



21世纪高等学校教材

信号与系统

主 编 葛利嘉
编 著 田 莉 陈绍荣
刘郁林 王柱京
主 审 栗玉侠



电子科技大学出版社

信号与系统

主 编	葛利嘉	
编 著	田 莉	陈绍荣
	刘郁林	王柱京
主 审	栗玉侠	

电子科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/葛利嘉主编. —成都:电子科技大学出版社,2008.8

ISBN 978-7-81114-919-7

I. 信… II. 葛… III. 信号系统 IV. TN911.6

中国版图书馆 CIP 数据核字(2008)第 108179 号

内 容 提 要

本书系统介绍了连续信号与系统的时域、频域和复频域分析方法以及离散信号与系统的时域、Z 域分析方法,同时详细地介绍了状态变量法及系统的可控性、可观性。内容上注重理论的整体性、连贯性及应用性,同时配有大量的例题及习题。

本书可供高校电子信息类及自动控制、测量技术、计算机等专业作为教材使用,也可供相关科技人员作为参考。

信号与系统

主编 葛利嘉 编著 田莉 陈绍荣 刘郁林 王柱京 主审 栗玉侠

出 版 电子科技大学出版社(成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦 邮编:610051)

策划编辑 朱 丹

责任编辑 朱 丹

主 页 www.uestcp.com.cn

电子邮箱 uestcp@uestcp.com.cn

发 行 新华书店经销

印 刷 四川经纬印务有限公司

开 本 185mm×260mm 印张:24.5 字数:593 千字

版 次 2008 年 8 月第 1 版

印 次 2008 年 8 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-81114-919-7

定 价 42.00 元

■ 版权所有 盗版必究 ■

◆ 本社发行部电话:028-83202463;邮购部电话:028-83208003。

◆ 本书如有缺页、破损、装订错误,请寄回印刷厂调换。

◆ 课件下载在我社主页“下载专区”。

前 言

本教材是编者在重庆通信学院多年教学实践经验的基础上,按照国家教委“电子信息科学与电气信息类教学指导分委会”对“信号与系统”课程的基本要求编写而成,可供大专院校电子信息类及自动控制、测量技术、计算机等专业的学生使用,也可供相关科技人员作为参考。

自我院开设《信号与系统》课程以来,先后采用了国内多种中文版教材及国外英文版教材,通过对课程内容的不断挖掘,对本质和规律的不断探索,形成了“一个途径,两类方法,三个综合体现,四种频谱特征,五个关系,六个专题,七种处理方式,八种具体解法,九个对偶,十大呼应”的教学内容“树枝结构”。即以信号的各种分解作为重要途径,引出信号与线性时不变系统的时域分析法和变换域分析法。在连续系统的时域分析法中,给出系统零状态响应的三个综合体现——输入微分,零状态响应也进行微分;输入积分,零状态响应也进行积分;输入分解为单位冲激信号的延时加权和,零状态响应也可分解为单位冲激响应的延时加权和;强调了连续周期信号和非周期信号频谱、离散周期序列和非周期序列频谱特征的联系和区别。揭示了系统方程、单位冲激响应、转移算子、频率特性及转移函数之间的代换关系,展示了用时域法求解高阶线性时不变因果系统单位冲激响应的七种处理方式和零状态响应的八种具体解法——不定积分法、上限积分法、待定系数法、奇异函数平衡法、叠加原理、辅助方程法、卷积法及算子法。利用傅里叶变换的对称性,讨论了傅里叶变换及应用中时域卷积定理与频域卷积定理、时域微分性质与频域微分性质等九个对偶关系,强调了连续信号及系统与离散信号及系统在数学模型、方程求解、频谱分析等十大呼应关系。

在2002年,我们编著了《信号与系统学习指南》一书,使用至今,效果良好,以该书为基础,编写了这本《信号与系统》教材。在编写时力争做到三突出:突出内容的机理,突出物理概念,突出基本原理与方法。同时对例题、习题作了精心的筛选和设计。

另外该教材的独到之处在于还提出了因果序列和反因果序列的原序列公

式,不仅为我们深刻认识系统状态的产生、发展、演变过程奠定了坚实的基础,而且为线性位不变离散系统的时域分析及变换域分析提供了严谨又有效的处理方式。

该书编写大纲和目录由王柱京教授、葛利嘉教授制定,并提出具体编写计划及要求,第一章至第四章由田莉副教授编写,第五章至第六章由陈绍荣副教授编写,第七章由刘郁林教授编写。审稿工作由栗玉侠教授完成。

