计算机辅助设计（CAD）教程

张法荣　编著

中国大地出版社

计算机辅助设计（CAD）教程

张法荣 编著

中国大地出版社

内容简介

本书系统地介绍了计算机辅助设计方面的基本原理和方法，内容包括：第一章介绍矢量代数，它是描述几何对象和几何关系的重要数学基础；第二章结合矢量代数和矩阵理论介绍各种几何变换的数学方法。前两章是全书的主要数学基础；第三章介绍曲线和曲面的几何性质，由此可以得到描述几何对象性质的工具和语言，因此是第四章的基础；第四章介绍曲线和曲面的设计方法，探讨以具有指定的几何性质的几何对象为设计目标，求出相应曲线和曲面的代数方程或矩阵方程的方法；第五章介绍三维形体的表示方法和造型方法，以及自然景物的造型方法；第六章介绍计算机图形的显示和输出中涉及的两个重要方面，即消隐及产生真实感图象的原理和方法。作为后者的基础，也介绍了光度学和色度学方面的基本原理，以及人眼的视觉特征，以便更好地理解产生真实感图象的各种算法。

本书可以作为计算机专业和其它非机械类专业学习计算机辅助设计（CAD）的本科教材，也可供计算机图形工作者和爱好者参考。

图书在版编目（CIP）数据

计算机辅助设计（CAD）教程 / 张法荣 编著. —北京：中国大地出版社，1997.11

ISBN 7-80097-194-5

I. 计… II. 张… III. 计算机辅助设计-教材 IV. TP39

中国版本图书馆 CIP 数据核字（97）第 24252 号

计算机辅助设计（CAD）教程

张法荣 编著

责任编辑：王慧军

特约编辑：李 龙

中国大地出版社 出版发行

（100081 北京海淀区大柳树路 21 号）

广东省农垦总局印刷厂

1998 年 1 月第 1 版 1998 年 1 月第 1 次印刷

开本：787×1092 毫米 1/16 印张：13.1 字数：301 千字

定价：19.80 元

前言

我国从八十年代开始,就在各行各业中大力推广计算机辅助设计（CAD）技术，有些部门甚至下达了行政指标，要求有一定比例的图纸“出自 CAD”才能达标。目前，计算机辅助设计作为一种强有力的设计工具已被广泛认识；同时，计算机辅助设计的原理和方法在科学研究、计算机辅助教学和娱乐游戏等领域也日益得到广泛的应用。因此，计算机辅助设计原理不再仅仅是工程设计人员的必读教材，现在也已成为计算机专业本科学生的主选课程之一。

目前可以找到的 CAD 书籍几乎是清一色的 CAD 软件工具书，很难找到以介绍计算机辅助设计基本原理为主、反映新成果、可以作为本科教材的资料。本书力图在这些方面有所突破。

CAD 技术发展很快，CAD 产品的国际竞争日益激烈，这就导致对有关核心技术的封锁也越来越严密，再加上编者能力有限，因此本书中错漏之处一定不少，恳请同行不吝赐教。

第一章介绍矢量代数，掌握并灵活应用矢量，可以使很多几何问题的解法简捷而直观，是后续章节的重要基础。

第二章结合矢量代数和矩阵理论介绍各种几何变换的数学方法。几何变换是编辑和修改几何对象的主要手段，也可以作为生成新的几何对象的一种方法。前两章是全书的主要数学基础。

第三章介绍曲线和曲面的几何性质，它们是描述几何对象性质的工具和语言，是第四章和第五章的基础。

第四章介绍曲线和曲面的设计方法，探讨以具有指定的几何性质的几何对象为设计目标，求出相应曲线和曲面的代数方程或矩阵方程的方法。

第五章介绍三维形体的表示方法和造型方法，包括线框造型，曲面造型和三维实体造。自然景物造型是一种特殊的造型方法，用于模拟自然景观。

第六章介绍计算机图形的显示和输出中涉及的两个重要方面：消隐及产生真实感图象的原理和方法。作为后者的基础，也介绍了光度学和色度学方面的基本原理，以及人眼的视觉特征，以便更好地理解产生真实感图象的各种算法。

本教材适应当前教学改革的需要，本着抓基础，拓宽知识面和少而精的原则，精心组织每一章节的内容，以适应不同的教学目的。以讲授计算机辅助设计为主要教学目的时，可以删去第六章；以讲授计算机图形学基础为主要教学目的时，可以删去第四章中的 4.3 和 4.4 节以及第五章中的 5.6 和 5.7 节。这两种情况下用 40 学时即可；如果要兼顾计算机辅助设计和计算机图形学这两个方面，则应用 60 学时讲授本书的全部内容。

