专著 控制科学与工程

高级变结构控制理论及应用

胡剑波 庄开宇 著

西北工业大学出版社

高级变结构
控制理论及应用

胡剑波　庄开宇　著

西北工業大學出版社

【内容简介】 变结构控制，又称滑动模态控制，是一种控制系统的设计方法，具有极强的鲁棒性。变结构控制适用于线性、非线性、不确定性、时滞等系统，可执行镇定、跟踪、自适应、辨识等控制任务。近年来其控制理论已在国内外受到极大重视并应用于工业控制、机器人控制、飞行控制等领域，具有广阔的发展前景。

本书主要研究变结构控制理论的时滞性系统、不确定性系统、非线性系统及增益调度控制等复杂控制问题，是作者近年来从事变结构理论研究成果的概括，并综合了国内外的最新研究成果，内容丰富、翔实和新颖。本书可作为高等学校高年级学生、研究生、教师及广大工程技术人员参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

高级变结构控制理论及应用/胡剑波，庄开宇著．—西安：西北工业大学出版社，2008.11
ISBN 978-7-5612-2484-7

Ⅰ．高… Ⅱ．①胡…②庄… Ⅲ．变结构控制 Ⅳ．TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 174936 号

出版发行：西北工业大学出版社
通信地址：西安市友谊西路 127 号 **邮编**：710072
电 话：(029)88493844 88491757
网 址：www.nwpup.com
印 刷 者：陕西宝石兰印务有限责任公司
开 本：787 mm×1 092 mm 1/16
印 张：14
字 数：337 千字
版 次：2008 年 11 月第 1 版 2008 年 11 月第 1 次印刷
定 价：30.00 元

前　言

变结构控制(又称滑动模态控制),出现于20世纪50年代,在经历了半个多世纪的发展之后,已逐步形成自己的体系,成为一种自动控制系统的设计方法。

首先,变结构控制是一种一般的自动控制系统设计方法,适用于线性与非线性、连续与离散、确定性与不确定性、集中参数与分布参数、同步与时滞、集中控制与分散控制等系统,其控制任务有镇定、鲁棒跟踪、模型跟踪、辨识等,并已经应用于许多工程领域。

其次,它是一种有效的鲁棒控制方法,结构简单,便于理解与应用,具有极强的鲁棒性。在变结构控制系统中,任意一个运动从初始状态趋向原点的整个过程可分为两段:①趋近的非滑动模态;②滑动模态。一旦系统进入滑动模态,系统的摄动及外干扰就具有一定意义下的不变性,是完全鲁棒的。

再次,变结构控制是一种综合的有效设计方法,它可以结合最优控制、极点配置、状态估计、LMI(线性矩阵不等式)、时滞系统等研究成果来设计切换函数、到达条件及变结构控制律,按不同的方式及指标,得出不同的变结构控制规律,为工程设计提供更多的选择机会。

目前,国际上已有一些介绍变结构控制基本设计方法的专著,例如ITKIS的变结构系统,C. B. ЕИЛЪЕ ЯНОЯ和B. И. УГКИН的滑动变结构。我国著名控制专家、中国科学院院士高为炳在1996年完成了变结构控制理论及设计方法,对我国变结构控制理论的研究与发展起到了积极的促进作用。

作者自1987年开始,就从事变结构控制及其在飞行控制中的应用研究。本书是作者对多年从事变结构控制理论及应用研究的总结,是对学位论文(硕士、博士、博士后出站报告)的高度概括与总结,在内容上强调新理论、新算法及新方法的综合运用。书中也凝聚了硕士生导师空军工程大学周天健教授、博士生导师西北工业大学陈新海教授、博士后合作导师浙江大学褚健教授对作者的精心指导所付出的心血。本书的主要内容已经在空军工程大学工程学院研究生课程"变结构控制理论"中使用多次。

在本书选题、撰写过程中,作者参阅了大量的文献和资料,尤其是Hansheng Wu教授、谢利理博士为本书提供了有益的资料,丰富了本书的内容。本书尽量列出所有参考文献及其作者,可能还存在一些未列出的参考文献及其作者。作者在此向所有为本书提供了资料的参考文献及其作者表示谢意!

在出版过程中,作者得到了浙江大学苏宏业教授、毛维杰教授、吴俊教授,西北工业大学出版社领导以及空军工程大学领导的大力支持。研究生辛海良、徐斌、高鹏、李亮等对本书的部分内容作了文字校对和整理工作。作者在此一并致谢。

由于作者水平有限,书中的疏忽在所难免,殷切希望广大读者批评指正。

著　者

2007年9月

目　　录

第一章　概述 …… 1

1.1　变结构控制理论的提出 …… 1
1.2　变结构控制理论的基本原理 …… 2
1.3　变结构控制理论及其应用发展现状 …… 9
1.4　增益调度控制概述 …… 13
1.5　本书主要内容 …… 15
本章参考文献 …… 16

第二章　近似变结构控制 …… 19

2.1　一种连续的近似变结构控制算法及系统性能分析 …… 19
2.2　一种连续可导的近似变结构控制算法及系统性能分析 …… 21
2.3　具有不确定性范数上界估计的近似变结构控制 …… 24
2.4　基于近似变结构控制算法的分级控制策略 …… 29
2.5　不匹配不确定性系统的近似变结构输出跟踪控制 …… 31
2.6　含有不灵敏区有界不确定非线性系统的鲁棒跟踪控制 …… 38
本章参考文献 …… 42

