

黄儒钦 主编

水力学 教程

[第二版]



西南交通大学出版社

水 力 学 教 程

(第二版)

黄儒钦 禹华谦 编
陈春光 麦继婷

西南交通大学出版社

内 容 提 要

本书可作为高等院校土建类的土木工程、交通土建工程、建筑工程、给排水工程、地质工程和环境工程、水利水电工程等专业的 51 学时左右的水力学教材。书中系统地阐述了水力学的基本概念、基本理论和工程应用。

全书共分九章,包括绪论、水静力学、水动力学基础、水头损失、有压管道的恒定流动、明渠恒定流、堰流、渗流、量纲分析与相似原理。各章附有思考题和习题,并附有各章的习题答案。

图书在版编目(CIP)数据

水力学教程 / 黄儒钦等编. —2 版. —成都: 西南交通大学出版社, 2001.5
ISBN 7-81057-162-1

I. 水... II. 黄... III. 水力学—高等学校—教材
IV. TV13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 027110 号

水 力 学 教 程

(第二版)

黄儒钦 禹华谦 编
陈春光 麦继婷

*

出版人 宋绍南
责任编辑 周岚薇
封面设计 肖 勤

西南交通大学出版社出版发行

(成都二环路北一段 111 号 邮政编码: 610031 发行科电话: 7600564)

<http://press.swjtu.edu.cn>

E-mail: cbs@center2.swjtu.edu.cn

四川森林印务有限责任公司印刷

*

开本: 787 mm × 1092 mm 1/16 印张: 11.125

字数: 262 千字

印数: 14001~19000 册

1998 年 3 月第 2 版 2001 年 5 月第 3 次印刷

ISBN 7-81057-162-1/TV · 250

定价: 13.00 元

再 版 前 言

本书第一版自1993年问世以来，被西南交通大学及全国一些高等院校（如哈尔滨建筑大学、湖南大学、大连理工大学、长沙铁道学院、贵州工学院等院校）的土建类各专业广泛用作51学时的水力学教材。现根据学科的发展及教学实践的需要进行修订再版。

这次修订基本上保持了原来的章节和顺序，但对一些内容作了重写和重要补充，如增加了边界层理论、无压圆管均匀流及井群水力计算等内容。习题也作了适当的增、删。编者的愿望是使新版更能适应教学的需要，并可供有关科技人员报考硕士研究生进行自修或作参考书之用。

本书由黄儒钦主编，参加本书修订工作的仍是原第一版的编者：黄儒钦（一、二、五、六章）、禹华谦（三、七章）、陈春光（八、九章）和麦继婷（第四章）。

由于编者水平有限，书中仍不免有缺点和错误，望读者继续给予批评和指正。

编 者

1997年12月于成都

初版前言

水力学是土建类各个专业的一门重要技术基础课。它研究流体的机械运动规律及其在工程上的应用。

国内目前已出版了多学时（120 学时左右）、中学时（80 学时左右）及少学时（50 学时左右）三类水力学教材。我校水力学教研室早已编出中学时水力学教材，其修订后的第三版由高等教育出版社出版，至今已达十年。这次我们编写的是少学时水力学教材，适用于本科少学时及大专的水力学课程。

本书是根据高等院校土建类的铁道、道路、桥梁、隧道与地下工程、土建结构、给排水、工业与民用建筑、水文地质与工程地质等各专业 50 学时的水力学课程教学基本要求而编写的。本教材在正式出版前曾在我校、哈尔滨建筑工程学院等院校使用过。

本书系统地阐述了水力学的基本概念、基本理论和工程应用。在基本理论的论述上主要采用一元分析法。书中共分九章，主要内容包括水静力学、水动力学基础、水头损失、有压管道的恒定流动、明渠恒定流、堰流、渗流、相似原理与量纲分析等。

本书各章均编有例题、思考题及习题，全书习题附有答案，便于教师与学生使用。

参加本书编写工作的有黄儒钦（一、二、五、六章）、禹华谦（三、七章）、陈春光（八、九章）和麦继婷（四章）。本书由黄儒钦教授主编、黄宽渊教授主审。主审及有关兄弟院校教师对本书编写内容提供了不少宝贵意见，编者表示衷心感谢。

