

SHULIHUA

JIETISILUFANGFA

DAQUAN

高

中

数理化

解题思路方法大全



上册

前言

对于千千万万的中学生来说，学习成绩的提高不仅源于勤奋和刻苦。更重要的在于方法。掌握了科学的学习方法，就能起到事半功倍的效果。

本书将给你有益的指导和帮助！

本书将引领你掌握方法，打好基础！

本书将送你进入理想的大学！

人的智能发展水平及其发展的整体效益，主要取决于以下因素：一是具有完整结构的基础知识。对各个领域的知识体系，能全面感知，正确理解，深刻领悟，确切萃精，牢固记忆，简明表达，灵活应用，客观评价。知识广博，壮而精深。二是基本技能功底扎实，娴熟精通。三是思维方法科学先进，敢于创新，善于创新。对形象思维、形式逻辑思维、辩证逻辑思维、系统思维等思维方式的基本原理与方法，把握准确，并能综合灵活应用。四是高质量的整体优化实践练习。在分析和解决较为综合的复杂问题，不断创造新的智能组合中，把知识、技能和科学的思维方法融合，转化为人的智能，促进人的智能发展。

本书的编写组老师们在多年的教学实践中，潜心研究，反复试验，对学生的智能发展机制与原理，以及如何在教学中促进学生的智能科学高效地发展都有新的发现，在教学策略和教学艺术方面都有系统创新，该书就是编写组老师们长期从事教学研究取得的丰硕成果的集中反映。该书的主要特点：一是教学思想科学先进，坚持“以学为本，教贵善导”的整一分一合一优；

二是教育策略科学先进，坚持教与学的整体优化，坚持单元教学的整一分一合一优；三是对教学内容的全、重、精、度及其融会贯通把握得比较精当；四是对学法指导艺术精深。该书提供的练习题具有很强的综合性、典型性、有助于学生对基础知识、基础技能从整体上加深领悟，综合灵活应用，有助于学生思维能力的发展与优化。所以，该书对于在教育领域推进素质教育，具有积极作用，值得推荐。

由于编写时间仓促，恳请有关专家及广大读者在使用时提出宝贵意见，以便今后再版时加以充实和完善。

编委会

2008年3月于北京

目 录

数 学 部 分 A

| | |
|---------------------|--------|
| 第一章 算法初步..... | (1) |
| 1. 1 算法与程序框图 | (2) |
| 1. 2 基本算法语句 | (9) |
| 1. 3 算法案例 | (15) |
| 第二章 统 计..... | (19) |
| 2. 1 随机抽样 | (20) |
| 2. 2 用样本估计总体 | (25) |
| 2. 3 变量间的相关关系 | (31) |
| 第三章 概 率..... | (36) |
| 3. 1 随机事件的概率 | (37) |
| 3. 2 古典概型 | (43) |
| 3. 3 几何概型 | (47) |

数 学 部 分 B

| | |
|--|--------|
| 第一章 三角函数..... | (52) |
| 1. 1 任意角和弧度制 | (53) |
| 1. 2 任意角的三角函数 | (56) |
| 1. 3 三角函数的诱导公式 | (60) |
| 1. 4 三角函数的图象与性质 | (63) |
| 1. 5 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象 | (70) |
| 1. 6 三角函数模型的简单应用 | (75) |
| 第二章 平面向量..... | (79) |
| 2. 1 平面向量的实际背景及基本概念 | (80) |
| 2. 2 平面向量的线性运算 | (83) |
| 2. 3 平面向量的基本定理及坐标表示 | (88) |
| 2. 4 平面向量的数量积 | (94) |

| | |
|----------------------|-------|
| 2.5 平面向量应用举例 | (100) |
| 第三章 三角恒等变换 | (105) |
| 3.1 两角和与差的正弦、余弦和正切公式 | (106) |
| 3.2 简单的三角恒等变换 | (113) |

物理部分

| | |
|--------------------|-------|
| 第五章 曲线运动 | (119) |
| 第1节 曲线运动 | (119) |
| 第2节 质点在平面内的运动 | (122) |
| 第3节 抛体运动的规律 | (127) |
| 第4节 实验:研究平抛运动 | (132) |
| 第5节 圆周运动 | (136) |
| 第6节 向心加速度 | (140) |
| 第7节 向心力 | (144) |
| 第8节 生活中的圆周运动 | (148) |
| 第六章 万有引力与航天 | (153) |
| 第1节 行星的运动 | (153) |
| 第2节 太阳与行星间的引力 | (156) |
| 第3节 万有引力定律 | (156) |
| 第4节 万有引力理论的成就 | (160) |
| 第5节 宇宙航行 | (164) |
| 第6节 经典力学的局限性 | (168) |
| 第七章 机械能守恒定律 | (170) |
| 第1节 追寻守恒量 | (170) |
| 第2节 功 | (173) |
| 第3节 功率 | (178) |
| 第4节 重力势能 | (183) |
| 第5节 探究弹性势能的表达式 | (187) |
| 第6节 探究功与速度变化的关系 | (190) |
| 第7节 动能和动能定理 | (196) |
| 第8节 机械能守恒定律 | (200) |
| 第9节 验证机械能守恒定律 | (205) |
| 第10节 能量守恒定律与能源 | (211) |