编　者

1997 年 11 月

目　　录

第一章　矢量代数基础 **1**

本章提要 1
1.1 矢量的基本概念 1
1.2 矢量的坐标表达式 3
1.3 直线的矢量方程 4
1.4 矢量的标量积与矢量积 6
　1.4.1 标量积 6
　1.4.2 矢量积 8
　1.4.3 矢量乘积应用举例 10
　1.4.4 矢量的三重积 12
1.5 矢量的微分 14
1.6 矢量函数的泰勒(TAYLOR)定理 16
本章小结 16
习题 17

第二章 几何对象的变换 **19**

本章提要 19
2.1 几何对象的基本属性 19
2.2 几何变换 20
　2.2.1 几何变换与几何对象属性 20
　2.2.2 二维几何变换 20
　2.2.3 齐次坐标和组合变换 20
　2.2.4 三维几何变换 23
　2.2.5 逆变换 28
2.3 投影变换 29
　2.3.1 平行投影变换 29
　2.3.2 透视投影变换 32
2.4 视见变换和图形裁剪 36
　2.4.1 用户坐标系与设备坐标系 36
　2.4.2 窗口和视区 37
　2.4.3 二维视见变换 37
　2.4.4 三维视见变换 38
　2.4.5 图形裁剪 39
本章小结 45
习题 45

第三章 线和面的几何学 **48**

目　　录

本章提要 48
3.1 直线和平面的几何学 48
3.1.1 平面方程及其几何特性 48
3.1.2 直线方程及其几何特性 54
3.2 曲线的几何学 56
3.2.1 曲线上的切线 56
3.2.2 曲线的主法线和副法线 57
3.2.3 曲线的挠率 58
3.3 曲面的几何学 60
本章小结 60
习题 61

第四章 曲线和曲面设计 63

本章提要 63
4.1 参数曲线段 64
4.1.1 参数曲线的概念 64
4.1.2 三次参数曲线 65
4.1.3 贝齐尔三次 UNISURF 曲线 69
4.1.4 贝齐尔多项式曲线 72
4.2 复合参数曲线 73
4.2.1 关于样条函数的概念 74
4.2.2 复合费格森曲线 78
4.2.3 复合贝齐尔曲线 80
4.2.4 B 样条函数 82
4.2.5 等距 B 样条曲线 87
4.2.6 用 B 样条函数构作特殊曲线 91
4.3 参数曲面 92
4.3.1 参数曲面片 92
4.3.2 费格森曲面片 97
4.3.3 常用的参数曲面 100
4.3.4 贝齐尔曲面片 103
4.3.5 双三次 B 样条曲面片 104
4.4 曲面方程 105
4.4.1 费格森曲面 105
4.4.2 贝齐尔曲面 109
4.4.3 B 样条曲面 115
本章小结 117

目　　录

习题 118

第五章 形体表示和造型 120

本章提要 120
5.1 三维线框造型 121
　5.1.1 工作平面和工作坐标系 121
　5.1.2 几何元素的定义 122
　5.1.3 线框造型模块的主要功能 122
5.2 三维曲面造型 123
5.3 截面设计造型 127
　5.3.1 用贝齐尔曲面片作直线轴截面设计 128
　5.3.2 基于自由脊椎线的截面设计 129
5.4 曲面求交 130
5.5 曲面裁剪 134
5.6 三维实体造型 134
　5.6.1 体素拼合和边界表示 134
　5.6.2 半空间法 138
　5.6.3 CSG 树 140
　5.6.4 三维形体的八叉树表示 144
　5.6.5 实体造型中的欧拉操作 146
5.7 特征造型 148
5.8 自然景物造型——分形几何和粒子造型 149
　5.8.1 分形的概念 150
　5.8.2 随机生成元 152
　5.8.3 分形插值和特征造型 153
　5.8.4 粒子造型 154
本章小结 155
习题 156

第六章　计算机图形的显示和输出 157

本章提要 157
6.1 隐藏线和隐藏面的消除方法 157
　6.1.1 深度缓冲区算法 158
　6.1.2 画家算法 160
　6.1.3 罗伯茨算法 161
　6.1.4 扫描线消隐算法 167
　6.1.5 其它消隐算法简介 170

