3	1	2	0	3	1	0	4
合计	7.4	7.3	7.2	7.1	6.6	6.5	6.3	6
料头	0	0.1	0.2	0.3	0.8	0.9	1.1	1.4

(2) 求解

文献[1]中建模时采用了前 5 个可行的套裁方案,求得的阳优解为 $X=(30, 10, 0, 50, 0)^T$,即按方案 I 下料 30 根;方案Ⅱ下料 10 根;方案Ⅳ下料 30 根。

现在考虑全部的 8 种下料方案,以料头作为优化指标,约束条件取严格的等式建立整数规划模型,采用 QM 软件求解:

$$
\begin{aligned}
\text{obj:}\quad \min\quad & Z = 0x_1 + 0.1x_2 + 0.2x_3 + 0.3x_4 + 0.8x_5 + 0.9x_6 + 1.1x_7 + 1.4x_8 \\
\text{s.t.}\quad & 1x_1 + 2x_2 + 0x_3 + 1x_4 + 0x_5 + 1x_6 + 0x_7 + 0x_8 = 100 \\
& 0x_1 + 0x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 1x_5 + 1x_6 + 3x_7 + 0x_8 = 100 \\
& 3x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 3x_5 + 1x_6 + 0x_7 + 4x_8 = 100 \\
& x_i \text{ 为非负整数}, i = 1,2,\cdots,8
\end{aligned} \tag{3}
$$

最优解 $X=(30, 10, 0, 50, 0, 0, 0, 0)^T$,即按方案Ⅰ下料 30 根;方案Ⅱ下料 10 根;方案Ⅳ下料 30 根。和取前 5 种较好的下料方案进行优化所得到的结果相同。

现在考虑全部的 8 种下料方案,以料头作为优化指标,约束条件放宽,建立整数规划模型,采用 QM 软件求解:

$$
\begin{aligned}
\text{obj:}\quad \min\quad & Z = 0x_1 + 0.1x_2 + 0.2x_3 + 0.3x_4 + 0.8x_5 + 0.9x_6 + 1.1x_7 + 1.4x_8 \\
\text{s.t.}\quad & 1x_1 + 2x_2 + 0x_3 + 1x_4 + 0x_5 + 1x_6 + 0x_7 + 0x_8 \geqslant 100 \\
& 0x_1 + 0x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 1x_5 + 1x_6 + 3x_7 + 0x_8 \geqslant 100 \\
& 3x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 3x_5 + 1x_6 + 0x_7 + 4x_8 \geqslant 100 \\
& x_i \text{ 为非负整数}, i = 1,2,\cdots,8
\end{aligned} \tag{4}
$$

最优解为 $X=(100,0, 50, 0, 0, 0, 0, 0)^T$,即按方案Ⅰ下料 100 根;方案Ⅲ下料 50 根。很显 为了优化料头,这种下料方案导致下料过多,即下的料最后可以制造不止 100 套钢架,这肯定不是实际情况的最优解。

现在考虑全部的 8 种下方案,用料的总根数作为优化指标,约束条件同模型(4)一样放宽,建立整数规划模型,采用 QM 软件求解:

$$
\begin{aligned}
\text{obj: } \min\quad & Z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 \\
\text{s.t.}\quad & \text{同模型(4)}
\end{aligned}
$$

最优解为 $X=(30, 10, 0, 50, 0, 0, 0, 0)^T$,即按方案Ⅰ下料 30 根;方案Ⅱ下料 10 根;方案Ⅳ下料 30 根。和取前 56 中较好的下料方案进行优化所得到的结果相同。

该结果验证了前面的分析和研究。

参考文献

1 钱送迪主编. 运筹学. 北京:清华大学出版社,1990

2 胡运权. 运筹学习题集. 北京:清华大学出版社,1983

3 Barry Render, Ralph M Stair. Quantitative Analysis for Management. Allyn and Bacon press, 1991: 583~590

附录 1　下料可行方案的计算模块(BASIC)

(I:2.9m 的根数；J:2.1m 的根数；K:1.5m 的根数；T:有效利用的料长；S:料头)

```
5  FOR I=0 TO 2
10  FOR J=0 TO 3
15  FOR K=0 TO 4
20  LET T=2.9*+2.1*J+1.5*K
25  LET S=7.4-T
30  IF S>0.0 AND S<1.5 THEN GOTO 40
35  GOTO 45
40  PRINT "I=",I, "J=",J, "K=", K, "T=,"T, "S=,"S
45  NEXT K
50  NEXT J
55  NEXT I
60  END
```

附录 2　计算结果

$I=0$	$J=0$	$k=4$	$T=6$	$s=1.4$
$I=0$	$J=1$	$k=3$	$T=6.6$	$s=0.8$
$I=0$	$J=2$	$k=2$	$T=7.2$	$s=0.2$
$I=0$	$J=3$	$k=0$	$T=6.3$	$s=1.1$
$I=1$	$J=0$	$k=3$	$T=7.4$	$s=0$
$I=1$	$J=1$	$k=1$	$T=6.5$	$s=0.9$
$I=1$	$J=2$	$k=0$	$T=7.1$	$s=0.3$
$I=2$	$J=0$	$k=1$	$T=7.3$	$s=0.1$

关于网络规划自动模拟的可行性分析

曹迎槐

（宣化炮兵指挥学院自动化指挥教研室，075100）

摘要　本文通过对网络规划技术中统筹图工作清单的详细分析，以集合的观点，提出了利用计算机实现统筹图自动绘制并进行全方位模拟的理论、方法、原则、和步骤，为网络规划技术的进一步研究探出了一条路子。

关键词　容虚清单；承接节点；先行基数；后续基数；承接基数；直系生成树

网络规划技术亦称统筹法，是运筹学的一个重要分支，其基础是统筹图（肯定型）。统筹图是由圆圈、箭线等图形和符号将任务中的各个环节和工作项目，按其客观存在的联系以及指挥员的决策，绘制成的网络状图形。工作、节点和线路是统筹图中的三大要素，也是计算统筹图派生参数和规划调优的基础、衡量统筹图效率的根本依据。该方法形象直观、不受任务规模和复杂程度之约束，但统筹图的绘制既有极大的不确定性，还需丰富的经验和较强的技巧性，其参数计算等更是十分繁锁，鉴于此，笔者才考虑用计算机实现网络规划自动模拟，希望能对网络规划的理论有所发展。该理论内容庞大，既涉及网络规划本身的知识范畴，又要研究图形学、集合论、概率、关系，还要考虑统筹图的美学要求和现实中具体工程和军事任务统一模拟所依据的共性特征等。下面仅就笔者目前完成的几个问题作一介绍：

1　统筹图中虚工作存在之判定

一般地，绘制统筹图应遵循以下几条原则：①.任意两个节点的编号不能相同；②.最初节点和最终节点均唯一；③.任意两节点间最多只能连接一项工作；④.不允许存在多余的虚工作；⑤.任意一项工作的开始节点编号必须小于其结束节点的编号；⑥.不允许存在闭合环路；假设，我们讨论的前提是统筹图的工作清单（包括工作及其紧前工作、紧后工作和持续时间等）已经列出，显然清单中并没有最具有挑战性的虚工作。虚工作是统筹图中一种必要的虚设，其持续时间为0，用以连接具有先后承接关系的工作并同时断开没有先后承接关系的工作。其实，统筹图中介入虚工作后而造成的困难并不在于虚工作本身，而在于虚工作存在与否，及其具体位置、数量和方向。

对于任意一项工作 X，为叙述方便我们不妨做以下假设：

$B(X)$：X 的所有紧前工作组成的集合；$A(X)$：X 的所有紧后工作组成的集合；$S(X)$：X 开始节点的引入工作组成的集合；$E(X)$：X 结束节点的引出工作组成的集合；

定理 1　设 X、Y 是某任务之工作清单中两项彼此不同的工作，

如果，$B(X)=B(Y)$ 并且 $A(X)=A(Y)$，

那么，要么连接在 X 与 Y 的开始节点之间存在且最多存在一项虚工作；

要么连接在 X 与 Y 的结束节点之间存在且最多存在一项虚工作。

证明 若定理不成立，则有如下推导：

$\because B(X)=B(Y)$ $\therefore$ 工作 X 和 Y 的开始节点必然相同，不妨设为：(i)，

又 $\because A(X)=A(Y)$ $\therefore$ 工作 X 和 Y 的结束节点也必然相同，设为：(j)，

就是说，在节点 (i) 与 (j) 间有两项彼此不同的工作 X、Y 存在，显然，这与统筹图的绘制规则③相抵触，于是，定理得证。〔毕〕

因为，对于开始节点是最初节点的工作 X' 和 Y'，有 $B(X')=B(Y')=$ 空集；而结束节点是最终节点的工作 X'' 和 Y''，有 $A(X'')=A(Y'')=$ 空集；所以，该定理同样适用。当然，虚工作的具体位置、数量仍需进一步明确。

考虑 $B(X)$ 间、$A(X)$ 间的相互包含关系，不难得出如下推论：

推论 1 设 X、Y 是某任务之工作清单中两项彼此不同的工作，

如果，关系：$B(X)\subset B(Y)$ 成立，那么，存在一项从 X 的开始节点指向 Y 的开始节点的虚工作。反之，定理也成立。如果，关系：$A(X)\subset A(Y)$ 成立。那么，存在一项从 Y 的结束节点指向 X 的结束节点的虚工作。反之，定理也成立。

实质上，由上述定理和推论得到的所有虚工作中有一定重复，所以，虚工作存在之判定一般应按以下的步骤进行：

1) 用推论按当前工作清单之工作顺序，若判出虚工作 X 则转步骤 2)，否则转步骤 4)；

2) 处理由 X 引发的其它相关工作 Y 的紧前、紧后工作集合的变化：

3) 重复步骤 1)、2)，直到不能再判出新的虚工作为止。

其实，步骤 2) 不过是将虚工作纳人工作清单一起考虑，并重新求出该虚工作开始节点的进人工作的紧前集合、结束节点的引出工作的紧后工作集合和其它节点的相关变化等。

也就是说，将通过上述定理得出的虚工作加到原有的工作清单中就形成了更完整的工作集合（包括：工作的序号、代号 X、$B(X)$、$A(X)$、$S(X)$、$E(X)$ 以及 X 的紧前工作、紧后工作和持续时间等），我们称这种工作清单为**“容虚清单”**。

现在我们已经解决了统筹图中虚工作的存在、数量、位置和方向等问题，下面我们再分析一下统筹图中的节点数量。

2 统筹图中节点数目之确定

统筹图实质上是有向图（工作为边，节点为结点）。任意工作均有起止节点，所以统筹图的节点数量 N 和工作（含虚工作）数量 M 之间必有关系：$N\leqslant 2M$ 成立。（当 $M=1$ 时，$N=2$；当 $M\geqslant 2$ 时，$N<2M$）

因为在统筹图中有两项工作引出于同一节点的情形：设 X，Y 是统筹图中任意两项工作，又设工作 X、Y 的起、止节点分别为 x_1 和 x_2、y_1 和 y_2。

如果，$S(X)=S(Y)$，那么，工作 X 和 Y 引出于同一个节点，x_1 和 y_1 重合，设为 x_1。即每存在一个这样的工作对 (X,Y)，就对应一节点 y_1 可以省略。

显然，如果该容虚清单中有 K 个这样彼此不同的工作对，自然就可省略 K 个对应的节点。换句话说，假设在某容虚清单中存在 K 个彼此不同的工作对，使得对于其中任何一个工作对 (X,Y)，均有 $S(X)=S(Y)$ 成立，那么，该统筹图的节点数量 N 和工作数量 M 之间必有