在本书的编写过程中,不仅得到学院主管领导的大力支持,而且还得到信息技术教研室全体同事、胡绍兵副教授、廖小军讲师的大力帮助。对在教学组工作过的姚秉椿教授、钱林杰副教授、张宏科博士、孙昌明、胡梦佑等硕士,对所列参考文献的编著者,对给予理解、支持和关心的编者亲人,对参与校对工作的研究生徐舜、朱行涛、张有鹏以及出版社的相关编辑及工作人员,在此一并表示感谢。

虽然本书的编写时间历经一年,但是编者水平有限,本书难免还存在一些不足甚至错误,殷切希望广大读者批评指正。

编 著 者

2008 年 2 月 29 日

目 录

前言	1
第一章 信号与系统基本概念	1
1.1 信号与系统概述	1
1.1.1 信号的概念	1
1.1.2 系统的概念	1
1.1.3 信号分析与系统分析的任务	2
1.2 信号的描述与分类	2
1.2.1 信号的描述	2
1.2.2 信号的分类	2
1.3 基本的连续信号	6
1.3.1 单位阶跃信号	6
1.3.2 单位门信号	7
1.3.3 单位斜升信号	7
1.3.4 符号函数	9
1.3.5 正(余)弦信号	9
1.3.6 无时限指数信号	10
1.3.7 抽样信号	11
1.3.8 单位冲激信号(δ 函数)	12
1.4 连续信号的基本运算	15
1.4.1 加、减、乘、除运算	15
1.4.2 时移、反褶、时域压扩运算	16
1.4.3 微分、积分运算	18
1.5 系统分类	21
1.5.1 连续与离散时间系统	21
1.5.2 线性与非线性系统	21
1.5.3 时变与时不变系统	22
1.5.4 动态与静态系统	23

1.5.5	因果与非因果系统	23
1.5.6	稳定与不稳定系统	23
1.5.7	可逆与不可逆系统	24
习题		25
第二章	连续信号与系统的时域分析	31
2.1	线性时不变系统的数学模型	31
2.1.1	线性时不变系统微分方程的建立	31
2.1.2	微积分算子及转移算子	32
2.2	系统的零输入响应	36
2.2.1	一阶系统的零输入响应	36
2.2.2	二阶系统的零输入响应	36
2.2.3	高阶系统的零输入响应	38
2.3	系统的零状态响应与单位冲激响应	39
2.3.1	系统的零状态响应	39
2.3.2	系统的单位冲激响应及计算	40
2.4	卷积积分及计算	44
2.4.1	卷积积分定义及图解法	44
2.4.2	卷积积分性质	48
2.4.3	计算卷积积分的算子法	54
2.5	系统的时域分析法举例	56
习题		60
第三章	连续信号与系统的频域分析	68
3.1	信号在正交函数空间的分解	68
3.1.1	矢量的正交与分解	68
3.1.2	信号的正交与分解	69
3.2	周期信号的频谱分析——傅里叶级数(FS)	71
3.2.1	三角形形式的傅里叶级数	71
3.2.2	复指数形式的傅里叶级数	72
3.2.3	周期信号的频谱	74
3.2.4	傅里叶级数的性质	76
3.2.5	周期信号的功率(帕色伐尔定理)	79
3.3	非周期信号的频谱分析——傅里叶变换(FT)	79
3.3.1	从傅里叶级数到傅里叶变换(FT)	80
3.3.2	傅里叶变换(FT)定义及物理含义	80
3.4	典型信号的频谱(FT)	81
3.4.1	矩形脉冲信号的频谱	81
3.4.2	单边指数信号的频谱	82