第三章　非最小相位不确定性系统的模糊滑模变结构控制 …… 44

3.1　引言 …… 44
3.2　积分变结构控制系统 …… 45
3.3　模糊滑模变结构控制器设计 …… 47
3.4　变结构控制系统鲁棒性研究 …… 49
3.5　仿真研究 …… 50
3.6　小结 …… 51
本章参考文献 …… 51

第四章　Terminal 变结构控制 …… 53

4.1　引言 …… 53
4.2　多输入多输出非线性系统的 Terminal 变结构控制 …… 57
4.3　非线性输入结构的高阶非线性系统自适应 Terminal 滑模控制 …… 67
本章参考文献 …… 74

第五章　非线性系统的变结构控制 …… 76

5.1　非线性输入结构的非线性系统的变结构控制 …… 76
5.2　非线性输入结构的系统不确定参数滑模辨识 …… 82
5.3　参数不确定非线性系统的变结构控制及鲁棒跟踪控制器设计 …… 86
5.4　基于李雅普诺夫函数最大最小原理的鲁棒控制方法 …… 90
本章参考文献 …… 95

第六章　非线性系统的反馈线性化分级变结构方法 …… 97

6.1　输出反馈线性化及遇到的问题 …… 97
6.2　基于预测方法的近似线性化 …… 99
6.3　滑动模预测及控制律设计 …… 101
6.4　基于变结构的反馈线性化分级设计 …… 104
6.5　一类非线性系统的逼近逆模型及趋近控制 …… 107
本章参考文献 …… 112

第七章　不确定性系统的变结构控制 …… 113

7.1　一类具有不匹配不确定性系统的变结构控制 …… 113
7.2　不匹配不确定性非线性系统的近似变结构输出跟踪控制 …… 119
7.3　一类不确定线性系统的鲁棒自适应控制 …… 126
本章参考文献 …… 133

第八章　不确定性时滞系统的变结构控制 …… 136

8.1　不确定时滞系统的二次稳定无记忆变结构控制 …… 136
8.2　匹配不确定线性时滞系统的鲁棒自适应控制 …… 148
本章参考文献 …… 154

第九章　不匹配不确定线性时滞系统的变结构控制 …… 156

9.1　不匹配不确定线性时滞系统的自适应变结构控制 …… 156
9.2　不匹配不确定关联时滞大系统的分散变结构控制研究 …… 163
本章参考文献 …… 171

第十章　增益调度控制 …… 173

10.1　引言 …… 173
10.2　设计方法 …… 173
10.3　两种增益调度控制器网络结构 …… 175
10.4　典型工作点的确定 …… 178
10.5　增益调度控制系统的性能分析 …… 180
10.6　具有独立外部变量的非线性系统的增益调度控制问题 …… 183

10.7 基于非线性状态变换的线性化及其增益调度设计…… 185
10.8 增益调度在飞行控制系统中的应用…… 187
本章参考文献…… 197

第十一章 变结构控制在飞行控制中的应用研究…… 199

11.1 分级变结构非线性飞行姿态镇定控制…… 199
11.2 微小卫星绕飞空间站的稳定绕飞轨道及轨道保持控制…… 204
本章参考文献…… 216

第一章 概 述

摘要：本章简要介绍变结构控制、增益调度控制的现状和研究方向。在分析目前工程应用中急需解决问题的基础上，给出本书的重点。主要内容包括不确定性系统的变结构控制、不匹配不确定性系统的变结构控制、非线性系统的变结构控制系统的 Terminal 滑模控制、具有非线性输入结构的非线性系统的滑模变结构控制、时滞系统的变结构控制，以及非线性系统的增益调度控制器设计、分析等问题和实际应用问题。

1.1 变结构控制理论的提出

几十年来，自动控制理论获得了日新月异的发展。在国民经济、航空航天、国防建设以及日常生活等各个邻域，控制理论得到了广泛的应用。控制系统在科学与技术的发展过程中起着关键的作用，自动控制理论取得的成就是惊人的，影响也是巨大的。在控制邻域发展的现阶段，由于其他相关学科的发展，也由于现时和将来应用的需要，以及基本概念和思想的发展水平所推动，自动控制理论遇到了前所未有的挑战。多变量系统、不确定性因素、未建模动态、鲁棒性等一系列问题促使控制系统的分析与设计变得日益复杂、困难。此外，控制理论在工程中的成功运用与工程实践对控制理论提出的严峻挑战这一矛盾的不断激化与解决，亦大大促进了控制理论的发展。

由于控制对象的复杂程度日渐增加，并且其运行环境又因时而异，因此用精确的数学模型描述这些系统的动态特性是不现实的，甚至是不可能的。在进行控制系统设计时，不可避免地会遇到不确定性模型。建模的不确定程度对于控制器的设计影响是巨大的，因为不确定性与获得的性能指标总是相互矛盾的，研究人员不得不在稳定性与动态性能之间作出某种协调，以确保控制系统既具有较强的稳定鲁棒性又能获得较高的动态品质。

