

帮你学数学

北京市初二年级
数学竞赛试题解析
(1998~2007)

周春荔 李延林 编



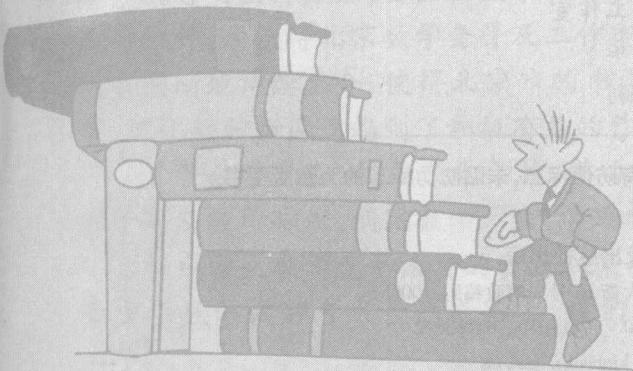
科学普及出版社

帮你学数学

北京市初二年级

数学竞赛试题解析

周春荔 李延林 编



科学普及出版社
·北京·

1998~2007

帮你学数学
北京市初二年级数学竞赛试题解析
(1998~2007)
周春荔 李延林 编

策划编辑:徐扬科
责任编辑:沈国峰 周江霞
封面设计:耕者设计工作室·唐璨
正文设计:马 宁
插 图:艺海工作室
责任校对:林 华
责任印制:李春利

自 2006 年 4 月起本社图书封面均贴有防伪标志,未贴防伪标志的为盗版图书。

科学普及出版社出版
北京市海淀区中关村南大街 16 号 邮政编码:100081
电话:010-62103210 传真:010-62183872
<http://www.kjpbooks.com.cn>
科学普及出版社发行部发行
北京正道印刷厂印刷

*
开本:787 毫米×1092 毫米 1/16 印张:6.125 字数:135 千字
2008 年 4 月第 1 版 2008 年 4 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-110-06649-2/G · 2991
印数:1—5000 册 定价:10.00 元

(凡购买本社的图书,如有缺页、倒页、
脱页者,本社发行部负责调换)

朋友！快来欣赏数学美的旋律 ——“铺路石子”的心声

1998~2007,北京市初二年级的中学生数学竞赛,作为北京数学会一年一度的数学科普日活动,一直坚持进行,目前,我们只邀请传统特色学校的初二数学爱好者自愿参加,每届人数不超过500人.

在这10年期间,北京市的中学数学教学经历了由部颁数学教学大纲到新课标的转变,教材经历了由“人教版”教材到“北京市实验教材”再到“新课标教材”的更换.因此,我们每年的初二竞赛试题及解答,只能适应当年北京市初二年级选用的数学教材与进度.由于试题及解答是历史资料,我们仍保留原样供大家研究.这一点请读者使用本书时要加以注意.

这一阶段参加命题工作的主要成员除本书的两位编者周春荔、李延林老师外,还有唐大昌、郭志江、韩乐琴、尹克新等老师.此外王尚志教授、邱维声教授、赵大悌特级教师等同志也指导或参加过1997~1999年的命题工作.正是这些同志的坚持努力,各区县数学教研员及广大学校领导、数学教师的支持与通力协作,才使得北京数学会普及工作委员会中的中学生数学科普活动,一直没有间断地持续至今.使得北京市的中学生数学竞赛活动对推进数学素质教育、深化数学新课改起到了积极有益的作用.

开展数学竞赛、创办数学学校、举办数学科普日等数学普及工作的意义,在于普及数学知识,阐述数学方法,展现数学思维.

将中学生数学竞赛活动的资料积累整理面世,是我们义不容辞的责任.在青少年数学爱好者成长的道路上,我们既是大家的朋友,也是一颗铺路的小石子.

让我们与数学爱好者一起欣赏数学美的旋律,共同来谱写数学素质教育的新篇章!