目　　录

6.2 光度学与色度学基础 175

　6. 2. 1 光度学 175

　6. 2. 2 色度学 178

6.3 产生真实感图像的方法 183

　6. 3. 1 光照模型 183

　6. 3. 2 明暗处理 188

　6. 3. 3 光线追踪法 190

　6. 3. 4 纹理映射处理 194

　6. 3. 5 阴影处理 198

本章小结 199

习题 200

第一章　矢量代数基础

本章提要：

本章介绍矢量的基本概念，矢量的代数表示，矢量的运算律，各种矢量积(标量积、矢量积、三重标量积和三重矢量积)，以及矢量的一般应用。 最后介绍了矢量的微分和矢量函数的泰勒级数展开公式。

1.1 矢量的基本概念

在自然科学和工程技术中所遇到的量可以分为标量和矢量两种类型：仅有大小的量叫做标量，如体积、能量、质量、电荷等；既有大小又有方向的量叫做矢量(或向量)，如力、位移、速度、电场强度等。

矢量代数研究的是矢量。矢量在物理学、几何学中具有广泛的应用， 它使许多问题的解法简捷而直观。矢量代数已成为计算几何中的一种公认的语言。

矢量是有大小和方向的量，常用一条带有方向的线段来表示。有向线段的长度表示矢量的大小，有向线段的方向表示矢量的方向。矢量的大小又叫作矢量的模。一条以 A 为起点，B 为终点的有向线段表示的矢量记为 $\overrightarrow{AB}$，它的模记作 $|\overrightarrow{AB}|$。模为 1 的矢量叫做单位矢量；模为 0 的矢量叫做零矢量，零矢量没有确定的方向。大小相等、 方向相反的矢量互称为逆矢量。$\overrightarrow{AB}$ 的逆矢量记作 $-\overrightarrow{AB}$。矢量常用小写字母来表示。为简化表示，本书后面在不致引起误解的情况下，省略上面的箭头符号。

矢量分为三种：自由矢量、滑动矢量和固定矢量。起点可以沿任意方向移动的矢量叫做自由矢量；起点可以沿所在直线移动的矢量叫做滑动矢量；起点固定的矢量叫做固定矢量。对于不同的矢量，矢量相等的概念也不同：对于自由矢量，大小相等、方向相同的矢量即为相等的矢量，而对于两个相等的固定矢量还必须有相同的起点。

滑动矢量和固定矢量都可以归入自由矢量来研究，因此矢量代数只研究自由矢量。

矢量的加法 已知矢量 a 与 b，则它们的和仍然为矢量，而且由下面的作法来确定：按同一尺度画出 a 与 b，并使 b 的箭尾与 a 的箭头相接，从 a 的箭尾出发指向 b 的箭头的

有向线段即为 a 与 b 的和，记作 a+b(如图 1.1)。

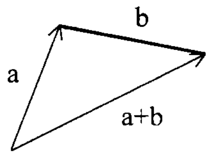

图 1.1 矢量加法

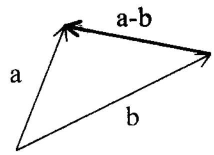

图 1.2 矢量减法

矢量的减法　已知矢量 a 与 b，则它们的差仍然为矢量，而且由下面的作法来确定：按同一尺度画出 a 与 b，并使两者的箭尾重合，从 b 的箭头出发指向 a 的箭头的有向线段即为 a 与 b 的差，记作 a-b(如图 1.2)。

矢量的数乘　已知一纯量(即普通数，标量)m 及矢量 a，则 m 与 a 的乘积为一方向与矢量 a 相同或相反，而大小为矢量 a 的 m 倍的矢量，记作 ma(如图 1.3)。特别地，如果 m=1/｜a｜。则 ma 就成为 a 的单位矢量。

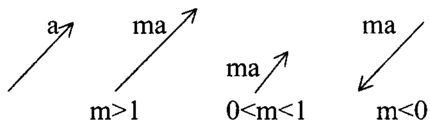

图 1.3 矢量的数乘

矢量 a 乘以纯数 m 的结果 ma 与 a 平行, 当 m>0 时，两者方向一致；m<0 时方向相反。

两者的长度之比为｜m｜。

矢量的运算律　设已知 a, b 和 c 是矢量，m, n 是数，则有：

交换律：a+b=b+a

a-b=-b+a

ma=am

结合律：a±(b±c)=(a±b)±c

m(na)=mna

分配律：(m±n)a=ma±na

m(a±b)=ma±mb

1.2 矢量的坐标表达式

把一起点为 A，终点为 B 的已知矢量 a 放到一直角坐标系 OXYZ 中，并使 A 与坐标原点 O 重合。作一长方体：它以 AB 为对角线，棱边分别与三条坐标轴平行(见图 1.4)，与 X 轴、Y 轴和 Z 轴平行的棱边依次用矢量 c、d 和 e 来表示，它们的长度分别为 AC、AD 和 AE。由矢量加法公式得：

f=c+d

a=f+e

=c+d+e

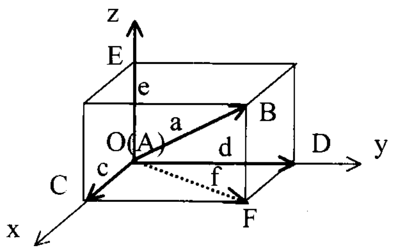

图 1.4 矢量的坐标表示

矢量 a 可以表示为其在各坐标轴上的投影

c, d, e 的矢量和：a=c+d+e。

显然，矢量 c、d 和 e 实际上就是矢量 a 在三条坐标轴上的投影。因此，在给定坐标系中的任何矢量都可以用它们在坐标轴上的投影的矢量和来表示。

定义三个单位矢量 **i**、**j** 和 **k**，它们的方向分别与 X 轴、Y 轴和 Z 轴的正方向相同。那么矢量 a 就可以表示为：

a=ACi+ADj+AEk

其中，AC, AD, AE 是矢量 a 在三个坐标轴上的投影长度。

任何矢量都可以用与该矢量平行且方向相同的单位矢量与该矢量的模的数乘来表示，例如，

$$a = M\left(\frac{AC}{M}i + \frac{AD}{M}j + \frac{AE}{M}k\right)$$

= Mu

其中 $M = \sqrt{(\mathrm{AC}^2 + \mathrm{AD}^2 + \mathrm{AE}^2)}$ =AB。假设 AB 与 X 轴、Y 轴和 Z 轴的夹角依次为 α，β 和 γ，则:

$$u=\cos\alpha\, i+\cos\beta\, j+\cos\gamma\, k$$

$\cos\alpha$、$\cos\beta$ 和 $\cos\gamma$ 称为矢量 a 的方向余弦，用符号 l、m 和 n 来表示。

有了矢量的坐标表达式，矢量的相等条件以及加、减和数乘运算就可以用代数公式来表达了。设已知矢量 a 和 b，以及纯数 m，而且

$$a=ci+dj+ek$$
$$b=fi+gj+hk$$

则：

$$a+b=(c+f)i+(d+g)j+(e+h)k$$
$$a-b=(c-f)i+(d-g)j+(e-h)k$$
$$ma=(mc)i+(md)j+(me)k$$

不难验证，上述结果与用上一节介绍的矢量运算作图法得到的结果是一致的，而且上一节介绍的矢量运算律，在这里也同样适用。

1.3 直线的矢量方程

运用矢量的加、减和数乘运算可以导出直线的矢量方程。

情形一：求通过点 P，而且与单位矢量 u 平行的直线的矢量方程(见图 1.5)。

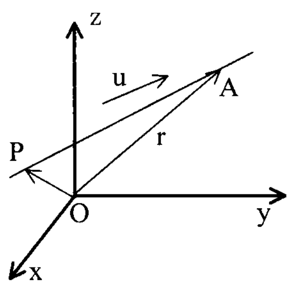

图 1.5 通过已知点和方向矢量求直线方程

图中，P 为已知点，u 为已知的单位矢量，

A 是直线上的任意一点，其位置矢量为 r。

$r=p+\lambda u$，其中 λ 为参数。

设 r 是从原点 O 到所求直线上的任意一点 A 构成的矢量。P 是直线上的一个已知点，用矢量 p 表示。A 点到 P 点的距离为 λ，则：

$$r=p+\lambda u \qquad (-\infty<\lambda<+\infty) \tag{1-1}$$

直线上的不同点用参数 λ 的值来区别。直线的方向不一定要用单位矢量给出，但如果用一个一般的矢量来表示直线的方向，那么参数 λ 的值就不再是从参考点 P 算起的距离了，但与此距离成比例。