3.4.3	双边指数信号的频谱	83
3.4.4	符号函数的频谱	83
3.4.5	单位冲激信号的频谱	84
3.4.6	直流信号的频谱	85
3.4.7	虚指数信号的频谱	85
3.4.8	正余弦信号的频谱	85
3.4.9	周期信号及周期冲激串的频谱	86
3.4.10	单位阶跃信号的频谱	87
3.5	傅里叶变换(FT)的性质及计算	87
3.5.1	线性性	87
3.5.2	时移特性	88
3.5.3	尺度变换性	88
3.5.4	对偶性	89
3.5.5	奇偶虚实性	91
3.5.6	频移特性	92
3.5.7	卷积定理	93
3.5.8	时域微积分特性	96
3.5.9	频域微分特性	100
3.5.10	帕色伐尔定理(能量守恒定理)	101
3.6	系统的频域分析方法	101
3.6.1	频域分析法	102
3.6.2	LTI 连续时间系统的频率响应	102
3.6.3	频域分析法求解系统响应举例	103
3.7	典型系统的频域分析举例	106
3.7.1	无失真传输系统	106
3.7.2	理想滤波器	108
3.7.3	调制解调系统	110
3.7.4	抽样及抽样定理	113
	习题	117
第四章	连续信号与系统的复频域分析	128
4.1	拉普拉斯变换(LT)的定义	128
4.1.1	从傅里叶变换到拉普拉斯变换	128
4.1.2	拉普拉斯变换的收敛域	129
4.1.3	拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系	130
4.1.4	单边拉普拉斯变换与双边拉普拉斯变换	131
4.2	拉普拉斯变换的性质及计算	132
4.2.1	双边拉普拉斯变换性质	132

4.2.2	单边拉普拉斯变换的几个特殊性质	137
4.2.3	拉普拉斯逆变换计算	139
4.3	连续时间系统的复频域分析	141
4.3.1	系统函数	141
4.3.2	单边拉氏变换求解系统全响应	143
4.3.3	求解电路的 S 域模型法	143
4.4	连续系统的零极点分析及稳定性判决	147
4.4.1	连续系统的零极点及零极点图	147
4.4.2	连续系统的极点分布与系统时域特性的关系	148
4.4.3	连续系统的零极点分布与系统频域特性的关系	148
4.4.4	连续系统稳定性判决	151
4.5	系统的信号流图及模拟	154
4.5.1	系统的方框图表示	154
4.5.2	系统的信流图表示	155
4.5.3	信流图分析——梅森规则	156
4.5.4	连续系统模拟	158
习题		161
第五章	离散时间系统的时域分析	171
5.1	离散时间信号	171
5.2	常用序列	172
5.2.1	单位阶跃序列	172
5.2.2	单位冲激序列	172
5.2.3	矩形窗序列	173
5.2.4	周期序列	174
5.2.5	复指数序列	175
5.3	序列运算	176
5.3.1	对单个序列的运算	176
5.3.2	对两个序列的运算	180
5.3.3	卷和的性质	183
5.4	差分方程及其解结构	190
5.4.1	差分方程的相关术语	190
5.4.2	线性常系数齐次差分方程的通解	191
5.4.3	线性常系数非齐次差分方程的通解	193
5.5	离散时间系统的描述及分类	194
5.5.1	离散时间系统的描述	194
5.5.2	离散时间系统的分类	194
5.5.3	线性时不变系统的属性	196

5.5.4	线性位不变因果系统应具备的时域充要条件	197
5.5.5	线性位不变因果系统稳定的时域充要条件	197
5.6	线性位不变系统的时域分析法	199
5.6.1	线性位不变系统差分方程的建立	199
5.6.2	算子及线性位不变系统的转移算子	200
5.6.3	线性位不变系统的零输入响应	202
5.6.4	线性位不变系统的单位冲激响应	205
5.6.5	线性位不变系统的零状态响应	211
5.6.6	无时限指数序列通过线性位不变系统的零状态响应	213
	习题	215
第六章	离散时间系统的 Z 域分析	224
6.1	变换的定义及其收敛域	224
6.1.1	从样值信号的拉普拉斯变换到相应序列的 Z 变换	224
6.1.2	样值信号的拉普拉斯变换与相应序列的 Z 变换的关系	225
6.1.3	z 平面与 s 平面的映射关系	225
6.1.4	逆 Z 变换的导出	225
6.1.5	Z 变换的收敛域	226
6.1.6	单位圆周上的变换	229
6.2	Z 变换的性质	229
6.2.1	位移性质	229
6.2.2	线性性质	231
6.2.3	时域插值性质	231
6.2.4	时域抽取性质	233
6.2.5	时域重排性质	234
6.2.6	Z 域标尺性质	235
6.2.7	时域卷和定理	236
6.2.8	时域共轭性质	238
6.2.9	域卷积定理	238
6.2.10	域微分性质	241
6.2.11	Z 域积分性质	242
6.2.12	始值定理	244
6.2.13	终值定理	246
6.3	逆 Z 变换	247
6.3.1	部分分式展开法	247
6.3.2	幂级数展开法(长除法)	249
6.3.3	留数法	251
6.4	线性位不变系统的 Z 域分析	253