由于编者水平所限，书中缺点和错误在所难免，恳请读者批评和指正。

编 者

1993 年 8 月于西南交通大学

目 录

第一章 绪 论	(1)
§ 1-1 水力学的研究内容	(1)
§ 1-2 液体的主要物理性质	(1)
§ 1-3 作用在液体上的力	(5)
思考题	(6)
习 题	(6)
第二章 水静力学	(7)
§ 2-1 静水压强定义及其特性	(7)
§ 2-2 液体平衡的微分方程及其积分	(9)
§ 2-3 重力作用下静水压强的分布规律	(12)
§ 2-4 几种质量力作用下液体的相对平衡	(16)
§ 2-5 作用在平面上的静水总压力	(19)
§ 2-6 作用在曲面上的静水总压力	(21)
§ 2-7 浮力及物体的沉浮	(24)
思考题	(25)
习 题	(25)
第三章 水动力学基础	(29)
§ 3-1 描述液体运动的两种方法	(29)
§ 3-2 欧拉法的若干基本概念	(31)
§ 3-3 恒定总流的连续性方程	(34)
§ 3-4 恒定总流的能量方程	(36)
§ 3-5 恒定总流的动量方程	(43)
思考题	(46)
习 题	(47)
第四章 水头损失	(51)
§ 4-1 沿程水头损失及局部水头损失	(51)
§ 4-2 层流和紊流两种型态	(52)
§ 4-3 恒定均匀流沿程水头损失与切应力的关系	(54)
§ 4-4 沿程水头损失	(55)
§ 4-5 局部水头损失	(62)

思考题	(66)
习 题	(66)
第五章 有压管道的恒定流动	(69)
§ 5-1 液体经薄壁孔口的恒定出流	(69)
§ 5-2 液体经管嘴的恒定出流	(71)
§ 5-3 短管的水力计算	(72)
§ 5-4 长管的水力计算	(76)
§ 5-5 离心水泵的水力计算	(84)
思考题	(88)
习 题	(88)
第六章 明渠恒定流	(92)
§ 6-1 明渠的分类	(92)
§ 6-2 明渠均匀流的特征	(93)
§ 6-3 明渠均匀流的基本关系式	(95)
§ 6-4 明渠水力最优断面和允许流速	(96)
§ 6-5 明渠均匀流水力计算的基本问题	(98)
§ 6-6 无压圆管均匀流的水力计算	(101)
§ 6-7 明渠非均匀流的产生条件及特征	(104)
§ 6-8 明渠非均匀流中的若干概念	(105)
§ 6-9 水 跃	(111)
§ 6-10 明渠恒定非均匀渐变流的水面曲线分析	(114)
§ 6-11 明渠非均匀流水面曲线的计算	(120)
思考题	(123)
习 题	(123)
第七章 堰 流	(126)
§ 7-1 堰流的定义及分类	(126)
§ 7-2 堰流基本公式	(127)
§ 7-3 薄壁堰	(128)
§ 7-4 宽顶堰	(130)
§ 7-5 小桥孔径水力计算	(133)
思考题	(136)
习 题	(136)
第八章 渗 流	(138)
§ 8-1 渗流基本定律	(138)
§ 8-2 地下水的均匀流和非均匀渐变流	(140)
§ 8-3 集水廊道和井	(143)

思考题·····	(147)
习 题·····	(147)
第九章 量纲分析与相似原理·····	(149)
§ 9-1 量纲分析的概念和原理 ·····	(149)
§ 9-2 量纲分析法 ·····	(150)
§ 9-3 相似的基本概念 ·····	(154)
§ 9-4 相似准则 ·····	(155)
§ 9-5 模型试验设计 ·····	(157)
思考题·····	(160)
习 题·····	(160)
附录 I 国际单位与工程单位对照表·····	(162)
附录 II 各种不同粗糙面的粗糙系数 n ·····	(163)
附录 III 谢才系数 C 的数值表 ·····	(164)
各章习题答案·····	(166)
参考文献·····	(169)

