

水工结构工程与岩土工程的 现代计算方法及程序

编审者：姜弘道 赵光恒 向大润 商学政 林益才

河 海 大 学 出 版 社

前 言

电子计算机的发展和应用，是当代社会进入信息时代的一个重要标志。河海大学紧跟时代步伐，在教学、科研工作中不仅为我国水利、水电、水运建设事业培养了大批既有坚实工程专业知识又掌握计算机应用技术的人才，而且还结合生产，研究适合于计算机的现代工程计算方法，研制开发了一系列计算机应用程序，并在生产实践中得到广泛应用，为我国社会主义现代化建设跨入信息时代作出了贡献。

早在 70 年代初，河海大学作为国内最早系统介绍与应用有限单元法的单位之一，就把有限单元法引入教学、科研和水利、水电、水运工程的生产实践中。1974 年，由河海大学徐芝纶教授编著、水利出版社出版的《弹性力学问题的有限单元法》一书，在国内最早系统地介绍了有限单元法，为在全国特别是在水利水电工程领域全面推广有限单元法及其计算机应用作出了开创性的贡献。该书在当时曾一再重印并再版，至今仍是我国自己编著的有限单元法的经典著作之一。以该书及相关的计算机应用程序为主要教材，河海大学曾举办了 24 期进修班，为全国水利、水电、水运系统培训了千余名计算机应用人才。同时，在教学、科研和生产实践中，一大批教师、科研人员逐步成为既掌握现代工程计算方法，又精于计算机应用程序研制、开发的专家。

80 年代以来，大规模的社会主义现代化建设给现代工程计算方法的研究及相应的计算机应用程序开发提出了更广泛、更高的要求，从而有力地促进了河海大学计算机教学水平的进一步提高以及计算机应用研究规模的更大发展。许多在 70 年代研究开发应用的工程计算方法和程序日趋完善、成熟，并具备了先进的前后处理功能，在生产、科研中发挥着愈来愈大的作用；一些新的工程计算方法和程序，随着一些新学科研究方向的开拓及其学术水平的迅速提高，也脱颖而出，并经过实践的考验，受到了广泛的重视与欢迎。这些程序大都

具备理论严密、方法先进、程序质量及可靠性高、便于使用及维护等优点，不少程序经鉴定达到国际先进或国内领先水平。

为了更广泛地推广应用河海大学多年来研究开发成功的工程计算方法和程序，从而更好地为国民经济服务，我们从河海大学有关学科领域内已有的数百个应用程序中，精选了一部分功能强、水平高、适用性广、通用性好、经多次生产实践考验证明成熟可靠的工程计算程序，约请研制、开发人员撰写论文予以介绍，并汇编成册，公开出版。鉴于所选程序数量较多，又涉及多个学科领域，这些论文将按学科和用途相近的原则分几册陆续出版，本书是其中第一册，内容涉及水工结构工程与岩土工程两个学科。以后各册的内容将涉及水力学与河流动力学、水资源水文学、海岸工程、港口与航道工程等学科。

本书共介绍了 24 个计算程序，内容包括水工结构工程与岩土工程中的有限元法与边界元法，静力问题与动力问题，线性分析与非线性分析，正分析与反分析，断裂分析，可靠度分析与结构优化设计等。本书着重介绍程序中的计算原理、方法以及应用实例，对程序本身则只给出其功能、特点以及流程图。

本书可供高等学校工科高年级学生、研究生以及工程技术人员学习参考。读者若需应用本书所介绍的程序，可直接与作者联系。

由于编写这样一本介绍现代工程计算方法和程序的书，对我们来说完全是一种新尝试，加之编者水平有限，所以书中难免会有不足之处，甚至会有错误发生，敬请读者批评指正。

编 者

1992 年 10 月

目 录

前 言

第一部分 水工结构工程

挡水结构分析程序系统·····	傅作新	陈和群	钱向东	彭宣茂	(14)
复杂空间结构非线性分析的分区混合元程序包·····	卓家寿	张溪常	陈振雷		(15)
三维水工薄壁结构分析程序·····	傅作新	张燎军			(38)
具有不确定接触界面结构应力分析的变分不等式程序 ·····	卓家寿	陈振雷	欧阳晓宁		(49)
大体积混凝土结构施工期、运行期温度场和徐变应力场三维有限元程序 ·····	傅作新	陈和群	梅明荣	陈里红	彭宣茂 (60)
边界单元法结构分析程序包·····	陈国荣	姜弘道			(77)
结构有限元静力分析软件包·····	李同春	夏颂佑			(91)
结构静、动力非线性分析软件包 ·····	李同春	夏颂佑			(106)
随机变量统计分析和结构可靠度计算程序包 ·····	吴世伟	叶 军	吕泰仁		(117)
随机有限元法求结构的点可靠度、失效模式和体系可靠度程序 ·····	吴世伟	李同春	李 宏	吕泰仁	武清玺 (128)
混凝土重力坝系列断面优化设计程序 ·····	王德信	章 青	张旭明		(142)
高拱坝应力分析与形状优化设计程序系统 ·····	杨仲侯	杨海霞	任青文		(160)
高拱坝体型优化设计程序 ·····	王德信	许庆春	苏 超		(174)
平面结构断裂有限元计算程序 ·····	符晓陵	徐道远			(192)
空间结构断裂有限元计算程序 ·····	符晓陵	徐道远			(210)
水电工程原位监测资料正反分析软件包 ···	顾冲时	张雪平	王绍泉	吴中如	(226)
拱坝正、反分析计算程序 ·····	胡维俊	陈明关	吉占亮		(255)

第二部分 岩 土 工 程

土坝非线性有限元计算程序	殷宗泽	(266)
土石坝三维非线性有限元静力动力分析程序	顾淦臣 朱 晟	(276)
土石坝抗震与液化分析程序	卢盛松 吴旭光	(290)
土体非线性及弹塑性比奥固结平面有限元程序	殷宗泽	(305)
岩土工程非线性弹塑性三维有限元静力计算程序	邵松桂 卢廷浩 刘斯宏 朱俊高 向大润	(317)
深覆盖层地基土石坝的静、动力非线性分析程序 ...	周 澄 陈继禹 陈慧远	(331)
条分法土坡稳定分析计算程序	殷宗泽 郭志平 徐鸿江 朱泽民 王锡忠 闫中华	(343)