2006年北京市中学生数学竞赛

初中二年级试题

2007年北京市中学生数学竞赛

初中二年级试题

周春荔 李延林

2008年元月

(23)

(25)

目 录

第一部分 北京市中学生数学竞赛(1998~2007)试题

1998年北京市中学生数学竞赛

- 初中二年级初赛试题 (2)
初中二年级复赛试题 (3)

1999年北京市中学生数学竞赛

- 初中二年级试题 (5)

2000年数学科普日试题

- 数学科普活动卷 (7)
初中二年级攻擂试题 (8)

2001年北京市中学生数学竞赛

- 初中二年级初赛试题 (9)
初中二年级复赛试题 (10)

2002年北京市中学生数学竞赛

- 初中二年级初赛试题 (12)
初中二年级复赛试题 (13)

2003年北京市中学生数学竞赛

- 初中二年级初赛试题 (15)
初中二年级复赛试题 (16)

2004年北京市中学生数学竞赛

- 初中二年级初赛试题 (18)
初中二年级复赛试题 (19)

2005年北京市中学生数学竞赛

- 初中二年级试题 (21)

2006年北京市中学生数学竞赛

- 初中二年级试题 (23)

2007年北京市中学生数学竞赛

- 初中二年级试题 (25)

第二部分 北京市中学生数学竞赛(1998~2007)试题解答

1998 年北京市中学生数学竞赛	
初中二年级初赛试题及解答	(28)
初中二年级复赛试题及解答	(32)
1999 年北京市中学生数学邀请赛	
初中二年级试题及解答	(36)
2000 年数学科普日试题及解答	
数学科普活动卷试题及解答	(40)
初中二年级攻擂试题及解答	(43)
2001 年北京市中学生数学竞赛	
初中二年级初赛试题及解答	(46)
初中二年级复赛试题及解答	(50)
2002 年北京市中学生数学竞赛	
初中二年级初赛试题及解答	(54)
初中二年级复赛试题及解答	(58)
2003 年北京市中学生数学竞赛	
初中二年级初赛试题及解答	(62)
初中二年级复赛试题及解答	(66)
2004 年北京市中学生数学竞赛	
初中二年级初赛试题及解答	(70)
初中二年级复赛试题及解答	(73)
2005 年北京市中学生数学竞赛	
初中二年级试题及解答	(77)
2006 年北京市中学生数学竞赛	
初中二年级试题及解答	(81)
2007 年北京市中学生数学竞赛	
初中二年级试题及解答	(86)

第一部分

北京市中学生数学竞赛 (1998~2007)试题

1998 年北京市中学生数学竞赛

初中二年级初赛试题

(1998 年 4 月 5 日 8:30 ~ 10:30)

一、选择题(满分 36 分, 每小题只有一个正确答案. 请将你的答案填在括号内, 答对得 6 分, 答错或不答均记 0 分)

1. 已知如下数组

- | | |
|----------------------------------|---|
| ① $\sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$ | ② $\sqrt{10} - 3, 2\sqrt{2} - \sqrt{5}, 32 - 10\sqrt{10}$ |
| ③12402, 12240, 1998 | ④1998, 640, 2098 |

其中可作为直角三角形三边长度的数组是

- A. ①④ B. ②④ C. ②③ D. ③④

2. 在下面时间段内, 时钟的时针与分针会出现重合的是

- | | |
|----------------|----------------|
| A. 5:25 ~ 5:26 | B. 5:26 ~ 5:27 |
| C. 5:27 ~ 5:28 | D. 5:28 ~ 5:29 |

3. 已知 $A = (2-x) - (\sqrt{2}x - 5)\sqrt{2}$, 使 A 为正数的自然数 x 有

- A. 1 个 B. 2 个 C. 多于 2 的有限个 D. 无限多个

4. 将长度为 20 的铁丝围成三边长均为整数的三角形, 那么不全等的三角形的个数是

- A. 5 B. 6 C. 8 D. 10

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 15^\circ$, $AB = 12$. 则 $\triangle ABC$ 的面积等于

- A. 16 B. 18 C. $12\sqrt{2}$ D. $12\sqrt{3}$

6. 已知 $a = 2^{34}$, $b = 2^{4^3}$, $c = 3^{2^4}$, $d = 4^{3^2}$, $e = 4^{2^3}$, 则 a, b, c, d, e 的大小关系是

- | | |
|------------------------|------------------------|
| A. $a = b = d = e < c$ | B. $a = b = d = e > c$ |
| C. $e < d < c < b < a$ | D. $e < c < d < b < a$ |

二、填空题(满分 64 分, 每小题答对得 8 分, 答错或不答均记 0 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

1. 化简 $\sqrt{\frac{a^2 - 3a + 2}{a^2 - 6a + 9}} \cdot \frac{a - 3}{\sqrt{2 - a}} + \sqrt{1 - a}$, 写出化简结果.