基于频域传递函数（矩阵）的经典控制理论及其多变量频域控制理论，在进行控制系统设计时，首先“合理”地将不确定性对象转化为确定的线性定常系统。在忽略了所有不确定性因素的条件下，针对该线性定常系统设计出具有足够幅值裕度和相角裕度的控制器[1~2]，以保证控制系统具有较好的稳定性和动态性能。不可否认，经典控制理论和多变量频域控制理论已获得了很多成功的应用，尤其是经典控制理论，经过几十年的丰富与完善，根轨迹法和频域响应法已成为工程技术人员得心应手的设计工具。但这并不是说这两种理论就是无懈可击的，在解决如何提高线性系统的动、静态性能指标这个问题上，这两种理论就一直困难重重。高的静态精度要求大的开环增益，而开环增益的提高又总是受到维持一定稳定裕度必要性的限制[3]。对于复杂系统，经典控制理论和多变量频域控制理论总能遇到性能指标和稳定鲁棒性之间的矛盾，对此，只能进行折中处理，牺牲一方面来换取另一方的满足，设计结果往往不能令人满意。

近年来，不确定性系统的鲁棒控制理论取得了不少重要的研究成果，针对控制对象模型的

不确定性程度，在某些特定界限下达到控制系统稳定的边界已经可以求得，控制系统在这个稳定域内可以有效地保证闭环系统鲁棒稳定。目前，较为完备的鲁棒控制器设计方法有以下两类：

(1) 以参数空间为基础的鲁棒控制系统分析与设计方案，较好地解决了参数有界不确定性系统的控制系统综合问题。为了提高系统的鲁棒性，参数空间设计方法一改过去在参数空间中实现点的“紧配合”设计方法，在牺牲一定性能指标的前提下，充分考虑参数的摄动范围，实现参数域到域的“松配合”。

(2) 在解决结构不确定问题上，基于算子理论和 H^∞ 理论的鲁棒控制设计方案，在设计过程中对控制对象结构的不确定性，通过求解灵敏度函数 H^∞ 范数的极小化问题，设计出最坏情况下稳定鲁棒的控制器。

然而，鲁棒控制理论并没有完全彻底地解决稳定鲁棒性与性能鲁棒性之间的矛盾。虽然鲁棒控制系统可以具有较强的鲁棒稳定性，甚至可以得到较好的动态品质，但是稳定鲁棒性常常限制了闭环系统的带宽，因而降低了跟踪性能和抗干扰性能，这对于一些快速高精度控制系统是不允许的。

从原理上看，不确定性对象是由一族系统描述的控制对象，对它的控制则是对一族系统的控制。无论是经典控制方案、多变量频域控制方案，还是鲁棒控制方案，毕竟都局限于固定结构的控制方法，以固定结构的控制器去控制一族系统。这种情况下，要使闭环系统能正常工作，以不变应万变，远非易事，往往会显得被动和难以适应。随着数学理论和计算机技术的飞速发展，对控制系统内在物理过程的描述更加精确，控制算法的工程实现能力亦大为提高，因此，为了增强控制系统对不确定性因素的稳定鲁棒性，并赋予高的性能指标，突破固定控制结构的框架，有可能且有必要采用变化结构的非线性反馈控制方案。20 世纪 50 年代由苏联学者 Emelyanov 提出的变结构控制(Variable Structure Control，VSC)方案，以其独特的优点，为不确定性系统提供了一种很有前途的控制系统综合方法。“变结构”一词意味着控制器的结构可能会发生变化。从广义上看，目前变结构系统主要有两类：一类是具有滑动模态的变结构系统；另一类是不具有滑动模态的变结构系统。一般变结构系统均指前者，这是由于具有滑动模态的变结构系统不仅对系统的不确定性因素具有较强的稳定鲁棒性和抗干扰性，而且可以通过滑动模态的设计获得满意的动态品质，同时控制简单，易于实现，所以基于滑动模态的变结构控制系统在国际上受到了广泛重视。本书所研究的变结构控制系统均指具有滑动模态的变结构控制系统。

变结构控制系统的基本原理在于，当系统状态穿越状态空间的滑动超平面时，反馈控制的结构就发生变化，从而使系统性能达到某个期望指标[4]。由此可以看出，变结构控制系统能够通过控制器本身结构的变化，使得系统性能一直保持高于一般固定结构控制所能达到的性能，突破了经典线性控制系统的品质限制，较好地解决了动态与静态性能指标之间的矛盾。

1.2 变结构控制理论的基本原理

1.2.1 变结构控制系统的基本概念

为了说明变结构控制系统的基本概念，考虑下面相变量形式的单输入 n 阶线性时不变系

统状态方程式(1.2.1)。

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= x_3\\ &\cdots\cdots\\ \dot{x}_n &= -\sum_{i=1}^{n} a_i x_i - bu\end{aligned}\right\}\tag{1.2.1}$$

其中,a_i,b 为已知定常参数。

变结构控制具有以下不连续形式

$$u(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} u^{+}(\boldsymbol{x}), & 当\ s(\boldsymbol{x}) > 0\\ u^{-}(\boldsymbol{x}), & 当\ s(\boldsymbol{x}) < 0\end{cases}\tag{1.2.2}$$

其中,$u^{+}(\boldsymbol{x}) \neq u^{-}(\boldsymbol{x})$,并且控制律的选择要满足式(1.2.2)给出的到达条件,即

$$\lim_{s(\boldsymbol{x})\to 0^{+}} \dot{s}(\boldsymbol{x}) < 0,\quad \lim_{s(\boldsymbol{x})\to 0^{-}} \dot{s}(\boldsymbol{x}) > 0\tag{1.2.3}$$