6.4.1	线性位不变系统的时域描述与 z 域描述的关系	253
6.4.2	线性位不变系统的模拟及信流图	254
6.4.3	线性位不变系统的 Z 域分析法	255
6.5	线性位不变系统的零极点分布与时域特性的关系	260
6.5.1	线性位不变系统的零极点	260
6.5.2	线性位不变系统的零极点图	261
6.5.3	线性位不变因果系统的零极点分布与时域特性的关系	261
6.6	线性位不变系统的稳定性判据	262
6.6.1	离散时间系统稳定条件的演变过程	262
6.6.2	Jury 准则	264
6.7	序列的傅里叶变换的性质	265
6.7.1	线性性质	265
6.7.2	奇偶虚实性	265
6.7.3	位移性质	267
6.7.4	时域插值性质	267
6.7.5	时域抽取性质	268
6.7.6	时域重排性质	268
6.7.7	时域卷和定理	268
6.7.8	时域差分性质	269
6.7.9	时域累加性质	269
6.7.10	频移性质	269
6.8	离散时间系统的频域分析	269
6.8.1	线性位不变系统频率特性的定义	270
6.8.2	线性位不变系统的频域分析法	270
习题		272
第七章	系统的状态变量分析	280
7.1	连续时间系统的状态空间描述	280
7.1.1	基本定义	280
7.1.2	连续时间系统状态变量的选取	281
7.2	连续时间系统状态方程和输出方程的建立	283
7.2.1	连续时间系统的状态方程和输出方程的直观编写方法	283
7.2.2	连续时间系统的状态方程和输出方程的间接编写方法	286
7.3	连续时间系统状态方程和输出方程的复频域分析	292
7.3.1	连续时间系统状态方程的复频域分析	292
7.3.2	连续时间系统输出方程的复频域分析	293
7.4	连续时间系统状态方程和输出方程的时域分析	295
7.4.1	连续时间系统状态方程的时域分析	295

7.4.2	连续时间系统输出方程的时域分析	300
7.5	离散时间系统的状态变量分析	303
7.5.1	离散时间系统状态方程和输出方程的建立	303
7.5.2	离散时间系统状态方程和输出方程的 Z 域分析	305
7.5.3	离散时间系统状态方程和输出方程的时域分析	308
7.6	状态向量的线性变换	314
7.6.1	在线性变换下的状态方程和输出方程	314
7.6.2	系统状态向量线性变换具有的特征	315
7.6.3	系统特征矩阵对角化的意义	317
7.7	系统状态的可控制性与可观察性	319
7.7.1	系统状态可控性的定义及判据	319
7.7.2	系统状态的可观察性的定义及判据	323
7.7.3	系统特征矩阵对角化后的系统状态可控制性和可观察性判据	325
	习题	328
	附录 常用表格	340
	参考文献	347
	习题答案	348

第一章 信号与系统基本概念

1.1 信号与系统概述

1.1.1 信号的概念

所谓信号 (Signal) 是指传递信息或消息的可测物理量, 如声音、图像、温度、电流和电压等。信号通常是时间的函数, 记为 $f(t)$ 或 $f(k)$ 。若信号只有一个自变量, 则称为一维信号, 如声音信号; 若信号有两个或多个自变量, 则称为二维信号或多维信号, 如图像信号。本书主要分析一维信号, 而多维信号的分析将在后续课程中介绍。

在所有的信号中, 电信号是最易于传输和变换的, 因此, 通常将其他信号通过传感器转换为电信号后再进行传输和处理。

1.1.2 系统的概念

所谓系统 (System) 是指对信号进行传输、变换及处理的设备或过程, 具有特定的功能, 如通信系统、雷达系统、自动控制系统等。系统可以是硬设备, 也可以是软件或者是二者的综合, 用框图形式表示如图 1.1.1 所示。

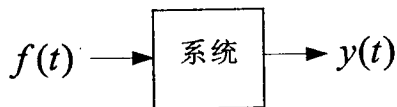


图 1.1.1 连续系统框图

其中, $f(t)$ 称为输入信号或激励信号, $y(t)$ 则称为输出信号或响应信号。

1.1.3 信号分析与系统分析的任务

所谓信号分析就是研究信号的基本性能,如信号的描述、分解、变换、检测及特征提取等。

而系统分析的主要任务是揭示系统的特性。要达到这一目的,就要求解和分析给定激励下的响应。因此求解系统响应的各种分析方法就成为了系统分析的核心内容,而这些分析方法又建立在信号分解的基础上,所以系统分析与信号分析是密切相关的。