第一章 绪 论

§ 1-1 水力学的研究内容

水力学是研究液体机械运动规律及其实际应用的一门科学。水力学是力学的一个分支,它是专门研究水流运动的一门技术科学。学科的发展是以生产发展的需要为动力。近几十年来,水力学学科随着生产的迅速发展而不断发展,现代水力学已派生出计算水力学、环境水力学、渗流水力学(或地下水动力学)等新分支。

自然界物质存在的一般形式有三种,即固体、液体和气体。液体和气体统称为流体,在性质上有许多相同之处,在一定条件下,水力学的运动规律也适用于气体运动。

从力学分析的角度上看,流体与固体的主要区别在于它们对外力抵抗的能力不同。固体可以抵抗一定的拉力、压力和剪力。当外力作用于固体时,固体将产生相应的变形,相应的科学有材料力学、弹性力学等。而流体几乎不能承受拉力,处于静止状态下的流体还不能抵抗剪力,即流体在很小剪力作用下将发生连续不断的变形,流体的这种特性称为易流动性。至于气体与液体的差别在于气体易于压缩,而液体难于压缩。由于液体所具有的物理力学特性与固体和气体不同,在科学发展中,逐渐形成了水力学这样一门科学。

水力学在工程中有广泛的应用。在修筑水坝,修建铁路、公路,开通运河和输水渠道,以及修建桥梁、隧道、地下铁道及房屋等许多土建工程中,都需要解决一系列水力学问题。如在道路桥涵孔径的设计、铁路站场与路基的排水设计、地下工程的通风与排水设计中均要进行大量的水力计算。在给排水工程及建筑设备工程中也要解决一系列水力学问题。如在室内消防给水系统的设计中,便要计算消防给水管路中的流量、流速、水压和水头损失等一系列水力计算问题。

§ 1-2 液体的主要物理性质

力对液体的作用都是通过液体的物理性质来表现的。由于液体分子结构的复杂性和水力计算的要求,不需要从微观的角度来探讨液体的物理性质,而采用能反映液体主要矛盾的宏观的物理模型作为研究的对象。

1. 连续介质模型

液体是由大量不断地作无规则的热运动的分子所组成。从微观角度上看,由于分子之间存在空隙,因此液体的物理量(如密度、压强和流速等)在空间的分布是不连续的;同时,由于分子作随机热运动,导致物理量在时间上的变化也不连续。

现代物理研究表明,在常温下,每立方厘米的液体中约有 3.3×10^{22} 个液体分子,相邻分

子间的距离约为 3×10^{-8} 厘米。可见分子间的距离是相当微小而在很小的体积中包含有难以计数的分子。

水力学在研究液体运动时，只研究由于外力作用下的机械运动，不研究液体内部的分子运动。在实际工程中，需要人们研究的液体空间尺度比分子尺寸大得多，要解决的实际工程问题不是液体微观运动特性，而是液体大量分子运动的统计平均特性，即宏观特性。

基于上述原因，在水力学中，把液体作为连续介质看待，即假设液体是一种充满其所占据空间毫无空隙的连续体。连续介质的概念是由瑞士学者欧拉 (L. Euler) 在 1753 年首先建议采用的，它作为一种假说在流体力学发展上起了重要作用。把液体视为连续介质后，液体运动中的物理量都可视为空间坐标和时间的连续函数，这样，就可以利用连续函数的分析方法 来研究液体运动。实践也证明，采用液体连续介质模型解决一般工程中的水力学问题是能够满足要求的。

2. 密度和容重

液体和固体一样，也具有质量和重量，分别用密度 ρ 和容重 γ 表示。

液体的密度是指单位体积液体所含有质量。若一均质液体的体积以 V 表示，质量以 M 表示，即该均质液体的密度为

$$\rho = \frac{M}{V}$$
 (1-1)

密度的量纲为 $[M/L^3]$ ，其国际单位为公斤/米³ (kg/m³)。

均质液体的容重 γ 是指单位体积液体所含有重量，即

$$\gamma = \frac{Mg}{V} = \rho g$$
 (1-2)