而函数 $s(\boldsymbol{x})$,则称其为切换函数,这里定义为状态向量的线性函数,即

$$s(\boldsymbol{x}) = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_{n-1}x_{n-1} + x_n = 0\tag{1.2.4}$$

在 n 维相空间中,变结构控制中的滑动超平面[5],即为

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_{n-1}x_{n-1} + x_n = 0\tag{1.2.5}$$

由于状态方程式(1.2.1)为相变量形式,所以为了保证滑动模态阶段的稳定性,对于参数 $c_1,c_2,\cdots,c_{n-1}$ 的选择只须使特征方程 $\lambda^{n-1} + c_{n-1}\lambda^{n-2} + \cdots c_2\lambda + c_1 = 0$ 的所有特征根均具有负实部即可。在滑动模态阶段,切换函数 $s(\boldsymbol{x})$,从而可以得到

$$x_n = -c_1x_1 - c_2x_2 - \cdots - c_{n-1}x_{n-1}\tag{1.2.6}$$

进而还可以得出滑动模态阶段的状态方程

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= x_3\\ &\cdots\cdots\\ \dot{x}_{n-1} &= -c_1x_1 - c_2x_2 - \cdots - c_{n-1}x_{n-1}\end{aligned}\right\}\tag{1.2.7}$$

可以看出 n 阶状态方程式(1.2.1)在滑动模态阶段的动态行为可以由 $n-1$ 阶的状态方程式(1.2.7)来完全表征,并且此时系统的动态特性是完全独立于系统参数的。

当系统状态穿越滑模面 $s(\boldsymbol{x}) = 0$,进入 $s(\boldsymbol{x}) < 0$ 时,将使控制量 $u(\boldsymbol{x})$ 从 $u^{+}(\boldsymbol{x})$ 变化为 $u^{-}(\boldsymbol{x})$;而到达式(1.2.3)条件,使得系统状态又迅速穿越滑模面,进入 $s(\boldsymbol{x}) > 0$,从而形成了滑动运动。这里,仅为了能够形象地说明问题,给出了一个二阶系统状态轨迹示意图,如图 1.1 所示。

从上面的分析可以看出:变结构控制系统实际上是将具有不同结构的反馈控制系统按照一定逻辑切换变化得到的,并且具备了原来各个反馈控制系统并不具有的渐近稳定性。我们称这类组合系统为变结构系统 VSC(Variable Structure Control)或变结构控制系统 VSCS(Variable Structure Control System)。

根据控制系统反馈结构切换逻辑的不同,变结构控制系统具有两种截然不同的形式和系统特性。

形式 1:变结构控制系统的运动是各个子系统部分有益运动的"精心拼补"。此时,变结构

控制系统的状态轨迹完全是由各个子系统状态轨迹的一段段拼接。无论各个子系统的稳定性如何，拼接出的组合运动都能保证渐近稳定性。这一形式的变结构控制系统在大大提高系统稳定性的时候，并没有考虑各个子系统所承受的参数变化和扰动等不确定性因素，因此系统的鲁棒性不能得到保证。

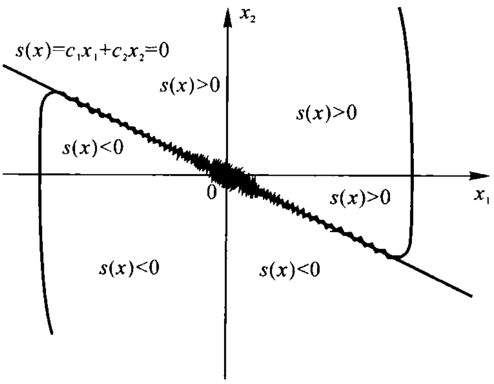

图 1.1　二阶系统的状态轨迹滑模运动示意图

形式 2：变结构系统的运动不同于任一子系统的运动。上面的分析就是这种形式的变结构控制系统，变结构控制系统状态轨迹最终进入滑动模态 $s(\boldsymbol{x})=0$，这种运动是两种反馈结构所对应的子系统根本不能达到的“新生”状态轨迹。它是一种具有滑动运动的变结构控制系统，具有独立于各个子系统特性和对参数、扰动等不确定性不敏感的优良特性。显然，形式 2 变结构控制系统比形式 1 变结构控制系统具有更强的鲁棒性。本书研究的变结构控制系统就是形式 2 变结构控制系统，即具有滑动模态的变结构控制系统。

变结构控制系统滑动模态的一般定义如下：

定义 1.2.1：对于一个 n 阶系统，$\boldsymbol{x}\in R^n$ 为系统状态变量，$\widetilde{S}(\boldsymbol{x})$ 是 n 维状态空间中状态域 $\widetilde{S}(\boldsymbol{x})=0$ 的一个子域。如果对于每个 $\varepsilon>0$，总有一个 $\delta>0$ 存在，使得源于 $\widetilde{S}(\boldsymbol{x})$ 的 n 维 δ 邻域的系统运动若要离开 $\widetilde{S}(\boldsymbol{x})$ 的 n 维 ε 邻域，只能穿越 $\widetilde{S}(\boldsymbol{x})$ 边界的 n 维 ε 邻域，那么 $\widetilde{S}(\boldsymbol{x})$ 就是一个滑动模态域。系统在滑动模态中的运动称为滑动运动，这种特殊运动形式即为滑动模态。

