对策论

DUICELUN

徐前万　危启才　编著

浙江大學出版社

对　策　论

徐前方　危启才编著

浙江大學出版社

图书在版编目(CIP)数据

对策论/徐前方,危启才编著.—杭州:浙江大学出版社,2001.8
ISBN 7-308-02791-0

Ⅰ.对...　Ⅱ.①徐...②危...　Ⅲ.对策论
Ⅳ.0225

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 054495 号

出版发行　浙江大学出版社
(杭州浙大路 38 号　邮政编码 310027)
(E-mail:zupress@mail.hz.zj.cn)
(网址:http://www.zjupress.com)
责任编辑　徐宝澍
排　　版　浙江大学出版社电脑排版中心
印　　刷　浙江大学印刷厂
开　　本　850mm×1168mm　1/32
印　　张　7.25
字　　数　182 千
版 印 次　2001 年 8 月第 1 版第 1 次印刷
印　　数　0001—1000
书　　号　ISBN 7-308-02791-0/O·263
定　　价　10.00 元

前　言

对策论，有时也称为“博弈论”，作为研究利益冲突的主体在理性对抗与合作共谋情况下寻求最优策略的数学理论，是运筹学的一个重要分支. 自从它作为一门独立的学科问世以来，无论是在理论上还是在应用上都得到了很大的发展. 自 1994 年与 1996 年两届诺贝尔经济学奖分别授予三位对策论专家和两位对策论应用大师之后，在我国经济学界和管理学界，对策论开始受到了重视和青睐. 一些从事经济工作和管理工作的人员学习和应用对策论的兴趣，也随之大增；部分有条件的科研院所和高等院校还相继开设了有关课程，并陆续出版了一些对策论的著作. 在这些著作中，有的是专门为数学专业的学生编写的，用到了较深的数学知识，一般人员阅读起来较为困难；还有一些则是为经济工作者和管理人员编写的，重点在于用对策论的理论和方法来分析经济活动中的问题. 没学过对策论的人读了它们以后，尽管知道了一些典型对策的例子及其解的结果，也能比照着用一下这些例子，但关于对策论的内容与方法到底有哪些，仍然不甚了解，更谈不上用它们作为工具来灵活使用了. 在我院进行经济博弈论的教学过程中，许多学生及从事经济工作与管理工作的同仁都希望有一本对策论的读本，能系统地、简明扼要地介绍对策论的基础知识、基本内容与方法，而在阅读时又不需要补太多的数学知识. 正是在这种背景下，我们编写了这本《对策论》，以满足这部分读者的需要. 我们希望通过本书，

不仅能使读者简要系统地了解对策论的基本内容和方法，同时也为进一步学习和应用对策论打下坚实的基础.

全书共分 7 章. 第 1 章介绍构成对策问题的基本要素和几个常见的例子以及对策论的发展简史；第 2 章至第 6 章讲述对策论的基础知识、基本内容和方法，包括二人有限对策、二人无限对策、N 人非合作对策与合作对策、多步对策等；第 7 章列举了对策论在经济学和管理学中的某些应用，以帮助读者了解对策论作为一种工具，是如何用来分析问题并进行科学决策和管理的. 每章末均附有少量的习题，借以帮助读者理解和掌握相关内容.

阅读本书只需具有大学的微积分、线性代数与概率统计的基础知识就足够了. 本书可以作为研究生、高年级本科生与自考生(本科)的对策论教材. 对于想要尽快了解对策论的内容和方法的读者，也可以作为参考书.

热诚欢迎广大读者对本书提出批评与建议.

在本书即将出版之际，我们愿借此机会，感谢浙江大学经济学院的史晋川教授，是他的热情关怀与鼎力支持，使我们得以下决心将讲稿编著成书；我们还要感谢浙江大学经济学院的金祥荣教授、张小蒂教授、朱柏铭教授以及浙江大学出版社的姚恩瑜教授，是他们的大力支持与关心，才使本书能够尽快地出版与读者见面。

本书的出版得到了浙江大学经济学院给予的出版资助，在此也深表感谢。

编　者

2000 年 9 月

于浙江大学西溪校区

目　录

第1章 引论

1.1 什么是对策论

在现实生活中，往往会遇到一些具有相互冲突局势的决策问题；此时参与同一决策的决策人有两个或两个以上，他们的利益彼此冲突，通常，我们把这一类含冲突局势的决策问题称为对策问题.

为了了解对策问题，先举几个对策问题的例子，看看它们有何特点及共同性质.

1. 田忌赛马

田忌赛马的故事是大家颇为熟悉的. 这个故事是说，战国时期齐王要和他的大将田忌赛马，双方约定，每一方要从自己的上、中、下三个等级的马中各选一匹轮流参赛；每赛一局后，由输家付给赢家一千金. 由于齐王同等级的马都比田忌的马强，所以初看起来田忌几乎没有获胜的希望. 这时，田忌的朋友孙膑给田忌献了一计，让田忌用自己的下等马对齐王的上等马，上等马对齐王的中等马，中等马对齐王的下等马. 由于田忌高一等级的马能胜齐王低一等级的马，所以比赛的结果，田忌反而赢得了一千金. 由此可见，在具有冲突局势的现象中，当事人要想取胜，采取什么策略是至关重要的. 这里齐王采取（上，中，下）的策略顺序参赛，而田忌以（下，上，中）的策略顺序对招. 这个故事是较早地运用对策论方法致胜的一个范例.

2. “石头—剪子—布”游戏

这是孩童时代我们常玩的一种游戏.参加游戏的有两个人,不妨称为甲与乙.每个人只能在石头、剪子与布中选择一种.当石头遇到剪子时,石头可以砸掉剪子,故选择石头者赢一分,选择剪子者输一分;当剪子遇到布时,剪子可以剪布,故选择剪子者赢一分,选择布者输一分;当布遇到石头时,布可以包住石头,故选择布者赢一分,选择石头者输一分;当两者选择相同的出招时,各得零分.甲方输赢情况可用表格表示如下:

	乙			
	得分	石头	剪子	布
甲	石头	0	1	−1
	剪子	−1	0	1
	布	1	−1	0

在这个例子中,游戏的双方都想选取适当的出招以取得胜利.

3. 囚犯难题

这是对策论中的典型问题.难题是说:有两个人因藏有被盗物品而被捕,现分别关押受审.这两个人都明白,如果拒不承认,现有的证据不足以证明他们偷盗,而只能以窝藏赃物罪判处一年的监禁;两人要是都承认,将各被判刑9年;但如果一人招认而另一人拒不承认,那么坦白者从宽处理将会获得释放,而抗拒者从严将会被判10年刑.这两个囚犯该选择什么策略呢?是坦白交待呢?还是拒不承认呢?

4. 决斗问题

两个人决斗，每人手中都拿着一支装有一发子弹的有声手枪，站在相距 $2N$ 步远处，然后面对面地走近. 在每一步，他们都可以决定是否打出那唯一的一发子弹. 显然，离得越近，打得越准，但开枪迟了又担心对方先开枪打死自己. 假如有谁打出了子弹而又没有击中对方，为了保全名誉，他仍要继续往前走. 请问在什么时间射击好呢？当然，他们的目的可能是要打死对方，也可能是为自身活命，目的的不同是否会影响射击时间呢？因为是有声手枪，要是一方射击后又没有击中对方，另一方肯定就立即知道了. 但如果是无声手枪，或者决斗者驾驶飞机，距离很远，带的又是导弹，那就搞不清对方是否把弹打出了. 在这种假设下，又在什么时间开火好呢？

5. 军事行动的对策

有两支正在交战的军队甲和乙. 军队甲的行动方案有 3 个：α_1，α_2，α_3，军队乙的行动方案有 4 个：β_1，β_2，β_3，β_4，双方均不知道对方采取什么行动. 在采用不同的行动方案时，双方的损失与获益不同. 如果已知军队甲的损益情况如下表所示（表中正数为收益，负数为损失），那么军队甲采用哪个行动方案才能使自己的收益最大呢？

	β_1	β_2	β_3	β_4
α_1	-3	0	-2	0
α_2	2	3	0	1
α_3	-2	-4	-1	2

6. 市场竞争

设有 n 个人组成的一个市场经济系统，每个人的市场行为要

么是作为消费者购买商品，要么是作为厂商提供商品.消费者根据自己的需要与偏好，在自己收入许可的范围内，决定以何种价格，购买哪一家厂商的商品与数量；厂商则根据市场需求的状况，在生产能力的约束下，决定生产何种商品，生产多少，以什么样的价格出售.这样的市场行为实质上也是对策问题，作为消费者一方的策略是价格、牌号、需求量等等；作为厂商一方的策略是品种、产量、价格等等.消费者与厂商之间，消费者与消费者之间，厂商与厂商之间相互变化其策略，形成的对策就是市场竞争.

对策问题在我们的日常生活与各种社会经济活动中随处可见，比比皆是；小到下象棋、打桥牌、搓麻将、划拳猜令，大到谈判、投标拍卖、营销竞争，以致两军对垒打仗等等.在这些例子中，我们可以发现，对策问题概括了一类相当广泛的现象，它们有一些共同的特点：首先，在这类问题中，必须要有两个或两个以上的参加者；我们称他们为“局中人”.局中人可以是个人，也可以是国家、公司、军队、团体等.通常用大写字母 I 来表示所有局中人构成的集合，称为局中人集合.其次，参与对策的每个局中人，都有由自己支配的一些“招数”或策略，这些策略可以是局中人的决策，也可以是偶然事件的结果.例如，在“石头—剪子—布”游戏中，参与者的策略是石头、剪子、布.所有策略的集合称为策略集，通常第 i 个局中人的策略集记为 $S_i(i\in I)$.最后，每一次对策结束后，每个局中人都有一份收入或赢得，我们称其为支付.显然，由于支付与各个局中人所选择的策略有关，所以支付随策略组合的变化而变化.第 i 个局中人的支付记为 $E_i(S)(i\in I)$，其中 S 是所有的策略组合的集合.有了这些概念以后，现在我们就可以说：一个对策问题是由局中人，策略与支付这三个基本要素构成的.用符号来描述一个对策问题 G，可以记为：

$$G=\langle I,S_i,E_i(S),i\in I\rangle.$$

研究对策问题的理论称为对策论.因为它最早起源于研究游

戏与赌博问题,故又称为游戏论或博弈论.但是,由于它不仅仅用于博弈游戏,并且很快扩展到军事、社会和经济等各个领域,并取得了系统的成果,因而逐渐形成为一门内容相当丰富的独立的学科.本书就是想要简明地介绍它的一些基础知识和基本内容,为进一步学习和应用对策论打下基础.

1.2 对策论发展简史

对策论思想早已有之,但作为一门独立的学科则是年轻的.它的创立和发展只是最近几十年的事.1912 年,策墨罗(Zermelo)用集合论的方法研究过下棋,发表了《关于集合论在象棋对策中的应用》.1921 年,法国数学家波雷尔(Borel)也研究过这方面的问题,提出了"有限形式"的极小极大定理,并引入了"最优策略"的概念.1928 年和 1937 年,美籍匈牙利数学家冯·诺伊曼(von·Neumann)又先后发表了有关对策论的两篇论文.目前,一般公认对策论作为一门学科的创立,以 1944 年冯·诺伊曼和摩根斯滕(Morgenstern)合著的《对策论与经济行为》(Theory of Games and Economic Behaviour)一书的出版为标志.在这本书中,冯·诺伊曼和摩根斯滕第一次给对策论下了严格的定义,并详细讨论了各类对策问题,为对策论作为一门学科构建了理论框架,并在方法论上奠定了坚实的基础,把对策论与经济学的研究提高到了一个新水平.从此,对策论的研究开始走向系统化与公理化.

在这之后的几年中,人们在对策论方面做了大量的研究工作,想方设法扩大其应用范围,把像交易、仲裁一类的活动也抽象成对策模型来求解;同时,对策论在军事、经济等方面也得到了广泛的应用.故而在 20 世纪 50 年代和 60 年代,对策论无论在理论上还是在应用上发展都极为迅速,取得了长足的进展.

1950 年,纳什(Nash)将冯·诺伊曼和摩根斯滕的合作对策发

展为非合作对策，并对非合作对策提出了对策均衡点(现称为纳什均衡解)的概念.纳什均衡解是非合作对策中最重要的思想，因为许多对策，无论是对候选人的选举策略还是利益集团的行为的分析，还是对即将发生的事件的预测，最后都归结为均衡点的搜索与描述.由此可见，纳什均衡点这一基本概念抓住了对策论研究的关键.其后对策论的许多研究，就是围绕寻求纳什均衡点这一核心问题而展开的.

正当许多研究者想方设法扩大对策论的应用范围时，人们也逐渐认识到有些对策模型没有解，也不可能用对策模型来概括现实冲突局势的所有特征.1957 年，卢斯(Luce)和拉菲(Raiffa)在他们合著的专著《对策和决策》(Games and Decisions)一书中，慎重地指出了对策论的某些局限性，让人们不要把对策论看成解决人类社会一切矛盾冲突的“万能钥匙”，故这段时间关于对策论的研究和应用，有所降温.

20 世纪 70 年代以后，对策论的声望又开始有所回升，并向纵深发展.尽管对策论不是解决矛盾与冲突的万能工具，但它仍然是考虑冲突局势、描述和分析人类理性行为的一种恰当的方法.此时，对对策论的应用价值，也有了某些新的看法；认识到可以用它来考察有关冲突概念的真实含义，用它来显示那些在现实冲突中非做不可的重要决策；并在研究方向上也由有限对策发展到无限对策，从矩阵对策发展到微分对策，由静态对策发展到动态对策.关于动态对策，塞尔腾(Selten)在 1965 年的论文中率先进行了研究，并给出了多步对策和子对策均衡的概念，发展了一些新的分析方法，使对策论向前迈进了一大步.1967—1968 年，海萨尼(Harsanyi)开创了不完全信息对策研究的新领域，首先提出了贝叶斯-纳什均衡，用随机分析的方法来解决信息不完全和不对称时的对策问题.由此所发展起来的动态且不完全信息的对策模型与实际情况更为吻合，应用价值大增，使对策论的发展又上了一个新

台阶.

利用对策论描述人在面临冲突时实际上会做出怎样的反应，是对策论专家和心理学家共同研究的又一领域.他们共同设计出一个特定的对策环境，然后测试在这样的环境中被测者会作出什么决策，以及他们如何把自己的决策与根据决策作出的预测作比较.在这类试验中，囚犯难题是常常被引用的例子.

此外，对策论与生物学的结合也是研究的领域之一.1974年，梅纳德—史密斯(Maynard-Smith)和普里斯(Price)提出了一种对策论的理论结构，这一结构有助于刻划影响生物繁殖模式的基因进化过程，这就是所谓的进化对策.

对策论还与模糊数学相结合，开始逐步形成了模糊对策.

未来世界的竞争无论是军事的、经济的抑或是文化的，竞争的参与者都将运用一切最先进的科学技术来作为克敌制胜的武器，并且广泛地运用对策论的思想去研制对付对手的策略，这一点是毫无疑问的.从对策论的发展简史可以看出，它来源于实际，能解决一些有关冲突局势的实际问题.尽管它不是万能的，但却始终汇聚着分析冲突现象的最有用的技术.从这个意义上来说，对策论的前景令人鼓舞.尤其是1994年，当诺贝尔经济学奖授予三位对策论专家之后，对学习、研究和应用对策论起到了极大的推动作用.

1.3 对策论在我国的情况

对策论在我国的研究开始于1959年，是由中国科学院数学研究所的一些数学工作者首先开展起来的.虽然起步较晚，但由于受到重视，且一开始时参加的人员较多，水平也高，因此在短短的几年中发展迅速，不仅翻译介绍了国外这方面的一些专著，例如1960年翻译出版了《博弈论导引》(Introduction to the Theory of Games)，1963年翻译出版了前述的冯·诺伊曼和摩根斯滕的《竞

赛论与经济行为》等；而且在研究上也得到了一些较好的结果，例如数学所吴文俊、江嘉禾等，将多重映射的不动点应用于对策论所得到的结果.但由于当时历史条件的限制，研究人员大多数都是数学工作者，自20世纪60年代中期以后直到80年代这一段时间里，我国对策论的研究几乎停滞不前.自80年代以后，这方面的研究开始回升，并得到一些新的结果，例如王建华关于冯·诺伊曼最小定理的逆推证明等.在教育和普及方面也陆续出了一些书，例如1985年张盛开编著的《对策论及其应用》、1986年王建华的《对策论》，1988年崔之元的《博弈论与社会科学》等.近几年来，由于我国市场经济体制的确立，对策论的研究与应用再次引起了人们的重视，不仅是数学工作者，其他经济工作者、管理人员等对此也兴趣大增.1994年诺贝尔经济学奖授予对策论学者以后，更掀起了一股热潮.张维迎的《博弈论与信息经济学》、张守一等的《现代经济对策论》、王国成的《竞争对策》、谢识予的《经济博弈论》、刘德铭等的《对策论及其应用》、赵景柱等的《对策论理论与应用》等著作相继出版；在普及对策论的基本知识和方法方面，王则柯的《博弈论平话》更以通俗易懂、生动活泼的语言向人们阐述了对策论的思想和观念.有关各类对策的各种文章又开始见诸报刊杂志，其势方兴未艾.与此同时，中国数量经济学会还专门成立了经济对策论研究会这一组织，以便组织交流和推广对策论在我国的研究和发展，意欲通过各方面的努力，使对策论这一学科在我国发展壮大，结出丰硕成果.