液体的容重又称重度，其量纲为 $[M/L^2T^2]$ ，国际单位为牛/米³ (N/m³)。由于容重与重力加速度 g 有关，所以随位置而变化。在水力学计算中一般采用 $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ 。

净水在一个标准大气压条件下，其密度和容重随温度的变化见表1-1。几种常见流体的容重见表 1-2。

表 1-1 水的密度和容重

温度 (°C)	0	4	10	20	30
密度 (kg/m³)	999.87	1 000.00	999.73	998.23	995.67
容重 (N/m³)	9 798.73	9 800.00	9 797.35	9 782.65	9757.57
温度 (°C)	40	50	60	80	100
密度 (kg/m³)	992.24	988.07	983.24	971.83	958.38
容重 (N/m³)	9 723.95	9 683.09	9 635.75	9 523.94	9 392.12

表 1-2 几种常见流体的容重

流体名称	空 气	水 银	汽 油	酒 精	四氯化碳	海 水
容重 (N/m³)	11.82	133 280	6 664-7 350	7 778.3	15 600	9 996-10 084
测定温度 (°C)	20	0	15	15	20	15

需要指出的是，在工程计算中，水的密度和容重视为常数，采用在一个标准大气压下、温

度为 4°C 时的纯净水密度来计算, 此时认为淡水的密度 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, 容重 $\gamma = 9.80 \text{ kN/m}^3$ 。

3. 粘滞性

当液体处于运动状态时, 若液体质点之间存在着相对运动, 则质点间要产生内摩擦力抵抗其相对运动, 这种性质称为液体的粘滞性或简称粘性, 此内摩擦力又称为粘滞力。

运动液体中的摩擦力是液体分子间的动量交换和内聚力作用的结果。液体温度升高时粘性减小, 这是因为液体分子间的内聚力随温度升高而减小, 而动量交换对液体的粘性作用不大。气体的粘性主要是由于分子间的动量交换引起的, 温度升高动量交换加剧, 因此气体的粘性随温度增高而增大。

现用牛顿 (I. Newton) 平板实验来说明液体的粘性。

设两个平行平板相距 h , 其间充满了液体, 平板面积为 A , 设下板固定不动, 上板受拉力 T 作用, 以匀速 U 向右运动 (图 1-1a)。由于液体质点粘附于固体壁上, 下板上的液体质点的速度为零, 上板上的液体质点的速度为 U 。当 h 或 U 不是太大时, 实验表明板间空间沿板法线方向 y 的流速分布为线性关系, 如图 1-1a 所示, 即

$$u(y) = \frac{U}{h}y \quad (1-3)$$



图 1-1

实验还表明, 对包括水在内的大多数液体有下列关系

$$T \propto \frac{AU}{h}$$

若引用一比例常数 μ , 称为动力粘性系数, 则粘附于上板液层的切应力 τ 为

$$\tau = \frac{T}{A} = \mu \frac{U}{h} \quad (1-4)$$

再研究任一液层上的切应力。距下板 y 处作一个同上下板平行的平面, 取上部液体为隔离体, 如图 1-1b 所示, 由受力条件得

$$R = T$$

因此, 任一液层上的切应力皆为 τ 。

如图 1-1b 所示, 此力 R 是下部液体对上部液体的阻力, 其方向与 U 相反。根据牛顿第三定律, 上部液体对下部液体作用力的大小仍为 R , 但方向与 U 相同。上下部液体在 y 平面上的这一对相互作用的剪力, 即为粘滞力或摩擦力。

由于两平板间的速度分布为线性关系, 故有

$$\frac{du}{dy} = \frac{U}{h}$$

则式(1-4),对 y 层液体有

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}, \quad \text{或} \quad T = \mu A \frac{du}{dy} \quad (1-5)$$

此式称为**牛顿内摩擦定律**。

可以证明,上式中的流速梯度 du/dy ,实质上是代表液体微团的剪切变形速率。因此,液体的粘滞性可视为液体抵抗剪切变形速率的特性。

液体动力粘性系数 μ 的量纲为 $[M/LT]$,国际单位为牛顿·秒/米² ($N \cdot s/m^2$) 或帕·秒 ($Pa \cdot s$)。粘性大的液体其 μ 值也大,因此,液体的性质对摩擦力的影响,可通过动力粘性系数 μ 来反映。

另外,液体的粘性还可以用动力粘性系数 μ 与液体密度 ρ 的比值即 $\nu = \mu/\rho$ 表示, ν 称为液体的**运动粘性系数**,其量纲为 $[L^2/T]$,国际单位为米²/秒 (m^2/s)。

液体的 μ 或 ν 值随压力变化甚微,随温度变化较为敏感。水的运动粘性系数 ν 可用下列经验公式计算

$$\nu = \frac{0.01775}{1 + 0.0337t + 0.000221t^2} \quad (1-6)$$

式中 t 为水温,以 $^{\circ}C$ 计; ν 以厘米²/秒 (cm^2/s)计。例如当水温 $t = 20^{\circ}C$ 时, $\nu = 0.01010 \text{ cm}^2/s$ 。

通过以后有关液体运动的讨论可以了解,考虑液体粘性后,将使液体运动的分析很困难。在水力学中,为了简化分析,有时对液体的粘性暂不考虑,从而引出不考虑粘性的理想液体模型。在理想液体的模型中,动力粘性系数 $\mu = 0$ 。按照理想液体得出的液体运动的结论,应用到实际液体时,必须对没有考虑粘性而引起的偏差进行修正。

4. 压缩性

液体不能承受拉力,但可以承受压力。液体受压后体积缩小,同时其内部将产生一种企图恢复原状的内力(弹性力)与所受压力维持平衡,撤除压力后,液体可立即恢复原状,这种性质称为液体的**压缩性或弹性**。

液体压缩性的大小是以体积压缩系数 β 或体积弹性系数 K 来表示。体积压缩系数 β 是液体体积的相对缩小值与压强的增值之比。设液体压缩前的体积为 V ,压强增加 Δp 后,体积减小 ΔV ,其体积压缩系数为

$$\beta = -\frac{(\Delta V/V)}{\Delta p} \quad (1-7)$$

式中负号是考虑到压强增大,体积缩小,所以 Δp 与 ΔV 的符号始终是相反的,上式右端加一个负号是为了保持 β 为正值。 β 值愈大,则液体压缩性亦愈大。 β 的单位为米²/牛 (m^2/N)。

体积弹性系数 K 是体积压缩系数 β 的倒数,即

$$K = \frac{1}{\beta} = -\frac{\Delta p}{(\Delta V/V)} \quad (1-8)$$

K 值愈大,表示液体愈不容易受压缩。 K 的单位为牛/米² (N/m^2)。

水的压缩性很小,在 $10^{\circ}C$ 时水的体积弹性系数 $K \approx 2 \times 10^9$ 帕 (N/m^2)。此值说明,每增加一个工程大气压(按 98×10^3 帕计),水的体积相对压缩值 $(\Delta V/V)$ 约为二万分之一。所以,在一般工程设计中,认为水不可压缩是足够精确的,相应水的密度及容重可视为常数。

当气体速度远小于音速时,气体的压缩性在计算中一般也不考虑。

§ 1-3 作用在液体上的力

作用在液体上的力,按其物理性质而言,有重力、摩擦力、弹性力、表面张力及惯性力等等。为便于分析液体平衡和运动的规律,又可按力的作用方式分为表面力和质量力两大类。

1. 表面力

表面力是指作用于液体的表面上,并与受作用的液体表面积成比例的力。例如作用在液体隔离体表面上的压力与切力,固体边界对液体的摩擦力等都属于表面力。

液体表面力的大小除用总作用力来度量以外,也常用单位面积上所受的表面力即应力来度量。与作用面正交的应力称为压应力或压强,与作用面平行的应力称为切应力。

如图 1-2 所示,在液体隔离体表面上取包含 A 点的微小面积 $\Delta\omega$,作用在 $\Delta\omega$ 上的法向力为 ΔP ,切向力为 ΔT ,则 A 点处的压强 p 及切应力 τ 为

$$p = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta\omega} = \frac{dP}{d\omega} \quad (1-9)$$

$$\tau = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta\omega} = \frac{dT}{d\omega} \quad (1-10)$$