1.2.2　变结构控制系统的性质

以式(1.2.8)所示系统为例，简要说明变结构控制系统的性质。考虑 n 阶多变量系统，其状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{X}}(t)=\boldsymbol{AX}(t)+\boldsymbol{BU}(t)+\boldsymbol{DF}(t) \tag{1.2.8}$$

其中，系统状态 $\boldsymbol{X}\in R^n$，控制向量 $\boldsymbol{U}\in R^m$，扰动向量 $\boldsymbol{F}\in R^l$，$\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{D}$ 均为具有适当维数的矩阵。在 n 维状态空间中设计 m 个切换函数为

$$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{GX},\quad \boldsymbol{S}\in R^m \tag{1.2.9}$$

其中，$\boldsymbol{G}\in R^{m\times n}$。

性质 1.2.1：当式(1.2.8)所示系统的初始状态满足 $\boldsymbol{GX}(0)=\boldsymbol{0}$ 时，如果切换函数的设计保证矩阵 $\boldsymbol{GB}$ 非奇异，那么在如下等效控制 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{eq}}$ 的作用下，系统将沿着滑动模态 $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{0}$ 运动。

$$\boldsymbol{U}_{\mathrm{eq}}=-(\boldsymbol{GB})^{-1}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{AX}+\boldsymbol{DF}) \tag{1.2.10}$$

性质 1.2.2：当式(1.2.8)所示系统具有滑动模态 $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{0}$ 时，系统等价于式(1.2.11)的等效运动方程

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{X}} &= [\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B}(\boldsymbol{G}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{G}](\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{D}\boldsymbol{F})\\ \boldsymbol{S} &= \boldsymbol{0}\end{aligned}\right\} \tag{1.2.11}$$

这一等效运动方程称为滑动模态方程。

性质 1.2.3：式(1.2.11)所示等效运动系统的状态 $\boldsymbol{X}$ 属于 n 维状态空间中的 $(n-m)$ 维子空间，等效系统呈现 $(n-m)$ 阶降阶性质。

性质 1.2.4：当式(1.2.8)所示系统中的扰动 $\boldsymbol{F}$ 满足

$$[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B}(\boldsymbol{G}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{G}]\boldsymbol{D}\boldsymbol{F}=\boldsymbol{0} \tag{1.2.12}$$

时，滑动模态方程变为

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{X}} &= [\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B}(\boldsymbol{G}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{G}]\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}\\ \boldsymbol{S} &= \boldsymbol{0}\end{aligned}\right\} \tag{1.2.13}$$

于是，扰动 $\boldsymbol{F}$ 不再出现在方程中，滑动模态方程将不受 $\boldsymbol{F}$ 的影响。显然，当

$$\mathrm{rank}[\boldsymbol{B},\boldsymbol{D}]=\mathrm{rank}[\boldsymbol{B}] \tag{1.2.14}$$

时，式(1.2.12)成立。称式(1.2.14)为变结构控制系统的扰动不变性条件。

性质 1.2.5：假设矩阵 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 中的参数具有不确定性。不妨设

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}_0+\Delta\boldsymbol{A},\quad \boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}_0+\Delta\boldsymbol{B}$$

其中 $\boldsymbol{A}_0,\boldsymbol{B}_0$ 分别为 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 的标称矩阵，而 $\Delta\boldsymbol{A},\Delta\boldsymbol{B}$ 则分别为 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 的摄动矩阵。显然，

(1) 当 $\mathrm{rank}[\boldsymbol{B}_0,\Delta\boldsymbol{A}]=\mathrm{rank}[\boldsymbol{B}_0]$ 时，变结构控制系统对 $\Delta\boldsymbol{A}$ 的影响具有不变性。

(2) 当 $\mathrm{rank}[\boldsymbol{B}_0,\Delta\boldsymbol{B}]=\mathrm{rank}[\boldsymbol{B}_0]$ 时，变结构控制系统对 $\Delta\boldsymbol{B}$ 的影响具有不变性。

可以看出，尽管结构的变化给系统带来了额外的复杂性，但同时也对系统赋予了固定结构系统所不包含的特性品质。总之，在一定的条件下，变结构控制系统具有如下特点。

(1) 在满足一定的匹配条件情况下，变结构控制系统的滑动模态对系统的扰动和参数摄动影响具有完全的鲁棒性或有不变特性。这个匹配条件所代表的物理意义是系统所有参数摄动和扰动这些不确定因素均可以等价为输入通道中的不确定性。正是这个独特的优点，才使 20 世纪 50 年代产生的变结构控制，经过 20 余年的沉寂，重新获得强大的生命力。

(2) 在滑动模态阶段，变结构控制系统的动态特性可以由一个降阶的等效线性运动方程来完全表征[4]，并且这个等效滑动模态方程的运动品质可以在预先通过极点配置、最优控制等方法来保证[6]。

(3) 变结构控制系统的设计可以分解为两个完全独立的阶段[4]：第一个阶段是到达阶段，系统能够在任意初始状态出发，在变结构控制律的作用下进入并到达滑动模态；第二个阶段则是滑动模态阶段，系统状态在滑动超平面上产生的滑动模态运动，趋向于状态空间原点。

(4) 变结构控制系统理论的出现，突破了经典线性控制系统的品质限制，较好地解决了动态与静态性能指标之间的矛盾[7]。

(5) 变结构控制系统可以在保证稳定性的同时具有快速的响应特性。快速响应特性可以通过提高变结构控制系统的增益获得；而稳定性的保证则可以通过切换面合适的选择来获得[7]。

(6) 相对其他的控制方法，变结构控制系统的物理实现较为简单。

1.2.3 变结构控制系统的设计

作为控制系统的设计方法，常常没有唯一的解答，变结构控制尤为突出。这是由于以下几方面出现了多样性，导致增大了变结构控制器设计的多样性，这几方面分述如下：

(1) 系统模型。一个系统的数学模型，经过各种状态变换，导致各种不同的简化形式。对线性系统有以下形式：① 一般形式，即$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C})$模型；② 简约型，即$\boldsymbol{B}=[\boldsymbol{0}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}}]$，$\boldsymbol{B}_2$是非奇异方阵；③ 可控典范型等。对非线性系统类型更多，在此不再赘述。

(2) 到达条件。滑动模态的到达条件的类型有不等式形式与等式形式；每个切换面均为滑动模态区与所有切换面之交，为滑动模态区。

(3) 变结构控制的结构。高为炳给出了多种变结构控制函数的结构，使变结构控制问题归结为求一定结构中所包含的系数及函数[6]。

(4) 切换函数形式。通常所用的切换函数或者是特殊的二次型函数，它一般可以化为两个线性函数，其中一个给出常点，另一个给出止点集，从而构成滑动模态区；或者是线性函数。

(5) 符号判定方法。在判定$\dot{\boldsymbol{S}}(\boldsymbol{X})$及$\dot{\boldsymbol{V}}(\boldsymbol{X})$的符号时，往往可以采用不同方法，从而导致不同的变结构控制律。

在设计变结构控制系统过程中，由于有上述几种多样性，所以可建立不同的变结构控制系统。如何选择一个良好的变结构控制器，很大程度上决定于工程实际。

为了便于理解变结构控制器的设计方法，这里给出一个主要思路，即把变结构控制系统的运动分为两个阶段，分阶段研究和设计。

第一阶段：系统状态由任意初始状态位置向滑动模$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{0}$运动，直到进入并到达滑动模态。该阶段中$\boldsymbol{S}\neq\boldsymbol{0}$，此时的设计任务是使系统能够在任意状态进入并到达滑动模态。

第二阶段：系统状态进入滑动模并沿着滑动模运动的阶段。在该阶段中，$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{0}$。此时的设计任务是保证$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{0}$，并使此时的等效运动具有期望的性能。因此，可以将变结构控制系统的设计分为互相独立的两个步骤。首先进行切换函数的设计，使得等效运动方程具有满意的性能。然后，根据滑动模态的到达条件进行变结构控制器的设计。其设计步骤如下：

步骤1：切换函数的设计。以式(1.2.8)所示系统为例，当系统满足参数和扰动不变性条件时，式(1.2.13)所示滑动模态方程可以写成

$$\left.\begin{aligned}&\dot{\boldsymbol{X}}=[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B}_0(\boldsymbol{G}\boldsymbol{B}_0)^{-1}\boldsymbol{G}]\boldsymbol{A}_0\boldsymbol{X}=\boldsymbol{A}_{\mathrm{eq}}\boldsymbol{X}\\&\boldsymbol{S}=\boldsymbol{0}\end{aligned}\right\} \tag{1.2.15}$$

显然，上述等效系统是一个完全独立于参数和扰动不确定性的自治系统。其全部特性仅依赖于原系统的标称或不变参数以及切换函数参数矩阵$\boldsymbol{G}$。而对于给定的$\boldsymbol{A}_0$和$\boldsymbol{B}_0$，可以通过对参数矩阵$\boldsymbol{G}$的合理选择，使$\boldsymbol{A}_{\mathrm{eq}}$具有期望的极点位置，从而保证等效运动具有期望的稳定性和动态特性。这种切换面的设计原则是由苏联学者Utkin首先提出的，Zinober和Dorling等将这一思想应用到了线性多变量系统的滑动超平面设计上，同时还将最优控制理论引入到滑动超平面的设计中，系统的性能指标由二次型最优性能指标规定。

此外，Ghezawei等运用投影算子理论，从空间的角度提出了滑动超平面的广义逆矩阵设计方法。White研究了单变量系统状态不能全部得到情况下的滑动超平面设计问题。

另外，Young等运用奇异摄动理论分析研究了变结构控制系统的滑动模态运动，并讨论了滑动超平面的设计问题。Ghezawei等将滑动超平面作为变结构控制系统的输出，利用等价控

制概念，研究了变结构控制系统零输出及其计算方法。

近来，变结构控制系统到达阶段的鲁棒性问题亦受到了广泛的重视。一些学者提出了动态时变滑模面的思想以来，消除变结构控制的到达阶段，从而保证了系统全局的鲁棒性。如Slotine 等通过强加初始误差为零这一限制条件设计了一种时变的滑模面；本章参考文献[8，9]设计的动态滑模面则可以保证系统轨迹从任意初始状态开始均在滑模面上运动；Lee 等还将模糊控制理论引入到动态时变滑模面的设计中。