2. P 为正方形 $ABCD$ 内一点, $PA = PB = 10$, 并且 P 点到 CD 边距离也等于 10. 求正方形 $ABCD$ 的面积.

3. 已知 a 为整数, $|4a^2 - 12a - 27|$ 是质数, 试确定 a 的所有可能值的和.

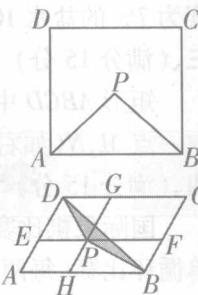
4. 如图, P 为平行四边形 $ABCD$ 内一点, 过点 P 分别作 AB, AD 的平行线交平行四边形于 E, F, G, H 四点. 若 $S_{AHPE} = 3, S_{PFCC} = 5$. 求 $S_{\triangle PBD}$.

5. 实数 a, b, x, y 满足 $y + |\sqrt{x} - \sqrt{3}| = 1 - a^2, |x - 3| = y - 1 - b^2$, 求 $2^{x+y} + 2^{a+b}$ 之值.

6. 多项式 $x^2 + axy + by^2 - 5x + y + 6$ 的一个因式是 $x + y - 2$. 试确定 $a + b$ 的值.

7. 梯形的两条对角线互相垂直, 其中一条对角线的长是 5 厘米, 梯形的高等于 4 厘米. 此梯形的面积是多少平方厘米?

8. 某商场有一部自动扶梯匀速由下而上运动, 甲、乙二人都急于上楼办事, 因此在乘扶梯的同时匀速登梯, 甲登了 55 级后达到楼上, 乙登梯速度是甲的 2 倍(单位时间乙登楼梯级数是甲的 2 倍), 他登了 60 级后到达楼上. 问由楼下到楼上自动扶梯共有多少级?



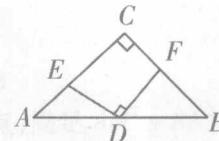
初中二年级复赛试题

(1998 年 5 月 3 日 8:30 ~ 10:30)

一、填空题(满分 40 分)

1. 若 $x + y = \sqrt{3\sqrt{5}-\sqrt{2}}, x - y = \sqrt{3\sqrt{2}-\sqrt{5}}$, 则 $xy = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 等腰直角三角形 ABC 中, D 为斜边 AB 的中点, E, F 分别为腰 AC, BC 上(异于端点)的点, $DE \perp DF, AB = 10$, 设 $x = DE + DF$, 则 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



3. 实数 a, b 满足 $\sqrt{a^2 - 2a + 1} + \sqrt{36 - 12a + a^2} = 10 - |b + 3| - |b - 2|$, 则 $a^2 + b^2$ 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

4. 若 y, z 均为质数, $x = yz$, 且 x, y, z 满足 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{z}$, 则 $1998x + 5y + 3z = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 黑板上写有 $1, 2, 3, \dots, 1997, 1998$ 这 1998 个自然数, 对它们进行操作. 每次操作规则如下: 擦掉写在黑板上的三个数后, 再添写上所擦掉三个数之和的个位数字, 例如: 擦掉 5, 13 和 1998 后, 添加上 6; 若再擦掉 6, 6, 38, 添加上 0, 等等. 如果经过 998 次操作后, 发现黑板上剩下两个数, 一个是 25, 则另一个是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二、(满分 15 分)

今有浓度为 5%, 8%, 9% 的甲、乙、丙三种盐水分别为 60 克, 60 克, 47 克, 现要配制浓

度为7%的盐水100克.问:甲种盐水最多可用多少克?最少可用多少克?