情形二：求通过点 P_1 和 P_2 的直线的矢量方程(见图 1.6)。

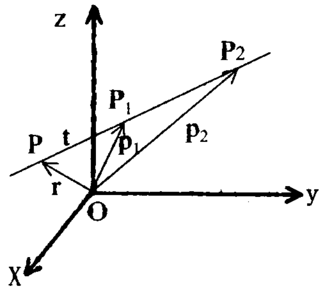

图 1.6 通过两个已知点求直线方程

图中 P_1 和 P_2 是两个已知点，其位置矢量为 p_1 和 p_2，P 为直线上的任意一点，其位置矢量为 r。$r=(1-\lambda)p_1+\lambda p_2$，其中 λ 为参数。

设 P_1 和 P_2 的位置矢量分别为 p_1 和 p_2，P 是直线上的任意一点，其位置矢量为 r。以 P_1 和 P 为起点和终点的矢量记为 t，则

$$r=p_1+t$$

因为 t 与 p_2-p_1 平行，因此有

$$t=\lambda(p_2-p_1) \qquad (1\text{-}2)$$

$$r=p_1+\lambda(p_2-p_1) \qquad (-\infty<\lambda<+\infty)$$

或

$$r=(1-\lambda)p_1+\lambda\cdot p_2 \qquad (-\infty<\lambda<+\infty) \qquad (1\text{-}3)$$

显然，上式中的 λ 不再是点 P 到点 P_1 的距离了，它的几何意义由式(1-2)反映出来， 即 P 到 P_1 点的距离与 P_1P_2 的长度之比，如果后者的长度为 1，则 λ 就是点 P 到点 P_1 的距离。注意，如果限定 $0\leqslant\lambda\leqslant1$，则 r 就只表示线段 P_1P_2 了。

由上述可知，利用矢量代数的方法来求几何对象的代数表达式，不仅具有明确的几何意义，方程形式也非常简洁。

1.4 矢量的标量积与矢量积

从上面可以看到，通过对矢量的加、减和数乘运算可以描述空间中的个别点和直线。但如果要研究两条直线之间的夹角、两条直线之间的最短距离、平面方程以及点在已知平面上的投影等问题，那就要研究具有三角关系的矢量运算了，这就是本节要介绍的关于矢量的标量积和矢量积运算。

1.4.1 标量积

标量积是一个矢量在另一个单位矢量上的投影长度(见图 1.7)。

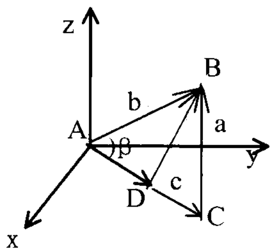

图 1.7 两矢量的标量积

矢量 b 和 c 的标量积 b·c 是一个数量,其值等于矢量 b 在矢量 c 上的投影长度与矢量 c 的长度的乘积，或者反过来：b·c=|b|(|c|cosβ)=|c|(|b|cosβ)。当 b 和 c 为单位矢量时，b·c=cosβ。β 为矢量 b 和 c 的夹角。

设矢量 b 和 c 的夹角为 β，则由三角形 ABC 的余弦公式：

$$BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos\beta \tag{1-4}$$

设

$$b = b_1i+b_2j+b_3k$$
$$c = c_1i+c_2j+c_3k$$

则:

$$\begin{aligned} a &= b-c \\ &= (b_1-c_1)i+(b_2-c_2)j+(b_3-c_3)k \end{aligned} \tag{1-5}$$

由式(1-4)和式(1-5)得:

$$|a|^2=|b|^2+|c|^2-2|b||c|\cos\beta$$

$$
\begin{aligned}
&(b_1-c_1)^2+(b_2-c_2)^2+(b_3-c_3)^2\\
&\quad=(b_1^2+b_2^2+b_3^2)+(c_1^2+c_2^2+c_2^3)-2|b||c|\cos\beta
\end{aligned}
$$

相约后得：

$$\cos\beta=\frac{b_1c_1+b_2c_2+b_3c_3}{|b||c|}$$

矢量 b 在矢量 c 上的投影长度 AD 为：

$$
\begin{aligned}
AD &= |b|\cos\beta\\
&= (b_1c_1+b_2c_2+b_3c_3)/|c|
\end{aligned}
$$

特别地，如果 c 是个单位矢量，即 $|c|=1$，则：

$$AD = b_1c_1+b_2c_2+b_3c_3$$

表示矢量 b 在单位矢量 c 上的投影长度。这一结果在以后的应用中要经常出现，因此把它定义为矢量 b 与矢量 c 的标量积(又叫做点积，纯量积)，记作 b • c：

$$
\begin{aligned}
b\cdot c &= b_1c_1+b_2c_2+b_3c_3 && \text{(分量形式)}\\
&=|b||c|\cos\beta && \text{(自然含义)}
\end{aligned}
$$