顺便指出,在静止液体中,液体间没有相对运动,即流速梯度 $du/dy=0$,或者在理想液体中,动力粘性系数 $\mu=0$,这两种情况都有 $\tau=0$,则作用在 $\Delta\omega$ 上的表面力只是法向力 ΔP 。

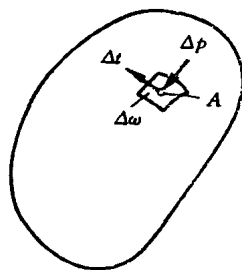


图 1-2

2. 质量力

质量力是指作用于液体的每个质点上,并与受作用的液体的质量成比例的力。最常见的质量力是重力;此外,质量力还包括惯性力。

液体质量力除用总作用力来度量外,还常用单位质量力来度量。单位质量力是指作用在单位质量液体上的质量力。若有一质量为 M 的均质液体,所受的总质量力为 F ,则单位质量力 f 为

$$f = \frac{F}{M} \quad (1-11)$$

若总质量力 F 在坐标轴上的投影分别为 F_x, F_y, F_z ,则单位质量力 f 在相应坐标轴的投影为 X, Y, Z ,则有

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{F_x}{M} \\ Y &= \frac{F_y}{M} \\ Z &= \frac{F_z}{M} \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

即单位质量力 f (矢量)为

$$f = Xi + Yj + Zk \quad (1-13)$$

式中, i, j, k 为单位矢量, X, Y, Z 为单位质量力的投影值。

单位质量力具有加速度一样的量纲 $[L/T^2]$ 。

思 考 题

1. 什么是连续介质模型？为什么在研究液体机械运动规律时引出连续介质模型？
2. 牛顿内摩擦力定律表明的液体摩擦力与材料力学描述的固体摩擦力有什么不同？
3. 为什么液体质量力常以单位质量力来表示？
4. 为什么液体表面力常以应力来表示？

习 题

- 1-1 某种汽油的容重为 7.00 kN/m^3 , 问其密度为多少？
- 1-2 20°C 的水, 其体积为 2.5 m^3 , 当温度升至 80°C , 求体积增加多少？
- 1-3 使 10°C 的水的体积减少 0.1% 及 1.0% 时, 应增大压强各为多少？
- 1-4 一封闭容器盛以水或油, 在地球上静止时, 其单位质量力为多少？

第二章 水静力学

水静力学是研究液体处于静止状态下的平衡规律及其实际应用。所谓静止是一个相对的概念,它是指液体对于地球没有相对运动,而处于相对静止的状态;或是指液体对于地球虽有运动,但液体与容器之间以及液体质点相互之间都不存在相对运动,而处于相对平衡状态。

绪论中曾指出,液体质点之间没有相对运动时,液体的粘滞性便不起作用,故静止液体不呈现切应力。又由于液体几乎不能承受拉应力,所以,静止液体质点间的相互作用是通过压应力(称静水压强)形式呈现出来。因此,水静力学的主要任务便是研究静水压强在空间的分布规律,并在此基础上解决一些工程实际问题。

§ 2-1 静水压强定义及其特性

1. 静水压强定义

静止液体作用在与之接触的表面上的水压力称为静水压力。从实践中得知,液体不仅对与之接触的固体边壁作用有压力,而且在液体内部,一部分液体对相邻的另一部分液体也作用有压力。

现从均质的静止(或相对平衡)状态流体中,任取一体积 V ,如图 2-1 所示。设用任意平面 $ABCD$ 将此体积分分为 I、II 两部分,假定将 I 部分移去,并以与其等效的力代替它对 II 部分的作用,显然,余留部分不会失去原有的平衡。