信号分析和系统分析将为今后进行信号处理及系统设计奠定必要的基础。

1.2 信号的描述与分类

1.2.1 信号的描述

数学上,信号可以描述为一个或若干个自变量的函数(Function),如正弦信号就可以用正弦函数 $f(t) = A\sin(\omega_0 t + \varphi)$ 来描述。

按照函数随自变量的变化关系,画出信号的波形,这是信号的另一种描述方式,称为波形(Waveform)描述。与函数描述相比,波形描述更为直观和一般,如有些信号不能用某个闭式数学函数表示,却可以用波形图来表示。

除此之外,我们在本书第三章还将研究一种新的信号描述方式,即频谱(Frequency spectrum)描述方式。

1.2.2 信号的分类

信号按照不同的方式可以分为以下几类:

1. 确定性信号与随机信号

用确定的曲线或函数来准确描述的信号称为确定性信号;反之,如果信号具有不可预知的不确定性,则称之为随机信号或不确定性信号。如通信中的干扰及元器件的热噪声,它们在某时刻的确切值是无法预知的,只能知道某个值出现的概率,这类信号就是随机信号。本书内容仅限于讨论确定性信号。

2. 连续时间信号与离散时间信号

在自变量的整个连续区间内都有定义的信号称为连续时间信号,简称为连续信号,如图1.2.1所示。

图1.2.1(a)中的信号幅度是连续的,又称为模拟信号;图1.2.1(b)中的信号幅度不连续,则称为分段连续信号。

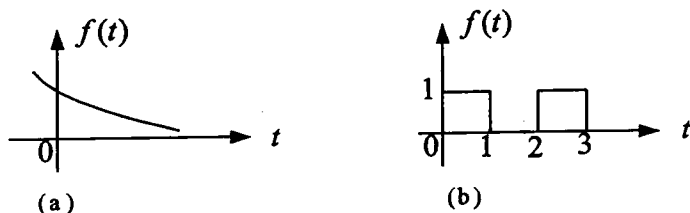


图 1.2.1 连续时间信号

自变量仅在一些离散的点上才有定义的信号称为离散时间信号,简称离散信号,又称为序列。例如,工厂每月的产量。另外,离散信号还可以通过对连续信号抽样得到。图 1.2.2 是一个离散信号的波形图,其中自变量取整数。

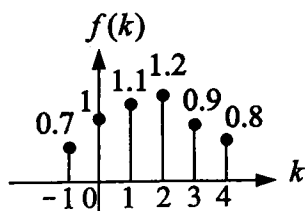


图 1.2.2 离散时间信号

若离散信号的幅度也是离散的,则称为数字信号。

3. 周期信号与非周期信号

若连续信号 $f(t)$ 或离散信号 $f(k)$ 满足下面的关系

$$f(t) = f(t + T), \forall t \in \mathbb{R} \quad (1.2-1a)$$

$$f(k) = f(k + N), \forall k \in \mathbb{Z} \quad (1.2-1b)$$

则称之为周期信号 (Periodic Signal), 其中式 (1.2-1a) 满足式的最小正 T 值或满足式 (1.2-1b) 最小正 N 值分别称为该连续信号或离散信号的基波周期, 简称周期。若一个信号不满足关系式 (1.2-1a) 或 (1.2-1b), 则称之为非周期信号 (Aperiodic Signal)。图 1.2.3 及图 1.2.4 是两个周期信号的例子。

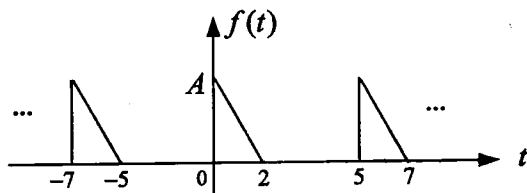


图 1.2.3 周期连续时间信号

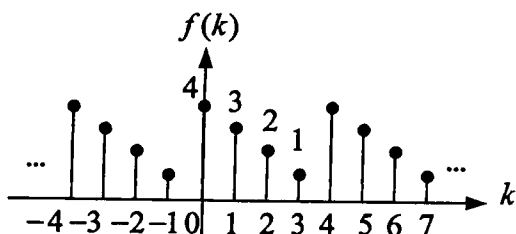


图 1.2.4 周期离散时间信号

显然,图 1.2.3 中周期 $T=5$;图 1.2.4 中周期 $N=4$ 。

如果两个(或两个以上)周期信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的周期具有公倍数,则它们的和(或差)仍然是周期信号,也就是:

若 $f(t) = f_1(t) \pm f_2(t)$

则 $f(t)$ 的周期是 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 的周期的最小公倍数。

例 1.2-1 试判断下列信号是否是周期信号?若是,试求出周期 T 。

(1) $f(t) = \cos 3t + \sin 4t$

(2) $f(t) = \cos 2t + \sin \pi t$

解:(1) 因 $\cos 3t$ 的周期 $T_1 = \frac{2\pi}{3}$, 而 $\sin 4t$ 的周期 $T_2 = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$, 故:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi/3}{\pi/2} = \frac{4}{3}$$

所以

$$T = 3T_1 = 4T_2 = 2\pi$$

即 $f(t)$ 是周期为 2π 的周期信号。

(2) 因 $\cos 2t$ 的周期 $T_1 = \pi$, 而 $\sin \pi t$ 的周期 $T_2 = 2$, 故:

$$\frac{T_1}{T_2} = \pi/2 (\text{无理数})$$

所以 T_1 与 T_2 不存在公倍数, 即 $f(t)$ 不是周期信号。

4. 因果信号与反因果信号

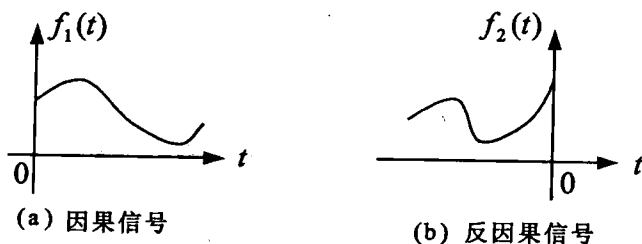


图 1.2.5

如果当自变量在 $(-\infty, 0)$ 区间信号的取值均为 0, 只在 $[0, \infty)$ 区间才取非零值, 那么该

信号称为因果信号 (Causal Signal), 反之则称为反因果信号 (Anticausal Signal)。图 1.2.5 (a) 及图 1.2.5 (b) 分别是因果信号与反因果信号的两个例子。显然, 因果信号在 $t=0$ 处为起点, 反因果信号在 $t=0$ 处为终点。

如果信号的起点在任意的 t_0 处, 则称该信号为有始信号; 类似的, 如果信号的终点在任意的 t_0 处, 则称该信号为有终信号。图 1.2.6 (a) 及图 1.2.6 (b) 是有始信号与有终信号的两个例子。

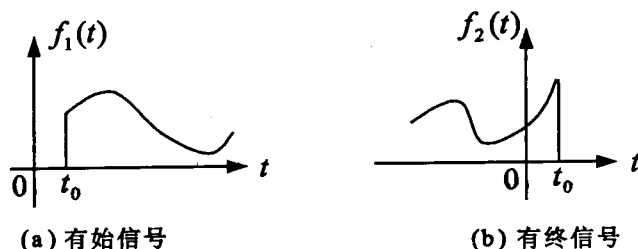


图 1.2.6

显然, 因果信号是有始信号的特殊情况, 反因果信号是有终信号的特殊情况。

5. 实信号与复信号

信号 (函数或序列) 取值为实数的信号称为实值信号 (Real - Valued Signal), 简称为实信号; 而取值为复数的信号称为复值信号 (Complex - Valued Signal), 简称为复信号。

实际中的信号大多为实信号, 但在理论分析中采用复信号可以使问题得以简化, 因此在后续章节中将经常涉及复信号。

6. 能量信号与功率信号

对连续信号 $f(t)$ 和离散信号 $f(k)$ 我们分别定义它们的能量 (Energy) 为:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt \quad (1.2-2a)$$

$$E = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |f(k)|^2 \quad (1.2-2b)$$

如果一个信号的能量是有限的, 即 $E < \infty$, 则称之为能量有限信号 (Energy - Limited Signal), 简称为能量信号。

根据上面的定义可知, 周期信号不是能量信号, 因此对这类信号我们往往研究它的功率。信号的功率定义为:

$$P = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L |f(t)|^2 dt \quad (1.2-3a)$$

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N |f(k)|^2 \quad (1.2-3b)$$

如果一个信号的功率是有限的, 即 $P < \infty$, 则称之为功率有限信号 (Power - Limited Signal), 简称为功率信号。

连续周期信号的功率为: