代数拓扑和微分拓扑简史

Concise History of Algebraic and Differential Topology

干丹岩 著

湖南教育出版社

代数拓扑和微分拓扑简史

数学学科专题史丛书

代数拓扑和微分拓扑简史

Concise history of Algebraic and Differential Topology

干丹岩 著

湖南教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

代数拓扑和微分拓扑简史/干丹岩著. —长沙：湖南教育出版社，2005
（数学学科专题史丛书）

Ⅰ.代... Ⅱ.干... Ⅲ.①代数拓扑—数学史②微分拓扑—数学史 Ⅳ.0189－09

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第014361号

代数拓扑和微分拓扑简史

干丹岩 著

责任编辑:孟实华 邹伟华

湖南教育出版社出版发行(长沙市韶山北路443号)

网 址:http://www.hneph.com

电子邮箱:postmaster@hneph.com

湖南省新华书店经销 湖南广播电视大学印刷厂印刷

850×1168 32开 印张:14.375 字数:358000

2005年2月第1版 2005年2月第1次印刷

印数:1—1500

ISBN7－5355－4480－0/G·4475

定价:23.70元

序　言

拓扑学的崛起，是20世纪数学发展中的显著现象．1900年在Hilbert提出的23个问题中不见它的踪影，因为那时还只是刚刚出土的幼苗．1950年代，它高歌猛进，从此登上了世界数学界的中心舞台，并且开始对其他数学学科产生深远的影响和渗透．在国际数学家联盟所颁发的Fields奖中，拓扑学者以及与拓扑学有密切关系的学者占据了显要的地位．拓扑学的激动人心的发现总是鼓舞着数学家们去不断开拓新的研究领域．

中国人对于拓扑学作出了重要的贡献，最著名的是陈省身示性类和关于示性类的吴文俊公式．但是国内研究代数拓扑学和几何拓扑学的人数一直不多，大概是需要准备知识比较多的缘故．所以对于介绍拓扑学的图书的需求特别迫切．进一步，就要了解它的发展历程，来龙去脉，学术思想的变迁．毕竟数学不只是数学知识的总和，还凝结着人类求知、创新活动的经验和智慧．

介绍拓扑学不容易，作者必须融会贯通，才能剥开数学术语的铠甲，说得使读者明白．介绍拓扑学的历史更不容易，要从曲折纷繁的发展中理出主要线索，又常要跨出作者本人熟悉的范围，非常费力．干丹岩教授涉猎宽广，能毅然挑起这付重担，为数学界作贡献，我非常敬佩和感谢．

国际上关于拓扑学历史的研究也不多．法国大数学家Dieudonné著有截至1960年的《代数拓扑与微分拓扑史》(1989)和截至1950年的《拓扑学简史》(1994)．英国数学家James主编的《拓扑学的历史》(1999)，则是个文集，40篇文章各写一个领域、侧面或人物，大致讲到1980年左右．近30年来，低维拓扑异军突起，由于和众多数学分支的相互作用，成为数学中突

出的生长点. 本书的最后三章介绍这个仍在迅猛发展的领域, 是个大胆的尝试.

专注于拓扑学自身的历史时, 对于拓扑学的应用、与别的学科的相互联系和相互推动, 这些读者特别感兴趣的话题, 往往照顾不够. 本书也是如此. 或许这是近乎苛求了.

我相信即使是拓扑学家, 也会从本书获益匪浅.

姜伯驹

2004年5月

作者的话

先说这本书的来历. 1997年9月全国拓扑学会议举行之际, 姜伯驹教授与我在金华双龙洞相会. 他一见面就向我布置写代数拓扑学和微分拓扑学的历史的任务. 我虽尽力恳辞而未果, 不得已承担起这一项远远超出自己能力的工作.

本书主要介绍以 Poincaré 1895年的著名论文 Analysis Situs 发表为标志的代数拓扑学和微分拓扑学的发展简史.

一门数学学科的历史如果只是一个编年史表, 那意义就不大了. 我希望以编年史为线索, 以课题为章节, 从历史顺序中介绍各重大事件的发生, 各基本概念和基本方法的创始和发展, 各位重要人物如何起作用和各时期重大成就之联系.

作为单个的个人去看一门数学的历史, 会发现历史像是一张照片. 其中有一部分是清楚的, 那是位于"景深"范围内的. 超出这个范围的分两种, 一种是太远的, 景象模糊; 另一种是太近的, 也不清楚, 需要过些时日再说.

这里写进来的只是历史事实中较少的一部分. 许多专门性的课题的历史有待国内许多专家结合自己的研究成果来论述.

最后, 我在准备和写作过程中得到许多朋友的关心和支持. 我特别感谢段海豹、王诗宬、潘建中、陈坚、丁帆、李维萍等的帮助, 没有他们的热心帮助, 这个稿子不可能完成. 但稿子中的不妥和错误之处概由我本人负责, 并请读者慨然指正, 对此我预先表示谢意. 本书的写作受到浙江省自然科学基金资助, 作者深表感谢.

2000年7月于杭州老和山下

致 读 者

1. 本书用到以下常用记号.