三、(满分15分)

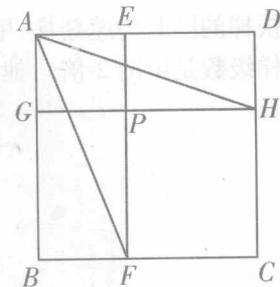
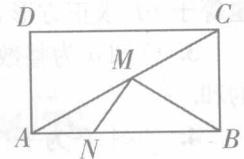
矩形ABCD中,AB=20厘米,BC=10厘米.若在AC,AB上各取一点M,N(如右图),使BM+MN的值最小,求这个最小值.

四、(满分15分)

国际象棋比赛中,胜一局得1分,平一局得0.5分,负一局得0分.今有8名选手进行单循环比赛(每两人都赛一局),赛后发现各选手的得分均不相同,当按得分由大到小排列好名次后,第四名选手得4.5分,第二名的得分等于最后四名选手得分总和.问:前三名选手各得多少分?说明理由.

五、(满分15分)

正方形ABCD被两条与边平行的线段EF,GH分割成四个小矩形,P是EF与GH的交点,若矩形PFCH的面积恰是矩形AGPE面积的2倍.试确定 $\angle HAF$ 的大小并证明你的结论.



2. 在下面的圆圈内填上适当的数,使每条直线上三个数之和相等.

A. 5,25~5,25
B. 5,25~5,25

C. 5,25~5,25
D. 5,25~5,25



1999年北京市中学生数学竞赛

初中二年级试题

(1999年4月18日8:30~10:30)

一、选择题(满分25分,每小题5分)

题号	1	2	3	4	5
答案					

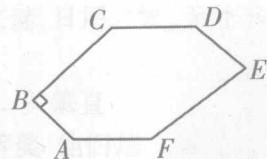
1. $x^2 + 2x - 99$ 等于
A. $(x-9)(x-11)$ B. $(x+9)(x-11)$
C. $(x-9)(x+11)$ D. $(x+9)(x+11)$
2. x, y 都是质数, 则方程 $x+y=1999$ 共有
A. 1组解 B. 2组解 C. 3组解 D. 4组解
3. 不能构成三角形三边长的数组是
A. $(1, \sqrt{3}, 2)$ B. $(\sqrt{199}, \sqrt{999}, \sqrt{1999})$
C. $(3^2, 4^2, 5^2)$ D. $(4^2, 5^2, 6^2)$
4. 若 $3x^3 - x = 1$, 则 $9x^4 + 12x^3 - 3x^2 - 7x + 1999$ 的值等于
A. 1997 B. 1999 C. 2001 D. 2003
5. $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$, M, N 为斜边 AB 上两点, 满足 $AM^2 + BN^2 = MN^2$, 则 $\angle MCN$ 的度数是
A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

二、填空题(满分35分,每小题7分)

题号	1	2	3	4	5
答案					

1. 计算 $1949^2 - 1950^2 + 1951^2 - 1952^2 + \cdots + 1977^2 - 1988^2 + 1999^2$ 的值.

2. 如右图, $CD \parallel AF$, $\angle CDE = \angle BAF$, $AB \perp BC$, $\angle C = 124^\circ$,



$\angle E = 80^\circ$. 求 $\angle F$ 的度数为_____.

3. 计算 $\frac{1999^3 - 1000^3 - 999^3}{1999 \times 1000 \times 999}$ 的值.

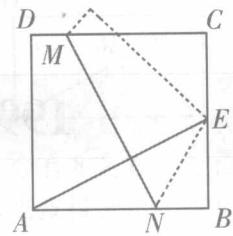
4. 正方形纸片 $ABCD$ 中, E 为 BC 中点,折叠正方形,使点 A 与点 E 重合,压平后,得折痕 MN ,如右图.设梯形 $ADMN$ 的面积为 S_1 ,梯形 $BCMN$ 的面积为 S_2 ,求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值.

5. 甲、乙二人分别从 A 、 B 两地同时出发相向匀速行走, t 小时后相遇于中途的 C 地,此后,甲用8小时从 C 走到 B ,乙用2小时从 C 走到 A ,求 t 的值.

三、(满分15分)

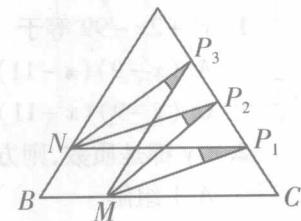
不等于0的三个数 a, b, c 满足 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$,

求证: a, b, c 中至少有两个互为相反数.