以上诸多滑动超平面的设计方法，为滑动模态参数矩阵的选取给予了很好的指导作用，避免了因“无章可循”而带来的“试凑”过程，大大减少了控制系统设计的盲目性。

步骤 2：变结构控制律的设计。当变结构控制系统滑动模态的存在条件问题解决后，另一个重要的工作就是如何设计变结构控制律，驱使系统状态从任意初始点进入滑动模态，并将其稳定可靠地保持在滑动模态上。由此可以看出，变结构控制律设计的根本出发点为滑动模态的可达条件。

由于变结构控制律设计依据的是等式或不等式形式描述的滑动模态可达性条件，并且对于不同类型的可达性条件，有不同的分析设计方法，因此变结构控制律是具有不同结构的非连续函数状态反馈控制律。虽然变结构控制律具有丰富的形式，但是根据其特点仍然可以将其归纳为几种常见的形式。在大多数情况下，变结构控制律 $\boldsymbol{U}$ 是由线性控制分量 $\boldsymbol{U}^L$ 和非线性控制分量 $\boldsymbol{U}^N$ 两部分组成，即

$$\boldsymbol{U}=\boldsymbol{U}^L+\boldsymbol{U}^N=\boldsymbol{LX}+[u_1^N,u_2^N,\cdots,u_m^N]^{\mathrm{T}},\quad \boldsymbol{L}\in R^{m\times n}$$

线性控制分量$\boldsymbol{U}^L=\boldsymbol{LX}$ 为线性状态反馈，其作用在于对原系统进行初步的校正，改变原系统的动力学特性，使系统状态的运动轨迹指向滑动模态。

非线性控制分量 $\boldsymbol{U}^N$ 反映了变结构控制律的不连续性，其作用在于维持系统状态不脱离滑动模态。非线性控制分量中最典型最常用的有以下四种形式。

(1) 常增益继电控制型为

$$u_i^N=m_i\operatorname{sgn}(s_i),\quad m_i>0 \tag{1.2.16}$$

(2) 变增益继电控制型为

$$u_i^N=m_i(\boldsymbol{X})\operatorname{sgn}(s_i),\quad m_i(\boldsymbol{X})>0 \tag{1.2.17}$$

(3) 系数状态反馈控制型为

$$\boldsymbol{U}^N=\boldsymbol{\Psi X},\quad \boldsymbol{\Psi}=[\psi_{ij}]_{m\times n}$$

$$\psi_{ij}=\begin{cases}\alpha_{ij}, & s_ix_j>0\\ \beta_{ij}, & s_ix_i<0\end{cases} \tag{1.2.18}$$

(4) 单位向量控制型为

$$\boldsymbol{U}^N=\rho\frac{\boldsymbol{S}}{\|\boldsymbol{S}\|},\quad \rho>0 \tag{1.2.19}$$

式(1.2.16)～式(1.2.18)所示的控制形式及其中的控制参数 m_i，$m_i(\boldsymbol{X})$，α_{ij} 和β_{ij} 等是由滑动模态存在条件式(1.2.3)推导得到的，要求在每个切换面上都存在局部滑动模态运动，其控制函数分量 u_i^N 在各自对应的切换超平面$s_i=0$上不连续。式(1.2.19)的非线性控制是由式(1.2.20)的拓广的滑动模态可达性条件得到的。

$$\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}<-\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{S}),\quad \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{S})>0 \tag{1.2.20}$$

只有当系统状态穿越滑动模态(全部超平面之交)时，控制函数分量才发生切换，否则控

制函数保持连续，在每个切换超平面上存在局部滑动模态运动。

在多变量变结构控制系统控制律的设计中，本章参考文献[4]首先提出了解耦变结构的设计方法。其基本思想是如果滑动模态与控制输入的耦合矩阵为对角或对角优势矩阵，那么可将多变量控制问题转化为单变量控制问题，从而实现滑动模态与控制输入的"解耦"问题。李彦平还通过对系统进行投影算子几何变换，使得与各维滑动模态相应的控制分量的求解过程具有级联解耦特性，进而提出了级联解耦变结构控制方案。

此外，递阶滑动控制方案也是多变量变结构控制的重要方法之一，在多变量变结构控制邻域中占有重要的地位，被公认为是解决参数变化问题的一种有效方法。Habibi、Richard，程勉和高为炳研究了线性时变系统的递阶滑动控制方法，这些递阶控制算法能使系统的状态按照一定的顺序依次进入各维局部滑动模态，最后趋向于各个滑动超平面的交界处，进入滑动模态。

1.2.4 变结构控制系统的稳定性分析

由于变结构控制系统的动态过程由到达阶段和滑动模态运动阶段构成，只要在到达阶段保证系统状态能趋近并进入滑动模态，在滑动模态运动阶段保证滑动运动稳定，那么变结构控制系统的稳定性即得到了保证，因此变结构控制系统的稳定性分析较为简便。

变结构控制系统滑动模态运动的稳定性，完全取决于滑动模态的设计，因此只要保证滑动模态方程的稳定性，该阶段的运动一定是稳定。而这一要求在控制系统的设计阶段即可以得到保证，所以关键问题在于是否能设计出适当的变结构控制律使得控制系统状态进入滑动模态。