挡水结构分析程序系统(RWSAP)

A Program for Retaining Water Structure Analysis

傅作新 陈和群 钱向东 彭宣茂

(河海大学工程力学研究所)

一、概 述

RWSAP 程序系统的研制工作开始于 70 年代后期。当时正当唐山地震后不久,我国一些高坝急需补充进行抗震校核和抗震鉴定工作。我们结合刘家峡水电站整体重力坝抗震研究任务,于 1978 年初步研制成功三维挡水结构(坝)分析程序。1984 年后,在原水利电力部科技司支持下,结合多项重大水利工程的委托研究任务,对该程序系统的功能、通用性和计算效率等作了进一步的改善和提高,完善了与分析软件配套的前后处理功能,使之成为实用性较强的程序系统,并能在大、中型通用计算机和 386 或 486 型微机上运行。

该程序系统有“静力分析”、“动水压力的附加质量矩阵”、“自振特性”、“振型叠加法”、“反应谱法”和“前后处理”等六个部分组成。计算时可以根据有关信息选用其中任意几部分,并以磁盘文件为纽带,达到各部分之间连续运行的目的。

本程序的主要功能包括结构分析软件功能、前后处理和绘图软件功能。

(一) 结构分析软件功能

(1) 静力分析。采用不同荷载组合的多种工况一次分块求解的计算技术。原始数据的输入可用人工方法或与有限元网格自动剖分程序连接。

(2) 动力分析。可计算结构在有水或无水情况下的自振特性和动力响应。在求解结构动力响应时,可选用振型叠加法或反应谱法,并可计入各个方向组合的地震作用。

(3) 程序解题能力。程序中采用一维大数组形式,动态分配内存存贮单元,达到合理使用内存资源以提高计算效率。静力、动力分析都采用分块求解技术,若具备足够的外存,程序的解题规模不受限制。

(4) 采用 8 结点六面体等参数单元和 6 结点五面体等参数单元,可较好地模拟各种复杂的几何边界。

(5) 分析程序具有与前后处理子系统配套的接口。其中包括有限元网格自动形成、结点编码优化和结构位移、振型及应力等值线绘制等功能。

(二) 前后处理和绘图软件功能

(1) 在微机上显示(或输出)人工输入的有限元网格的母单元信息,可检查信息是否

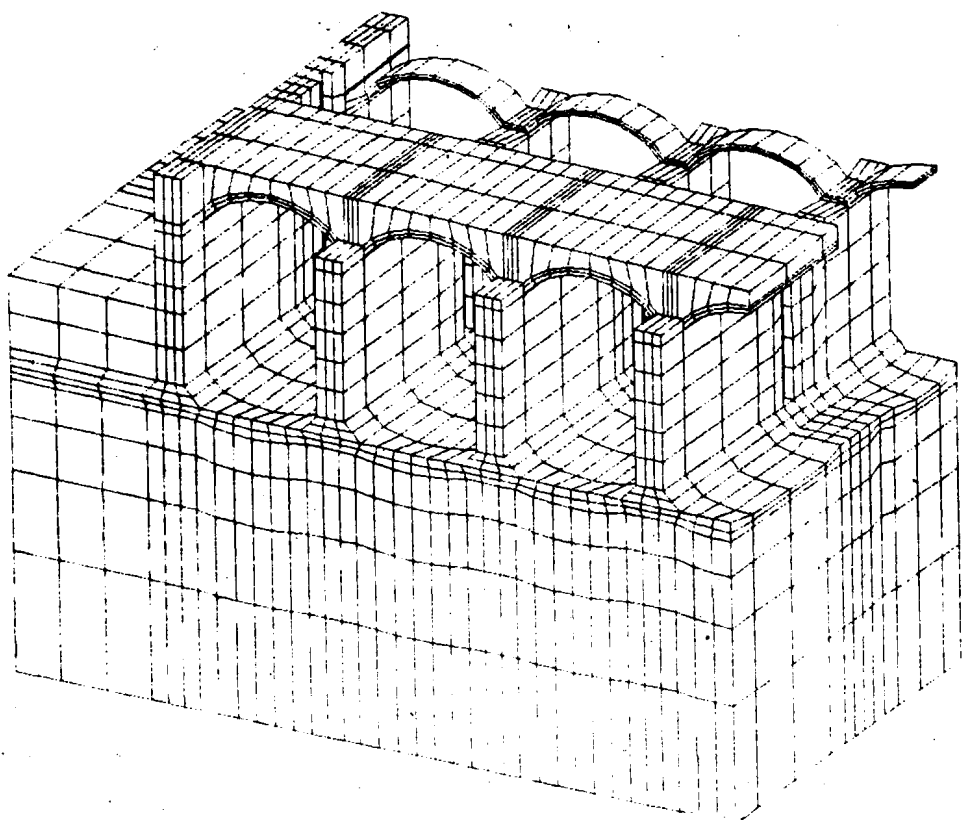


图 1 水闸有限元网格图

正确。

(2) 对于复杂结构只需填写少量信息就能形成多种组合单元的有限元网格图(见图 1)。

(3) 对于建在“U”型或“V”型河谷中各类拱坝,只要提供设计时选定的各个高程拱圈的几何特性参数和拱、梁方向的剖分数等,程序就能自动生成包括基础在内的有限元网格信息和结点坐标等,并可显示图形。

(4) 对于各种复杂结构的有限元网格图,可运用缩放平移和旋转等技术,通过自行研制的高效消隐技术迅速地显示或输出任意角度的空间透视图。

(5) 采用有限元网格自动生成技术后,得到的整体劲度矩阵的带宽一般较大。事先可通过结点编码优化程序,形成优化前后结点对照表记入文件,供分析程序中读入,而结构分析成果的结点位移及应力仍返回到原结点编码。

(6) 绘出结构位移和应力场的曲线或等值线分布图以及各阶振型图等。后处理程序还具备绘制三维结构任意剖面的应力等值线图。

自 1978 年以来,用 RWSAP 程序系统已完成了响洪甸重力拱坝、东江双曲拱坝、湖南镇梯形坝、二滩双曲拱坝、三峡溢流孔口坝段、大济溪拱坝和京杭运河复线船闸等多座大型水利工程的静力和抗震分析。这些工作都获得了委托单位的好评。

二、原理和计算方法

(一) 静力分析

在静力分析中可计入结构自重、上下游水压力、泥沙压力、基面扬压力、变温等效荷载及集中荷载等，对各种分布荷载都能自动形成等效结点荷载。对多种荷载组合的不同工况采用一次求解技术。

1. 单元选择

采用三维 8 结点六面体单元 (见图 2 (a)) 和 6 结点五面体单元 (见图 2 (b))。

8 结点六面体单元的形函数为

$$N_i = \frac{1}{8}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(1 + \zeta_i \zeta) \quad (i = 1, 2, \dots, 8) \quad (1)$$

其中 ξ_i, η_i, ζ_i 为 8 个结点的局部坐标。

6 结点五面体单元的形函数为

$$N_1 = \frac{1}{2}(1 + \zeta)(1 + \xi - \eta); \quad N_2 = \frac{1}{2}(1 + \zeta)\xi;$$

$$N_3 = \frac{1}{2}(1 + \zeta)\eta; \quad N_4 = \frac{1}{2}(1 - \zeta)(1 - \xi - \eta);$$

$$N_5 = \frac{1}{2}(1 - \zeta)\xi; \quad N_6 = \frac{1}{2}(1 - \zeta)\eta$$

由于引用了五面体填充单元，故而能够较好地拟合各种复杂的几何形状。

2. 支配方程的求解

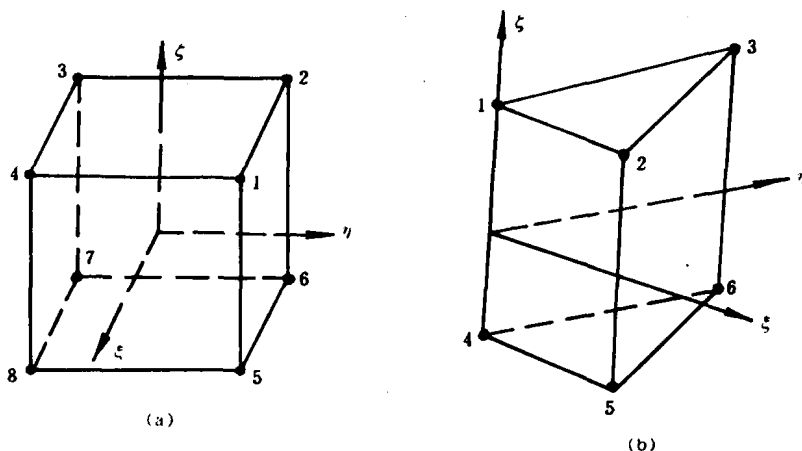


图 2

(a) 8 结点六面体单元；

(b) 6 结点五面体单元

静力问题有限元法的支配方程为

$$[K]\{\delta\} = \{R\} \quad (2)$$

式中 $[K]$ ——整体劲度矩阵;

$\{\delta\}$ ——结点位移向量;

$\{R\}$ ——结点荷载向量。

程序中采用克劳特 (Crout) 直接解法, 分块求解线性代数方程组 (2), 即

$$[K] = [L][U] \quad (3)$$

其中 $[L]$ 是下三角矩阵, $[U]$ 是主元素为 1 的上三角矩阵。

将式 (3) 代入式 (2), 并令

$$[U]\{\delta\} = \{G\} \quad (4)$$

则可得

$$[L]\{G\} = \{R\} \quad (5)$$

由式 (5) 前代求得 $\{G\}$, 再由式 (4) 回代求得结点位移 $\{\delta\}$ 。本程序可同时求解多种工况, 而只需对 $[K]$ 作一次分解, 这样就节省了大量的计算时间。

(二) 动力平衡方程

采用有限元法分析结构-基础-库水体系的地震响应时, 动力平衡方程为

$$[K]\{\delta\} + [C]\{\dot{\delta}\} + ([M_b] + [M_p])\{\ddot{\delta}\} = -([M_b] + [M_p])\{\ddot{\delta}_g(t)\} \quad (6)$$

其中 $\{\delta\}$, $\{\dot{\delta}\}$, $\{\ddot{\delta}\}$ 分别为结点相对位移、速度和加速度列阵; $[K]$, $[C]$ 分别为系统的劲度矩阵和阻尼矩阵; $[M_b]$ 是结构的质量矩阵; $[M_p]$ 为计入库水与结构相互作用的水体附加质量矩阵; 基础假定为无质量的, $\{\ddot{\delta}_g\}$ 为地面加速度列阵。

结构质量矩阵 $[M_b]$, 在程序中采用集中质量法, 即单元质量矩阵为对角线矩阵, 其主元素所组成的列阵 $\{\bar{m}_b\}$ 为

$$\{\bar{m}_b\} = \int_V [N]^T \begin{Bmatrix} \rho_x \\ \rho_y \\ \rho_z \end{Bmatrix} dV$$

其中 ρ_x , ρ_y , ρ_z 分别为单元体 x , y , z 方向的质量密度, 一般 $\rho_x = \rho_y = \rho_z$ 。 $[N]$ 为形函数矩阵, 即

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \cdots & N_i & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \cdots & 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \cdots & 0 & 0 & N_i \end{bmatrix}$$

由单元质量矩阵集合而成的整体质量矩阵也是对角线矩阵。

(三) 结构自振特性

结构自振特性 (频率与振型) 是结构动力分析的重要内容。在实际工程应用中, 阻尼对结构自振频率和振型的影响很小, 可忽略阻尼力, 由动力平衡方程 (6) 得到无阻尼的自由振动方程

$$([K] - \omega^2[M])\{\delta_0\} = 0 \quad (7)$$

其中 $[M] = [M_b] + [M_p]$ 。

在本程序中采用两种方法求解结构自振特性。它们分别是直接滤频法和子空间迭代法。

1. 直接滤频法

在水工结构的抗震计算中,通常只须求少数几个最低频率,以反幂法为基础的直接滤频法是一个简便而有效的方法,这个方法的另一个特点是对质量矩阵无要求,而别的算法要求质量矩阵 $[M]$ 是正定的。

直接滤频法中求第 $r+1$ 个特征值的滤频方程为

$$\lambda\{\delta_0\}_{r+1} = ([K]^{-1}[M] - \sum_{i=1}^r \frac{\lambda_i \{\delta_0\}_i \{\delta_0\}_i^T [M]}{\{\delta_0\}_i^T [M] \{\delta_0\}_i}) \{\delta_0\}_{r+1} \quad (8)$$

具体计算步骤归纳如下

(1) 求前 r 个振型的有关常数。

$$a_i = \frac{\lambda_i}{\{\delta_0\}_i^T [M] \{\delta_0\}_i} \quad (9)$$

(2) 在第 k 次迭代时,由式 (10) 计算各振型的滤频系数。

$$\beta_i^{(k-1)} = a_i \{\delta_0\}_i^T [M] \{\delta_0\}_{r+1}^{(k-1)} \quad (10)$$

(3) 按式 (11) 求解特征向量的第 k 次近似值,并归一化。

$$\lambda_1 \{\delta_0\}_{r+1}^{(k)} = [K]^{-1} [M] \{\delta_0\}_{r+1}^{(k-1)} - \sum_{i=1}^r \beta_i^{(k-1)} \{\delta_0\}_i \quad (11)$$

(4) 用 Rayleigh 商求特征值的近似值 $\lambda_{r+1}^{(k)}$ 。

$$\lambda_{r+1}^{(k)} = \frac{(\{\delta_0\}_{r+1}^{(k)})^T [M] \{\delta_0\}_{r+1}^{(k)}}{(\{\delta_0\}_{r+1}^{(k)})^T [K] \{\delta_0\}_{r+1}^{(k)}} \quad (12)$$

(5) 检查 $\lambda_{r+1}^{(k)}$ 是否满足精度,

$$\frac{|\lambda_{r+1}^{(k)} - \lambda_{r+1}^{(k-1)}|}{\lambda_{r+1}^{(k)}} \leq \varepsilon \quad (13)$$

若不满足,则重复式 (10) 至式 (13),否则停止迭代,再求下一个特征值。

2. 子空间迭代法

用子空间迭代法求解特征方程 (7) 的基本思想是选取 P 个正交向量构成初始子空间 $[Y_1]$,同时进行逆迭代。为了保证平行迭代逐渐收敛于子空间正确解,需要在每次迭代后采用葛兰姆-斯密特正交化处理。对 $[K]$ 进行三角分解后,迭代的计算步骤如下:

$$[K][\bar{X}_{k+1}]_{q \times q} = [Y_k]_{q \times q} \quad (14)$$

$$[\bar{K}_{k+1}]_{q \times q} = [\bar{X}_{k+1}]^T [Y_k]_{q \times q} \quad (15)$$

$$[\bar{Y}_{k+1}] = [M][\bar{X}_{k+1}] \quad (16)$$

$$[\tilde{M}_{k+1}]_{q \times q} = [\bar{X}_{k+1}]^T [\bar{Y}_{k+1}] \quad (17)$$

$$[\tilde{K}_{k+1}][Q_{k+1}] = [\tilde{M}_{k+1}][Q_{k+1}][A_{k+1}] \quad (18)$$

$$[Y_{k+1}] = [\bar{Y}_{k+1}][Q_{k+1}] \quad (19)$$

$$\text{当 } \frac{|\lambda_i^{(k+1)} - \lambda_i^{(k)}|}{\lambda_i^{(k+1)}} < \varepsilon \quad (i = 1, 2, \dots, p)$$

其中式 (15) 至式 (17) 将 $[K]$ 及 $[M]$ 矩阵投影至子空间,而式 (18) 采用广义 Jacobi 方法求解 q 阶子空间的特征值问题, $[Q_{k+1}]$ 和 $[A_{k+1}]$ 为第 k 次迭代的特征向量和特征值矩阵。如果初始子空间 $[Y_1]$ 不与任一所求的特征向量正交,那么迭代过程收敛。

为了提高平行迭代的收敛速度,子空间的维数 q 要大于需求频率个数 p ; 根据经验可取

$$q = \min \{2p, P+8\}.$$

广义 Jacobi 方法类似于 Jacobi 方法, 采用一系列简单的广义旋转矩阵 $[P_s]$ 使矩阵 $[\tilde{K}]$ 和 $[\tilde{M}]$ 同时转化为对角矩阵, 即选择旋转矩阵 $[P]$ 同时对 $[\tilde{K}]$ 与 $[\tilde{M}]$ 作变换:

$$\begin{aligned} [\tilde{K}_{s+1}] &= [P]^T [\tilde{K}_s] [P] \quad (S = 1, 2, \dots) \\ [\tilde{M}_{s+1}] &= [P]^T [\tilde{M}_s] [P] \quad (S = 1, 2, \dots) \end{aligned}$$

其中

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

式中 α, γ 的选择, 使 $[\tilde{K}_s], [\tilde{M}_s]$ 中的 (i, j) 元素 K_{ij}, M_{ij} 同时转化为零。

在用振型叠加法或反应谱法求解结构地震响应时, 需要已知各阶振型的振型参与系数, 即

$$\eta_{m,x} = \frac{\{\delta_0\}_m^T [M] \{I_x\}}{\{\delta_0\}_m^T [M] \{\delta_0\}_m} \quad (20)$$

$$\eta_{m,y} = \frac{\{\delta_0\}_m^T [M] \{I_y\}}{\{\delta_0\}_m^T [M] \{\delta_0\}_m} \quad (21)$$

$$\eta_{m,z} = \frac{\{\delta_0\}_m^T [M] \{I_z\}}{\{\delta_0\}_m^T [M] \{\delta_0\}_m} \quad (22)$$

其中 $\{I_x\}, \{I_y\}, \{I_z\}$ 分别表示 x, y, z 方向的单位列阵。这可在“自振特性”程序中给出。

(四) 动水压力的附加质量矩阵

在进行挡水建筑物的抗震分析时, 必须考虑水体的影响。忽略水体可压缩性时, 以动水压力 P 表示的水体运动方程为

$$\nabla^2 P = 0 \quad (23)$$

式中 ∇^2 为拉普拉斯算子。边界条件是

$$\text{结构迎水面:} \quad \frac{\partial P}{\partial n} + \rho a_n = 0$$

$$\text{库底:} \quad \frac{\partial P}{\partial n} = 0$$

$$\text{水表面及上游界面:} \quad P = 0$$

其中 ρ, a_n 分别表示水体密度和界面法向加速度。

经有限元离散后的水体运动方程

$$[H]\{P\} = \{F\} \quad (24)$$

其中 $[H], \{F\}$ 分别为水体的系数矩阵和自由项列阵。其元素为

$$\begin{aligned} H_{ij} &= \sum_i h_{ij}, \quad F_i = \sum_i f_i \\ h_{ij} &= \int_v \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) dV \\ f_i &= \int_{s^*} N_i \frac{\partial \rho}{\partial n} dS \end{aligned} \quad (25)$$

这里的 N_i 为动水压力的分布函数; V , S^* 分别表示体单元的体积和液体与结构接触单元的交界面。

由方程 (24) 可求得只包含液体与结构交界面上的动水压力,

$$\{P_s\} = [E]\{\delta_s\} \quad (26)$$

其中 $[E]$ 为影响矩阵。

为了求得动水压力的等效结点荷载, 还须在式 (26) 前乘以将接触面上的动水压力化为该面上结点力的转换矩阵 $[A]$, 即

$$\{R_s\} = [M_s]\{\delta_s\} \quad (27)$$

其中 $[M_s] = [A][E]$ 。若考虑动水压力的影响, 体系的总质量矩阵 $[M] = [M_D] + [M_r]$ 。

(五) 用振型叠加法求体系的动力响应

结构的任何复杂振动可表示为以振型为基底的振动线性组合, 即

$$\delta(t) = \sum_j Y_j(t) \{\delta_0\}_j \quad (28)$$

式中 $\{\delta_0\}_j$, $Y_j(t)$ 分别为体系的第 j 阶固有振型和其相应的广义坐标。

将式 (28) 代入式 (6), 根据振型正交特性并假定体系阻尼矩阵 $[C]$ 也满足振型正交条件, 则相对位移的振型广义坐标满足下列方程:

$$\ddot{Y}_j(t) + 2\lambda_j\omega_j\dot{Y}_j(t) + \omega_j^2 Y_j(t) = -\eta_{j,x}\ddot{u}_g(t) - \eta_{j,y}\ddot{v}_g(t) - \eta_{j,z}\ddot{w}_g(t) \quad (29)$$

式中 λ_j , ω_j ——分别表示第 j 阶振型的阻尼比和频率;

$\eta_{j,x}$, $\eta_{j,y}$, $\eta_{j,z}$ ——表示第 j 阶振型的 x , y , z 方向的振型参与系数;

$\ddot{u}_g$, $\ddot{v}_g$, $\ddot{w}_g$ ——分别为 x , y , z 方向的地震加速度。

计算实践表明, 求解式 (29) 用威尔逊- θ 法有良好的稳定性和收敛性。该法假设在 t 到 $t+\theta\Delta t$ 时段中加速度呈线性变化, 其中 θ 一般取 1.4。

对方程 (29) 的求解只需考虑如下典型方程的解。

$$\ddot{X} + 2\lambda\omega\dot{X} + \omega^2 X = -\ddot{u}_g \quad (30)$$

根据假设, 在 $t \leq \tau \leq t+\theta\Delta t$ 有

$$\ddot{X}_{t+\tau} = \ddot{X}_t + \tau(\Delta\ddot{X}_t) \quad (31)$$

对式 (31) 进行积分可求得

$$\dot{X}_{t+\tau} = \dot{X}_t + \frac{\tau}{2}(\ddot{X}_{t+\tau} + \ddot{X}_t) \quad (a)$$

$$X_{t+\tau} = \dot{X}_t\tau + \frac{\tau^2}{6}(2\ddot{X}_t + \ddot{X}_{t+\tau}) \quad (b)$$

从 (a), (b) 式可求得 $\ddot{X}_{t+\tau}$ 与 $\dot{X}_{t+\tau}$, 再将其代入式 (30), 得

$$X_{t+\tau} = [A_2\ddot{X}_t + A_3\dot{X}_t + A_4X_t - \ddot{u}_g(t+\tau)]/A_1 \quad (c)$$

式中

$$A_1 = \frac{6}{\tau} + \omega^2 + 6\frac{\lambda\omega}{\tau}; \quad A_2 = 2 + \lambda\omega\tau;$$

$$A_3 = \frac{6}{\tau} + 4\lambda\omega; \quad A_4 = \frac{6}{\tau^2} + 6\frac{\lambda\omega}{\tau}$$

假设地震加速度 $\ddot{u}_g(t)$ 在 t 到 $t+\theta\Delta t$ 时段内也是线性变化的, 由线性插值公式有

$$\ddot{u}_g(t + 0\Delta t) = 0\ddot{u}_g(t + \Delta t) - (0 - 1)\ddot{u}_g(t) \quad (d)$$

取 (c) 式中 $\tau = 0\Delta t$, 并将 (d) 式代入 (c) 式, 便得到 $t + 0\Delta t$ 时刻的 X 值为

$$X_{t+0\Delta t} = [A_2\ddot{X}_t + A_3\dot{X}_t + A_4X_t - 0\ddot{u}_g(t + \Delta t) + (0 - 1)\ddot{u}_g(t)]/A_1 \quad (32)$$

由线性加速度的假设, 可得

$$\ddot{X}_{t+\Delta t} = (1 - \frac{1}{\theta})\ddot{X}_t + \frac{1}{\theta}\ddot{X}_{t+0\Delta t} \quad (e)$$

若在 (b) 式中取 $\tau = 0\Delta t$ 后代入 (e) 式, 得

$$\ddot{X}_{t+\Delta t} = A_5\ddot{X}_t - A_6\dot{X}_t + A_7(X_{t+0\Delta t} - X_t) \quad (33)$$

式中

$$A_5 = 1 - \frac{3}{\theta}, A_6 = \frac{6}{\theta\tau}, A_7 = \frac{6}{\theta\tau^2}.$$

在式 (a), (b) 中, 令 $\tau = \Delta t$, 得

$$\dot{X}_{t+\Delta t} = \dot{X}_t + (\ddot{X}_{t+\Delta t} + \ddot{X}_t) \frac{\Delta t}{2} \quad (34)$$

$$X_{t+\Delta t} = X_t + \dot{X}_{t+\Delta t} \frac{\Delta t}{2} + \frac{\Delta t^2}{6}(2\ddot{X}_t + \ddot{X}_{t+\Delta t}) \quad (35)$$

由以上各式可见, 当 t 时刻的位移 X_t , 速度 $\dot{X}_t$ 和加速度 $\ddot{X}_t$ 已求得, 按式 (32) 可求得 $t + 0\Delta t$ 时刻的位移 $X_{t+0\Delta t}$, 再由式 (33), 式 (34), 式 (35) 分别求得 $t + \Delta t$ 时刻的加速度、速度和位移。根据叠加原理可给出各阶振型在三个方向的响应和总的地震响应。由振型应力也可以求得结构受地震时, 各阶振型的动应力和结构响应的应力最大值。由于各个振型的最大响应值一般出现在不同时刻, 因而存在如何进行组合的问题。在 RWSAP 程序中采用目前常用的两种组合方法。一种是均方根法 (SRSS), 即

$$S_i = \sqrt{\sum_j (S_{ij})^2}, \quad (k = x, y, z) \quad (36)$$

式中 S 为体系的响应, 可以是位移或应力的最大值。

另一种是二次组合法 (CQC)

$$S_i = \sqrt{\sum_j \sum_k (S_{ij})_i \rho_{jk} (S_{kj})_k}, \quad (k = x, y, z) \quad (37)$$

式中振型相关系数 ρ_{ij} 由式 (38) 计算:

$$\rho_{ij} = \frac{8 \sqrt{\lambda_i \lambda_j} (\lambda_i + r \lambda_j) r^{3/2}}{(1 - r^2)^2 + 4 \lambda_i \lambda_j r (1 + r^2) + 4 (\lambda_i^2 + \lambda_j^2) r^2} \quad (38)$$

这里 $r = \omega_j / \omega_i$ 。

(六) 反应谱法

反应谱法是在振型叠加法的基础上推导出的一种近似方法, 它可以直接利用标准的设计反应谱, 避免了选择地震加速度记录的困难。根据反应谱理论, 结构各阶振型的最大地震响应与具有相同振型周期的单自由度体系的最大响应成正比, 即

$$\{\ddot{\delta}_{\max}\}_i = \eta_i A_{\max} \{\ddot{\delta}_0\}_i$$

$$\{\dot{\delta}_{\max}\}_i = \eta_i V_{\max} \{\dot{\delta}_0\}_i$$

$$\{\delta_{\max}\}_i = \eta_i U_{\max} \{\delta_0\}_i$$

其中 $\{\ddot{\delta}_{\max}\}_i$, $\{\dot{\delta}_{\max}\}_i$, $\{\delta_{\max}\}_i$ 是体系第 i 阶振型的最大绝对加速度, 最大相对速度和最大相

对位移； $A_{\max}$ ， $V_{\max}$ 和 $U_{\max}$ 是周期相同的单自由度弹性体系对同一地震波的响应； $\{\delta_0\}_i$ ， η_i 是第 i 阶振型的振型向量和对应的振型参与系数。

本程序采用《水工建筑物抗震设计规范》(SDJ10-78)规定的标准加速度反应谱。当振型阻尼比 $\lambda \neq 0.05$ 时，可按式(39)换算

$$\beta' = \beta / \sqrt{\frac{\lambda'}{0.05}} \quad (39)$$

这里 λ' ， β' 是实际的振型阻尼和加速度放大系数。由此，可得到结构第 i 阶振型的最大反应如下：

绝对加速度：

$$\{\ddot{\delta}_{\max}\}_i = \eta_i \beta_i k g \{\delta_0\}_i \quad (40)$$

振型荷载：

$$\{F_{\max}\}_i = \eta_i \beta_i k g [M] \{\delta_0\}_i \quad (41)$$

最大相对位移：

$$\{U_{\max}\}_i = \eta_i \beta_i k \{\delta_0\}_i / \omega_i^2 \quad (42)$$

最大应力：

$$\{\sigma_{\max}\}_i = \eta_i \beta_i k \{\sigma_0\}_i / \omega_i^2 \quad (43)$$

式(40)～(43)中， k 为地震系数； g 是重力加速度； $\{\sigma_0\}_i$ 为第 i 阶振型所对应的应力； $[M]$ 是 $[M_D]$ 与 $[M_s]$ 之和。

由式(40)～(43)求得各阶振型的最大响应值，再用均方根法得到结构的最大响应。

静力、动力分析的主要成果均可由后处理子程序进行图形处理。

三、分析程序流程图

程序流程图见图3。

四、计算实例

二滩水电站的拦河大坝为双曲拱坝，坝高240m。受工程设计单位的委托，我们对该拱坝进行了一系列的研究，其中包括拱坝在静荷载作用下的主要性态和拱坝的抗震分析等。

静力分析的内容有：在两种不同地基情况下，拱坝在水沙压力、自重、变温等荷载作用下的位移和应力；并对各种荷载进行了单项研究。

动力分析的内容有自振特性（空库与满库），用反应谱法求地震应力及静动综合应力。地震设计烈度为8度，根据《水工建筑物抗震设计规范》(SDJ-78)，取水平向地震系数 $k_H = 0.2$ 、竖向地震系数 $k_V = \frac{2}{3} k_H$ 。

在完成该双曲拱坝的研究任务后，委托单位在成果鉴定意见中指出：“该程序为二滩使用的动力分析程序中唯一的国内程序，能与国外同等功能的SAP-5，ADAP程序分析结果类同，应该予以推广。”

为了节省篇幅，下面仅给出若干成果附图。

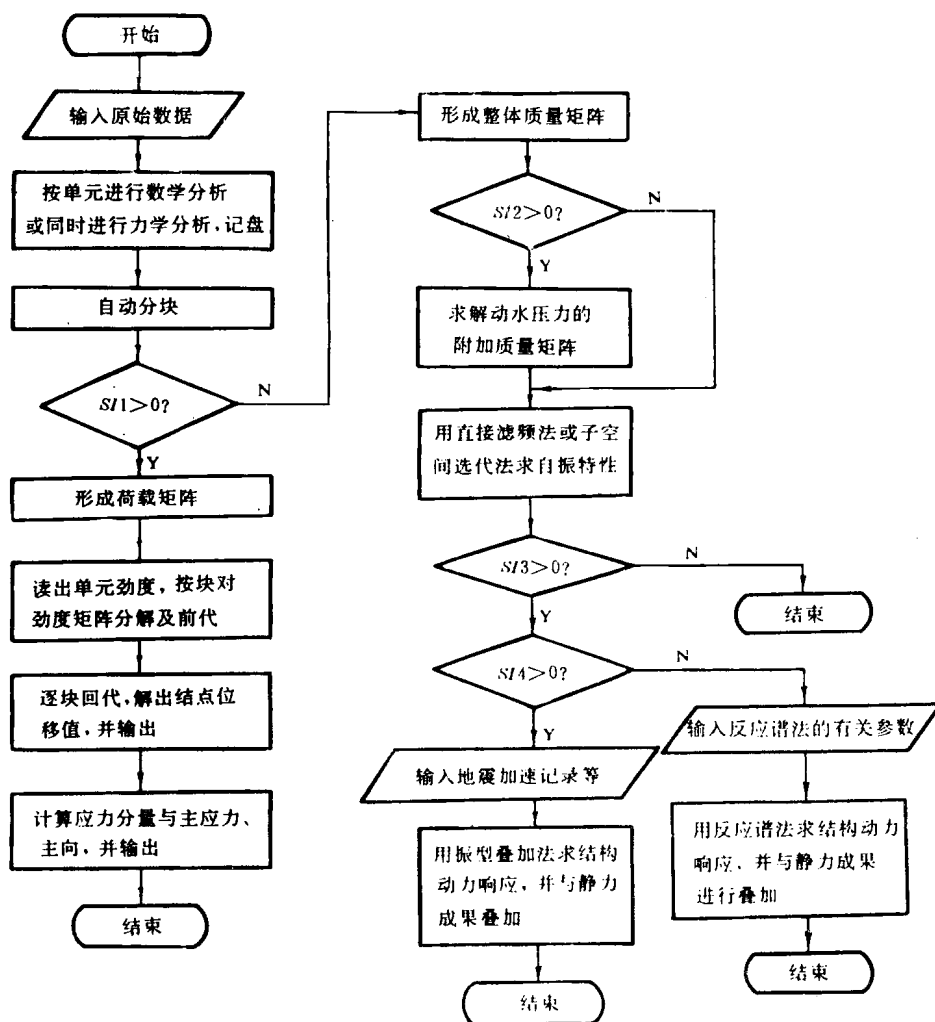


图 3

$$SI1 = \begin{cases} 1 & \text{静力分析} \\ 0 & \text{动力分析} \end{cases}$$

$$SI3 = \begin{cases} 1 & \text{求动力响应} \\ 0 & \text{只求自振特性} \end{cases}$$

$$SI2 = \begin{cases} 1 & \text{考虑库水影响} \\ 0 & \text{不考虑库水影响} \end{cases}$$

$$SI4 = \begin{cases} 1 & \text{振型叠加法} \\ 0 & \text{反应谱法} \end{cases}$$

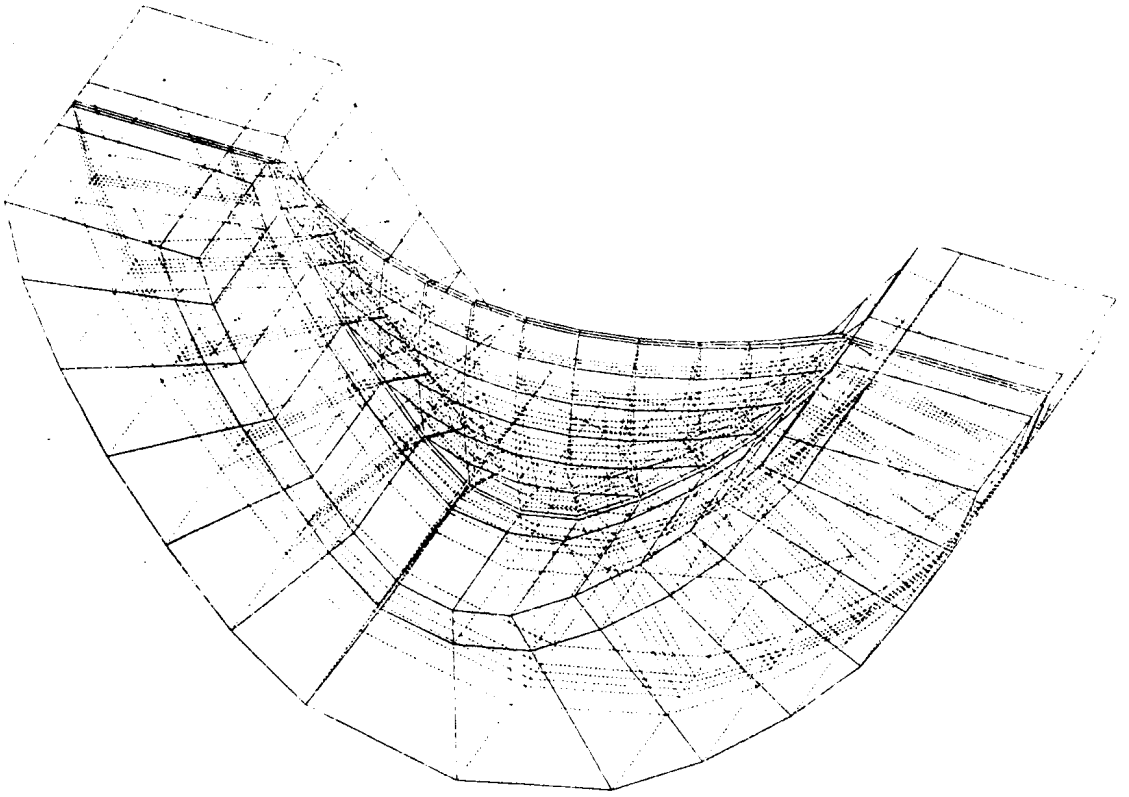


图 4 有限元网格

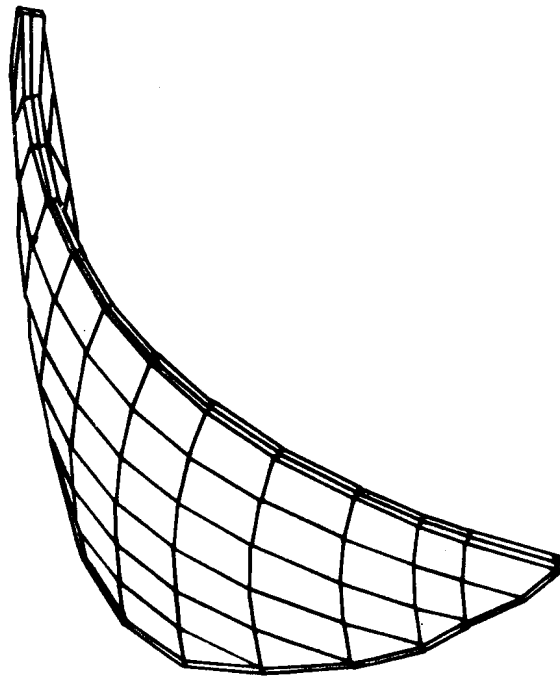


图 5 消隐的坝体有限元网格

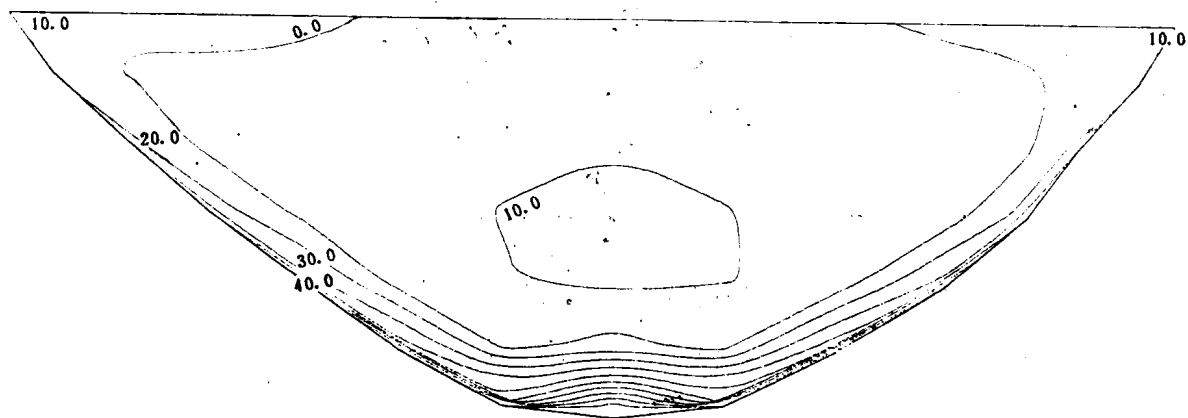


图 6 上游面最大主应力等值线 (静力) (单位: 0.1MPa)

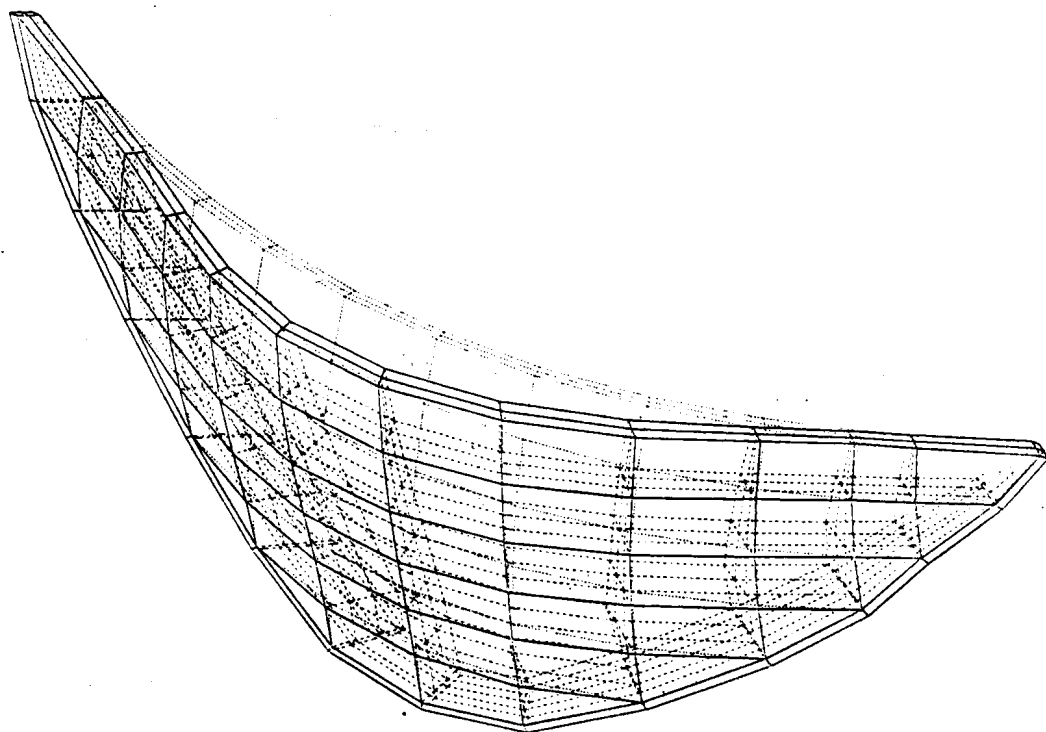


图 7 满库第一振型 ($T_1=0.6624s$)