四、(满分15分)

如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形,在 BC 边上取点 M ,使得 $BM = \frac{1}{4}BC$,在 AB 边上取点 N ,使得 $BN = \frac{1}{4}AB$, P_1, P_2, P_3 依次是 AC 边上的三个四等分点,求 $\angle MP_1N + \angle MP_2N + \angle MP_3N$ 的度数,并证明你的结论.



五、(满分10分)

将 5×9 的长方形分成10个边长为整数的长方形,无论怎样分法,分得的长方形中必有两个是完全相同的.请你说明理由.



奥思特·图维林 D. 梅·安·江
高·吉·安·江 D. 奥·图·安·江
开·南·基·开·南·基
恩·白·安·基

2000年数学科普日试题

数学科普活动卷

(2000年5月19日)

姓名_____ 性别_____ 学校_____

亲爱的朋友：

本卷仅供初二年级同学作为课外活动练习，可以查阅参考书、资料，可以展开讨论。将“常识选择”的答案填在本卷上，将“数学问题”的结论独立简写在B₅型纸上。不抄题，按顺序写清题号，并于5月20日18:00以前（以邮戳为证）寄到100037，首都师范大学数学系李延林老师收。此卷复制无效。

北京数学会普及委员会

2000年5月19日

一、常识选择

将你选择的答案的英文字母代号填入下表的空格内

题号	1	2	3	4	5
答案					

1. 世界数学年是

- A. 1998年 B. 2000年 C. 2002年 D. 2004年

2. 我国古代有位数学家计算圆周率精确到七位小数，并取 $\frac{355}{133}$ 作为密率，此项成就曾

领先西方一千余年。取得这项辉煌成就的数学家是

- A. 刘徽 B. 赵爽 C. 祖冲之 D. 沈括

3. 我国在研究哥德巴赫猜想上取得领先于世界成就的数学家是

- A. 杨乐 B. 张广厚 C. 钟家庆 D. 陈景润

4.“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，无处不用数学”。概括出这句至理名言的数学家是

- A. 华罗庚 B. 江泽涵 C. 苏步青 D. 关肇直

5. 北京市有两位数学教师荣获第四届“苏步青数学教育奖”一等奖。他们是

- A. 王连笑 任 勇
C. 陈守礼 易南轩

- B. 孙维刚 张思明
D. 赵家镐 梅应声

二、数学问题

- 货轮上卸下若干只箱子,其总重量为 10 吨,每只箱子的重量不超过 1 吨.为了保证能把这些箱子一次运回收货单位,问收货单位至少需要派多少辆载重 3 吨的汽车?
- 已知 $\frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(a+b)(b+c)(c+a)} = \frac{5}{132}$, 求 $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}$ 的值.
- 在凸五边形 $ABCDE$ 中,对角线 BE 和 CE 分别是顶角 B 和 C 的平分线, $\angle A = 35^\circ$, $\angle D = 145^\circ$, 又已知 $\triangle BCE$ 的面积等于 5.19 平方厘米. 求五边形 $ABCDE$ 的面积.
- 小明在纸上画了一个 76° 的角,老师看后,想了想,给小明拿来一把两边平行的断头直尺和一枝铅笔.告诉小明,可以在纸上利用这个 76° 的角及这些工具画出一个 64° 的角来.请你与小明一道思考,将你的画法写出来,并简述画法的理由.

初中二年级攻擂试题

(2000 年 5 月 28 日)

以下各题,每个参赛队员独立完成,时间 40 分钟.

一、(满分 10 分)

已知 a, b, c 为非负整数,使得 $28a + 30b + 31c = 365$. 设 $p = a + b + c$,

试计算 $\frac{1}{100}[p(p^2 - 100)]$ 的值.

二、(满分 10 分)

实数 x, y, z 满足 $x + y + z - 2(xy + yz + zx) + 4xyz = \frac{1}{2}$.

证明: x, y, z 中至少有一个恰等于 $\frac{1}{2}$.