从平面 $ABCD$ 上取出一小块面积 $\Delta\omega$, a 点是该面的几何中心,令力 ΔP 为移去液体作用在面积 $\Delta\omega$ 上的总作用力。

在水力学上,力 ΔP 称为面积 $\Delta\omega$ 上的静水压力; $\Delta P/\Delta\omega$ 称为面积 $\Delta\omega$ 上的平均静水压力强度,简称平均压强,以 $\bar{p}$ 表示。当 $\Delta\omega$ 无限缩小到点 a 时,平均压强 $\bar{p} = \Delta P/\Delta\omega$ 便趋近某一极限值,此极限值定义为该点的静水压强,通常以符号 p 表示,即

$$p = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta\omega} = \frac{dP}{d\omega} \quad (2-1)$$

在国际单位制中,静水压力 P 的单位为牛顿(N)或千牛顿(kN);静水压强 p 的单位为牛顿/米²(N/m²)或千牛顿/米²(kN/m²),牛顿/米² 又称 帕斯卡(Pa)。在工程单位制中,静水压力的单位为公斤力(kgf);静水压强的单位为公斤力/厘米²(kgf/cm²)。

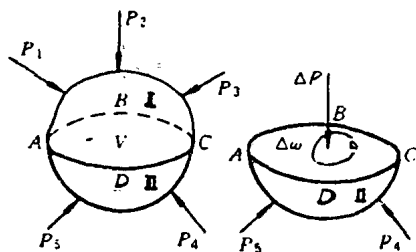


图 2-1

2. 静水压强特性

静水压强有两个重要特性,即

(1) 静水压强方向与作用面的内法线方向重合。兹证明如下：

在某静止液体中，以 $N-N'$ 面将其切割为 I、II 两部分，如图 2-2 所示，现以 II 部为隔离体，在属于 II 部的 $N-N'$ 面上任取一点 (A 点)，假如其所受的静水压强 p 是任意方向，则 p 可分为法向应力 p_n 与切向应力 τ 。由于静止液体粘滞性不起作用，不能承受剪切变形，从而使得液体具有易动性，故静止液体在切向力 τ 作用下将会引起流动，这与静止液体的前提不符，故 $\tau=0$ ，亦即 $\alpha=90^\circ$ ，可见， p 必须垂直于其作用面。

又由于液体不能承受拉应力，静水压强 P 的作用方向只能是指向其受压面，故 p 为压应力。

由此可见，只有内法线方向才是静水压强的唯一方向，或者说，静水压强的作用方向只能是指向并垂直其受压面。

(2) 静止液体中某一点静水压强的大小与作用面的方位无关，或者说作用于同一点各方向的静水压强大小相等。兹证明如下：

在平衡液体中任取一点 O ，并设直角坐标系如图 2-3 所示。在直角坐标系上，取包括原点 O 在内的无限小四面体 $OABC$ ，以 p_x, p_y, p_z 和 p_n 分别表示坐标面和斜面 ABC 上的平均压强。如果能够证明，当四面体 $OABC$ 无限地缩小到 O 时， $p_x=p_y=p_z=p_n$ (n 为任意方向)，则静水压强的第二特性得到了证明。为此，用 P_x, P_y, P_z, P_n 分别表示垂直于 x, y, z 的平面及斜面上的总压力 (见图 2-3)。

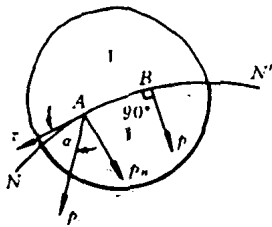


图 2-2

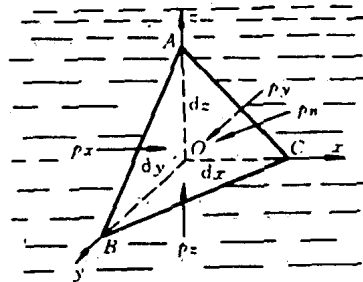


图 2-3

则有

$$P_x = \frac{1}{2} dy \cdot dz \cdot p_x$$

$$P_y = \frac{1}{2} dx \cdot dz \cdot p_y$$

$$P_z = \frac{1}{2} dx \cdot dy \cdot p_z$$

$$P_n = ds \cdot p_n \text{ (ds 为斜面 } ABC \text{ 的面积)}。$$

四面体 $OABC$ 除了受到上述表面力的作用外，尚有质量力的作用。

四面体 $OABC$ 的体积 $dV = \frac{1}{6} dx \cdot dy \cdot dz$ ，液体密度以 ρ 表示，令 X, Y, Z 分别为液体单位质量的质量力在相应坐标轴方向的分量，则质量力 F 在坐标轴方向的分量分别为

$$F_x = X \cdot \rho dV; \quad F_y = Y \cdot \rho dV, \quad F_z = Z \cdot \rho dV$$

由于液体处于平衡状态，利用理论力学中作用于平衡体上的合力为零的原理，分别写出作用在四面体 $OABC$ 上诸力对各坐标轴投影的平衡方程为

$$\left. \begin{aligned} P_x - P_n \cos(\hat{n}x) + F_x &= 0 \\ P_y - P_n \cos(\hat{n}y) + F_y &= 0 \\ P_z - P_n \cos(\hat{n}z) + F_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

式中, $(\hat{n}x)$ 、 $(\hat{n}y)$ 、 $(\hat{n}z)$ 分别表示倾斜面法向 n 与 x 、 y 、 z 轴的交角。以对 x 轴的投影为例, 其中 $P_n \cos(\hat{n}x) = p_n d \cos(\hat{n}x) = p_n \cdot (1/2) dy dz$ (而 $(1/2) dy dz$ 为斜面 ds 在坐标面 yOz 上的投影值), 将上述各式代入后, 式(2-2)中的第一式可写为

$$\frac{1}{2} dy dz \cdot p_x - \frac{1}{2} dy dz \cdot p_n + \frac{1}{6} dx dy dz \cdot \rho X = 0$$

以 $(1/2) dy dz$ 除全式后, 得

$$P_x - P_n + \frac{1}{3} dx \rho X = 0$$

当四面体无限地缩小到 O 点时, 上述方程式中的最后一项便趋近于零, 而压强 p_x 与 p_n 的值是有限的。因此, 取极限便得

$$p_x - p_n = 0$$

或

$$p_x = p_n$$

同理可得

$$p_y = p_n, \quad p_z = p_n$$

因斜面的方向是任意选取的, 所以当四面体无限缩小至一点时, 各个方向的静水压强均相等, 即

$$p_x = p_y = p_z = p_n \quad (2-3)$$

上述第二个特性表明, 作为连续介质的平衡液体内, 任一点的静水压强仅是空间坐标的连续函数而与受压面的方位无关, 所以

$$p = p(x, y, z)$$

该函数 p 的性质将在下面各节中讨论。

§ 2-2 液体平衡的微分方程及其积分

1. 液体平衡的微分方程

液体平衡的微分方程, 是表征液体处于平衡状态时作用于液体上各种力之间的基本关系式。

设想处于相对平衡液体中任一点 O 处, 绘出以 O' 为中心的微小正交六面体 (见图 2-4), 令各边长为 dx 、 dy 和 dz , 并与相应的直角坐标轴平行。经过 O' 点作平行 x 轴线 MN 与平面 $ABCD$ 、 $EFGH$ 分别交于 M 和 N 。

设正交六面体中心点 $O'(x, y, z)$ 处的静水压强为 p , 根据液体连续性的假定, 它应是坐标的连续函数, 即 $p = p(x, y, z)$, 用泰勒级数展开得 M 和 N 点的压强为

$$p_M = p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

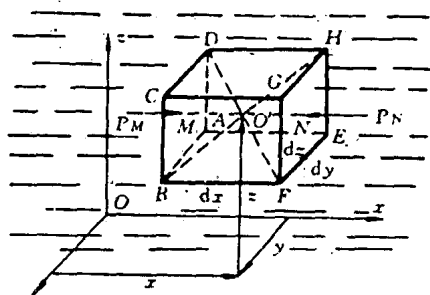


图 2-4