对滑动超平面 $\boldsymbol{S}$ 进行时间 t 微分可得

$$\dot{\boldsymbol{S}} = \frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{X}}\dot{\boldsymbol{X}} \tag{1.2.21}$$

式(1.2.21)可视为式(1.2.8)通过积结函数 $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{CX}$ 产生的积结方程[10]，那么滑动模态的存在性问题就转化为式(1.2.21)系统的原点的镇定问题，可以通过 Lyapunov 稳定性理论分析解决。若选取 Lyapunov 函数为

$$V(\boldsymbol{X}) = \frac{1}{2}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}, \quad \boldsymbol{S} \neq \boldsymbol{0} \tag{1.2.22}$$

可以得出其对时间的导数为

$$\dot{V}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{S}}, \quad \boldsymbol{S} \neq \boldsymbol{0}$$

若 $\dot{V}<0$ $(\boldsymbol{S}\neq\boldsymbol{0})$ 条件成立，则系统将最终到达并保持在滑动模 $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{0}$ 上。只要变结构控制律设计合理，就可以保证滑动模态的存在。

需要清楚的一点是，在控制不受限的情况下，变结构控制系统是可以保证全局渐近稳定的。但是当控制受限时，任何控制系统都是局部有条件稳定的，变结构控制系统也存在着稳定域问题。在控制受限情况下，状态空间中只有满足一定条件的点才能在变结构控制律的作用下进入滑动模态，这就是滑动模态吸引域的问题。同样，滑动模态运动的状态点也只有在一定区域内时，才能趋于状态原点，保证系统是稳定的，这就是滑动模态的稳定域问题。滑动模态的吸引域和稳定域决定了在控制受限情况下变结构控制系统的稳定域。

1.3 变结构控制理论及其应用发展现状

20世纪50年代，苏联学者emelyanow首次提出了变结构这一概念，之后，Utkin，Itkis等人进一步发展了变结构系统理论。20世纪70年代，变结构系统以其独特的优点和特性引起了西方学者的广泛重视，并进而被众多学者从不同的理论角度，运用各种数学手段对其进行了深入的研究，使得变结构控制理论逐渐发展成为一个相对独立的研究分支。

变结构控制就是当系统状态穿越状态空间不同区域时，反馈控制器的结构按照一定的规律发生变化，使得控制系统对被控对象的内在参数变化和外在环境扰动等因素具有一定的适应能力，保证系统性能达到期望的指标要求。该控制系统对系统中存在的不确定性具有极强的鲁棒性，而变结构控制器实际上是一种非线性控制器。

目前，在变结构控制系统的设计和实际工程应用中，为了在保证闭环系统在具有满意的鲁棒性的同时，希望所得的控制器是易于实现的，并且控制信号不存在一般变结构控制器所具有的控制信号抖动现象。为此，一些学者提出了许多近似变结构控制算法，并从这些近似算法出发，得到了相应的鲁棒性分析结果，这对变结构控制的大范围工程应用是一项很有意义的工作。为了得到合理的近似变结构控制算法，像模糊控制、神经网络等算法亦引入到了变结构控制算法的设计中[11~12]，一些新型的变结构控制算法，正在引起理论界的关注和工程界的极大兴趣。

用变结构控制方法来研究时滞系统的鲁棒控制问题，是近年来一个新的研究方向，并已有一些研究报道。应该指出，这些研究都是从一般变结构的滑动模存在与到达条件出发的。然而，从另一个角度来分析，如果闭环控制系统对各种假设的扰动具有鲁棒性，那么可以放宽对滑动模存在与到达的要求。鉴于这种思想，目前一些学者已经开始研究不匹配不确定性系统的变结构控制问题。

非线性系统控制是人们普遍关心的控制问题，近年来一些基于反馈线性化、微分几何等理论的研究得到了迅速的发展。这些方法，实际是将研究对象首先变化为一个线性系统，然后设计鲁棒控制器、自适应控制器，当然也可以采用变结构控制器。因此，近年来在非线性系统变结构控制方面的研究问题，实际上是将一般非线性系统控制的研究结果结合变结构控制理论进行变结构控制系统的设计。因为非线性系统控制理论的研究内容、方法和结果发展很快，而变结构控制是一种有效的鲁棒控制设计方法，所以两者的结合将会得到许多令人振奋的研究结果，被控制理论界公认为一个很有前途的研究邻域。

变结构控制同样是一种有效的自适应控制系统综合方法。这些控制系统设计方案只是将自适应控制思想用于控制系统的综合上，进行诸如模型参考自适应、输出跟踪控制等系统的设计。然而，从实现变结构控制系统的要求出发，通过采用自适应思想，可以简化变结构控制器的设计。目前利用自适应思想来设计变结构控制器有两种方式：一种是利用滑动模思想来构造中间控制器，从而简化系统设计；另一种思想是将自适应算法用于控制器参数的调整上，以克服在变结构控制器设计中必须预先知道不确定性范数界的要求。

随着变结构控制理论的日臻完善，由于其独特的设计方法和卓越的系统性能，更由于现代计算机技术的迅猛发展，使得变结构控制理论的应用日益广泛，变结构控制已经开始用于航空航天飞行器、机器人以及各种工业过程控制中，并获得了令人满意的效果。