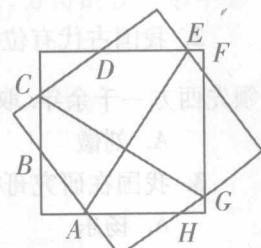
三、(满分 10 分)

两张大小适当的正方形纸片,如图所示重叠放在一起.重叠部分是一个凸八边形 $ABCDEFGH$. 对角线 AE, CG 分这个八边形为四个小的凸四边形.

请你证明 $AE \perp CG$ 且 $AE = CG$.

四、(满分 10 分)

在 20×30 的长方形方格棋盘中共有 600 个 1×1 的小方格,每一个小方格里都填上一个数,使得任意能被  型盖住的四个小方格中所填的四个数之和都等于 2000. 问:填入这个长方形的有数的和是多少? 说明理由.



2. 如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 a , 剪去一个以 D 为顶点的等腰直角三角形和一个以 C 为顶点的等腰直角三角形, 剩余部分的面积是 36 平方厘米. 那么 a 的值为 10 . 则 $\triangle DPO$ 的面积是 10 平方厘米. 于是一张正方形纸板上剪去两个等腰直角三角形, 其余部分的面积是 36 平方厘米. 于是一张正方形纸板上剪去两个等腰直角三角形, 其余部分的面积是 36 平方厘米.

2001年北京市中学生数学竞赛

初中二年级初赛试题

(2001年4月1日8:30~10:30)

亲爱的中学生朋友:

欢迎你参加本次竞赛活动!

中国的未来需要众多的人才, 人才的培养需要从青少年时代奠基. 打好数学基础有助于从事各行业的发展. 北京数学会组织中学生数学竞赛等数学科普活动旨在自愿的前提下丰富数学爱好者的课余生活, 激发学习兴趣, 普及科学精神, 提高能力水平.“解答数学题, 最重要的是培养一个人的钻研精神”, 祝你插上数学的翅膀, 在科学探索的空间展翅翱翔.

一、选择题(满分36分, 每小题只有一个正确答案, 请将正确答案的英文字母代号添入指定的地方, 答对得6分, 答错或不答均记0分)

1. 已知 α 是等边三角形的一个内角, β 是顶角为 30° 的等腰三角形的一个底角, γ 是等腰直角三角形的一个底角. 则

- A. $\alpha < \beta < \gamma$ B. $\gamma < \alpha < \beta$ C. $\beta < \alpha < \gamma$ D. $\alpha < \gamma > \beta$
2. $(-2)^4$ 的平方根是

- A. -4 B. ± 4 C. 2 D. ± 2

3. 下面有四个命题:

- ①两个三角形有两边及一角对应相等, 则这两个三角形全等;
 ②两个三角形有两角及一边对应相等, 则这两个三角形全等;
 ③两个三角形的三条边分别对应相等, 则这两个三角形全等;
 ④两个三角形的三个角分别对应相等, 则这两个三角形全等.

其中真命题是

- A. ②、③ B. ①、③ C. ③、④ D. ②、④
4. 若 p 是两位的正整数. 则
- A. $x^2 + px + 2001 = (x - 29)(x - 69)$ B. $x^2 + px + 2001 = (x - 23)(x - 87)$
 C. $x^2 + px + 2001 = (x + 23)(x + 87)$ D. $x^2 + px + 2001 = (x + 29)(x + 69)$

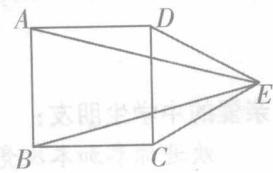
5. 下面列举的平行四边形的判定条件中, 不正确的一个是
 A. 两组对边分别相等 B. 两组对角分别相等
 C. 一组对边平行, 一组对角相等 D. 一组对边平行, 另一组对边相等
6. 在 1500 年以前, 我国古代伟大数学家祖冲之计算出圆周率 π 的七位小数值是
 3. 1415926 < π < 3. 1415927. 并取 $\frac{355}{113}$ 为密率、 $\frac{22}{7}$ 为约率.

则 π 、 $\frac{355}{113}$ 、 $\frac{22}{7}$ 之间的正确关系是

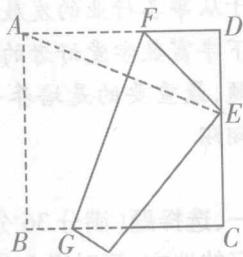
- A. $\frac{22}{7} < \frac{355}{113} < \pi$ B. $\frac{355}{113} < \pi < \frac{22}{7}$ C. $\pi < \frac{355}{113} < \frac{22}{7}$ D. $\frac{22}{7} < \pi < \frac{355}{113}$

二、填空题(满分 64 分, 每小题 8 分, 请将答案填在指定的地方)

1. p 是负整数, 且 $2001 + p$ 是一个完全平方数. 求 p 的最大值.
 2. 如右图, $ABCD$ 是正方形, CDE 是正三角形. 确定 $\angle AEB$ 的度数.



3. 若 a 、 b 都是正整数, 且 $143a + 500b = 2001$. 求 $a + b$ 的值.
 4. 若有理数 x, y, z 满足 $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z-2} = \frac{1}{2}(x+y+z)$. 确定 $(x-yz)^3$ 的值.
 5. 如右图, 将边长为 12 厘米的正方形 $ABCD$ 折叠, 使得 A 点落在边 CD 上的 E 点, 然后压平得折痕 FG . 若 FG 的长为 13 厘米. 求线段 CE 的长.



6. 化简:

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{7-2\sqrt{12}} + \sqrt{9-2\sqrt{20}} + \sqrt{11-2\sqrt{30}} + \sqrt{13-2\sqrt{42}} + \sqrt{15-2\sqrt{56}} + \sqrt{17-2\sqrt{72}} = ?$$

 7. 将 1~2001 这二千零一个自然数依次写成一行, 组成一个新的自然数. 求这新的自然数除以 9 所得的余数.

8. 已知实数 x, y 满足方程组 $\begin{cases} x+xy+y=2+3\sqrt{2} \\ x^2+y^2=6 \end{cases}$, 求 $|x+y+1|$.

初中二年级复赛试题

(2001 年 4 月 15 日 8:30 ~ 10:30)

一、填空题(满分 40 分, 每小题 8 分)

1. 已知有理数 x 满足方程 $\frac{1}{2001 - \frac{x}{x-1}} = \frac{1}{2001}$, 则 $\frac{x^3 - 2001}{x^4 + 29} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 如图,正方形 $ABCD$ 的面积是64平方厘米,正方形 $CEFG$ 的面积是36平方厘米. DF 与 BG 相交于 O .则 $\triangle DBO$ 的面积等于_____平方厘米.

3. 已知 $a^2 + b^2 = 6ab$ 且 $a > b > 0$. 则 $\frac{a+b}{a-b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 化简下面的表达式

$\left(6 + \frac{a - \sqrt[3]{131 + a^3} - \sqrt{17160}}{|a - \sqrt[3]{131 + a^3} - \sqrt{17160}|}\right)^4$ 所得的结果等于_____.

5. 在边长为1厘米的正 $\triangle ABC$ 中, P_0 为 BC 边上一点.作 $P_0P_1 \perp CA$ 于点 P_1 ,作 $P_1P_2 \perp AB$ 于点 P_2 ,作 $P_2P_3 \perp BC$ 于点 P_3 .如果点 P_3 恰与点 P_0 重合,则 $\triangle P_1P_2P_3$ 的面积是_____平方厘米.

二、(满分15分)

证明恒等式: $a^4 + b^4 + (a+b)^4 = 2(a^2 + ab + b^2)^2$.

三、(满分15分)

在六张纸片的正面分别写上整数1,2,3,4,5,6.打乱次序后,将纸片翻过来,在它们的反面也随意分别写上1~6这六个整数.然后计算每张纸片正面与反面所写数字之差的绝对值,得出六个数.请你证明:所得的六个数中至少有两个是相同的.

四、(满分15分)

如图,在等腰中 $\triangle ABC$ 中,延长边 AB 到点 D ,延长边 CA 到点 E ,联结 DE ,恰有 $AD = BC = CE = DE$.求证: $\angle BAC = 100^\circ$.

五、(满分15分)

1与0交替,组成下面形式的一串数

101,10101,1010101,101010101,...

请你回答,在这串数中有多少个是质数?并请证明你的论断.