显然，如果矢量 b 与矢量 c 垂直，则 $\beta=90°$，因此 $b\cdot c=0$。当矢量 b 与矢量 c 均不为 0 时，$b\cdot c=0$ 是矢量 b 与矢量 c 相互垂直的充要条件。零矢量具有不确定的方向，如果认为它与任何矢量平行或垂直，则可以取消上述 b 和 c 不为零的前提。

当矢量 b 和矢量 c 均为单位矢量时，b • c 就是两者夹角的余弦值。

标量积的运算律有：

交换律：$a\cdot b=b\cdot a$

分配律：$a\cdot(b\pm c)=a\cdot b\pm a\cdot c$

结合律：$m(a\cdot b)=(ma)\cdot b=a\cdot(mb)$

其中 m 为纯量。

1.4.2 矢量积

矢量积是一个与两个已知的不平行矢量都垂直的矢量(见图 1.8)。

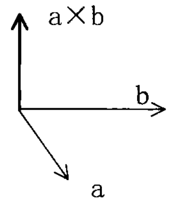

图 1.8 两矢量的矢量积

矢量 a 和 b 的矢量积 a×b 是一个矢量，它与矢量 a 和矢量 b 都垂直，方向符合右手螺旋法则。

假设矢量 v 与矢量 a 和 b 垂直，则有:

$$\begin{cases} v \cdot a=0 \\ v \cdot b=0 \end{cases}$$

或

$$\begin{cases} a_1v_1+a_2v_2+a_3v_3=0 \\ b_1v_1+b_2v_2+b_3v_3=0 \end{cases}$$

由上式可得:

$$\frac{v_1}{a_2b_3-a_3b_2}=\frac{v_2}{a_3b_1-a_1b_3}=\frac{v_3}{a_1b_2-a_2b_1}$$

因此矢量 $v'=(a_2b_3-a_3b_2)i+(a_3b_1-a_1b_3)j+(a_1b_2-a_2b_1)k$ 与矢量 v 方向相同，即它也与矢量 a 和 b 垂直，因此不妨把 v' 作为我们所求的结果，即取 v=v'，记作 v=a×b。于是有:

$$a\times b = (a_2b_3-a_3b_2)i+(a_3b_1-a_1b_3)j+(a_1b_2-a_2b_1)k$$

上式通常用更简便的行列式来表示:

$$a\times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ & & \end{vmatrix}$$

$b_1 \quad b_2 \quad b_3$

a×b 的模可计算如下：

$$|a\times b|^2 = (a_2b_3-a_3b_2)^2+(a_3b_1-a_1b_3)^2+(a_1b_2-a_2b_1)^2$$

$$= |a|^2|b|^2-(a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3)^2$$

$$= |a|^2|b|^2-|a|^2|b|^2\cos^2\beta$$

因此有：

$$|a\times b|^2 = |a|^2|b|^2\sin^2\beta$$

其中β为矢量 a 与矢量 b 之间的夹角。如果规定β是矢量 a 与矢量 b 之间较小的夹角，即 $0° \leqslant \beta \leqslant 180°$，则：

$$|a\times b| = |a||b|\sin\beta$$

这正好是以矢量 a 和矢量 b 为边的三角形的面积的两倍。也就是以 a 和 b 为一对邻边的平行四边形的面积。

当矢量 a 与矢量 b 平行时，它们之间的夹角为 0°，因此 a×b=0。当矢量 a 和矢量 b 均不为 0 时，a×b=0 是矢量 a 与矢量 b 相互平行(方向相同或相反)的充要条件。

a×b 的方向按右手螺旋规则确定：伸开右手，使大拇指与其余四指垂直且共面，调整手的姿态，使四指先与矢量 a 的方向一致，而当四指抓拢时变成与矢量 b 的方向一致，这时大拇指所指的方向即为 a×b 的方向。

从行列式的性质或上述右手螺旋规则不难得到：$a\times b = -b\times a$

矢量积的运算律有：

交换律：(没有)
分配律：$a\times(b\pm c)=a\times b\pm a\times c$
结合律：$m(a\times b)=(ma)\times b=a\times(mb)$

其中 m 为纯量。