N 自然数集，即$\mathbf{N}=\{1,2,\cdots\}$

Z 整数集，即$\mathbf{Z}=\{0,\pm 1,\pm 2,\cdots\}$

Q 有理数集

R 实数集

C 复数集

H 四元数集

$\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ 整数模 n 群或环

$\mathbf{R}^n$ n 维实线性空间，n 维实欧氏空间

$\mathbf{C}^n$ n 维复线性空间

2. 参考文献记号［ ］的引用可能是句子的成分，也可能不是句子的成分而是指示该句子中内容出自所引文献. ［P 1，2］指文献［P 1］和［P 2］.［P 1～7］指文献［P 1］，［P 2］，…，［P 7］. 而记号［Br 5；509～510］指文献［Br 5］的 509 页至 510 页.

目　录

第一章　萌　芽

拓扑学，特别是代数拓扑学与微分拓扑学，创立于 19 世纪与 20 世纪之交，可以认为是 20 世纪的一门数学．并且由于它的发展和向数学其他部门的渗透对整个现代数学的内容和面貌所产生的影响，可以认为 20 世纪在数学发展史上是拓扑学的世纪．这早已有人作出类似的论断，例如 [Di 1] 第 7 页．

虽然拓扑学是一门新的数学，但其萌芽很早．一般认为 18 世纪的瑞士数学家 L. Euler 和 19 世纪的德国数学家 B. Riemann 是拓扑学史前史的最伟大的拓扑学家．但史学家的研究发现有更早的记载，可追溯到 17 世纪的德国数学家 G. W. Leibniz 直至他的前辈法国数学家 R. Descartes．

拓扑学以前被人们称作位置分析（拉丁文 analysis situs）．拓扑学一词系英语 topology 或德语 Topologie 的中文音译．它是于 19 世纪中叶由德国人 J. B. Listing 提出的，源自希腊文 τoπos（位置或形势）与 λoγos（学问）．但它被普遍采纳是 20 世纪 30 年代以后的事，现今已为全世界所通用．

§1.1　什么是拓扑学

拓扑学在民间以橡皮几何的称号流传，这在相当程度上（但

不完全!）正确地描述了拓扑学的特性. 它的好处是使普通百姓都能理解和接受拓扑学的基本想法. 那么究竟拓扑学是什么？在作者的书架上的两本常用字典中就可查到“拓扑学”. 在商务印书馆于1979年北京出版的中国社会科学院语言研究所词典编辑室编的《现代汉语词典》中解释“拓扑学”为:“数学的一个分支,研究几何图形在连续改变形状时还能保留不变的一些特性,它只考虑物体之间的位置关系而不考虑它们的距离和大小.”在 Webster's New Collegiate Dictionary, G. & C. Merrian Company, Springfield, Massachusetts USA, 1973 中“topology”的定义 2a 为:“a branch of mathematics that investigates the properties of geometric configurations(as point sets)that are unaltered under elastic deformations that are homeomorphisms(数学的一个分支,它研究几何图形(作为点集)在那些是同胚的伸缩性形变之下不改变的性质)”再查“homeomorphism(同胚)”的定义 2 为:“a one-to-one mapping in topology between two figures that is continuous in both directions(拓扑学中两个图形之间的一对一的双方连续的映射)”.

上面引用的两本字典中的话可以作为拓扑学的正式定义. 没有学过拓扑学的读者可以此为出发点来阅读本书. 但是，要想对后面的专门内容有很好的理解，则需要有较好的数学的成熟性的修养或相应的专业的训练，并且建议读者参考有关的教科书.

§1.2 Descartes 与 Euler 定理

19世纪中叶, Foucher de Careil 伯爵在汉诺威王家图书馆保存的 Leibniz 的文稿中发现 Leibniz 作为外交家在巴黎逗留时期(1672—1676)所做的 Descartes 的一项题为 De Solidorum Elementis 的著作的抄件, 而 Descartes 的原稿已失轶, 此抄件后来由

Foucher de Careil 伯爵于 1859 年出版的《Descartes 的未发表的著作》一书与其他未发表的著作一道发表了，见[De]的 214 页及以后各页.

这篇著作由于有些记号很难懂，1860 年 E. Prouhet 在 [Pr; 484] 中作了纠正. 人们发现其中有一个命题的直接推论便是 Euler 的多面体定理.

Descartes 的定理说："在任何一个多面体中，各立体角之和等于 8 个立体直角".

关于这个定理，J. Bertrand 在 1860 年说："由 Descartes 考虑的一个多面体的外角之和当多面体换成一个曲面时便变成几何学当今成就中起重要作用的元素，对此 Gauss 称之为全曲率. 这个 Descartes 定理应用于一个凸曲面说，一个凸曲面的全曲率等于 4π" [Be].

若记所有平面角之和为 ω，顶点数为 e，边棱数为 k，面数为 f，此命题说

$$2\pi e-\omega=4\pi,$$

即当取直角为单位时

$$\omega=4(e-2). \tag{1}$$

另一方面，设 w 为所有平面角之数，则有关系

$$w=\frac{4f+\omega}{2} \tag{2}$$

及

$$w=2k \tag{3}$$

比较(1)与(2)及(3)便推出 Euler 定理

$$e-k+f=2. \tag{4}$$

数学界对此看法不一，出现了两派针锋相对的见解，一派将 Euler 定理归功于 Descartes，而另一派则不同意. 不过，现代的数学史家美国人 M. Kline 在[Kli]的第 50 章中承认"Descartes 在 1639 年就知道这个性质(指 Euler 定理)，并且通过 Descartes 的未发表