化 学 部 分

| | |
|---------------------------|-------|
| 第一章 物质结构 元素周期律 | (215) |
| 第一节 元素周期表 | (216) |
| 第二节 元素周期律 | (223) |
| 第三节 化学键 | (231) |
| 本章复习与检测 | (236) |
| 第一章综合检测 | (238) |
| 第二章 化学反应与能量 | (243) |
| 第一节 化学能与热能 | (244) |
| 第二节 化学能与电能 | (249) |
| 第三节 化学反应的速率和限度 | (254) |
| 章末整合 | (261) |
| 第二章综合检测 | (262) |
| 第三章 有机化合物 | (266) |
| 第一节 最简单的有机化合物——甲烷 | (267) |
| 第二节 来自石油和煤的两种基本化工原料 | (273) |
| 第三节 生活中两种常见的有机物 | (279) |
| 第四节 基本营养物质 | (284) |
| 本章复习与检测 | (288) |
| 第三章综合检测 | (290) |
| 第四章 化学与自然资源的开发利用 | (294) |
| 第一节 开发利用金属矿物和海水资源 | (295) |
| 第二节 化学与资源综合利用、环境保护 | (300) |
| 章末整合 | (304) |
| 第四章综合检测 | (305) |
| 参考答案 | (310) |

数学部分 A

第一章 算法初步

本章概览



内容提要

本章内容共分三大节:算法与程序框图、基本算法语句和算法案例.

第一大节,教材先用“二元一次方程组求解”等例子来说明算法的概念和特点,然后选用几个简单、典型的例子分别说明程序框图的三种基本逻辑结构.

第二大节,教材结合具体例子介绍基本算法语句.

第三大节,教材精选了具有典型性、代表性、趣味性和可接受性的3个算法案例,通过案例进一步理解算法的本质,体现了算法的重要性和有效性.

本章的重点是:体会算法的思想,对程序框图和基本算法语句的理解与认识;难点是理解算法的思想,画程序框图和编写简单的基本算法语句.



学法指导

1. 在学习算法的过程中,首先应当克服畏难情绪,善于从以前学过的典型实例中,分析其中蕴含的算法思想,体会算法的“通用化”“机械化”“程序化”的特点以及对算法步骤的“明确”“有效”“有限”的要求,应当防止把算法的学习变成画程序框图和设计程序语句和程序设计的学习.

2. 如果条件允许,应当尽可能上机尝试算法. 上机能极大地提高学习算法的兴趣,不但可以检验算法的正确性以及算法的好坏,而且还可以通过改进算法而引起学生对算法的更深入思考. 例如,在“质数判定”的算法中,可以引导学生思考改进算法的方法,把“检验 $2, 3, \dots, (n-1)$ 是不是 n 的因数”改进为“检验 $2, 3, \dots, \sqrt{n}$ 是不是 n 的因数”,从而大大提高运算速度,使学生体会数学知识在优化算法中的重要作用,使他们明白“程序设计的本质是数

学问题”(进一步地,信息技术的本质是数学)的道理.

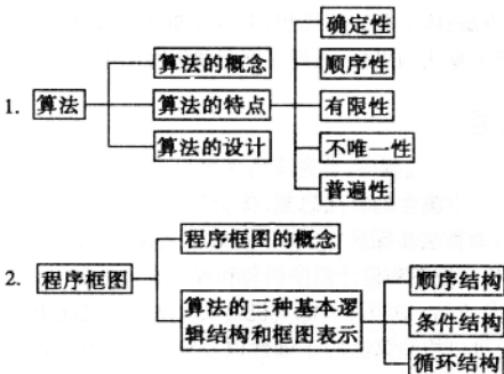
3. 初学设计算法,可采用“照猫画虎法”,即通过几个典型的实例,用自然语言、数学语言、程序框图和程序语句写出解决问题的算法步骤,贴于案头,时刻模仿、研究. 也可采用类比学法,如类比一个求解一元二次方程根的算法,可以写出所有方程(或组)求解的算法(形成感性经验).

4. 算法的执行过程是:按步骤的先后来执行,按第一步、第二步、第三步、……依次执行下去,直至结束. 判断算法的功能时,按算法步骤依次执行,体验其执行过程就能确定该算法的功能. 解决问题时,总是把解决问题的过程分成明确和有限的步骤,这种解决问题的思想方法称为算法的思想.

5. 学习时要结合教材给出的3个典型算法案例,通过模仿、操作、探究,经历通过设计程序框图表达解决问题的过程,以及算法在解决实际问题的过程中所体现的特点,更好地理解将要解决的问题“步骤化”的思维方法. 把抽象的数学思维转变为具体的步骤化的思维方法. 要注意学习本节的目的不是画程序框图和编写程序,而是通过这三个算法案例进一步体会算法思想.

1.1 算法与程序框图

知识梳理



思路方法点拨

题型一 算法的概念

例1 下列语句表达中是算法的有 ()

①从济南到巴黎可以先乘火车到北京，再坐飞机抵达；

②利用公式 $S = \frac{1}{2}ah$ 计算底为 1，高为 2 的三角形的面积；

③ $\frac{1}{2}x > 2x + 4$ ；

④求 $M(1, 2)$ 与 $N(-3, -5)$ 两点连线的方程，可先求 MN 的斜率，再利用点斜式方程求得。

- A. ①②③ B. ①③④ C. ①②④ D. ②③④

思路分析：算法是解决问题的步骤与过程，这个问题并不仅仅限于数学问题，①②④都表达了一种算法。

答案：C

规律技巧总结 判断算法的标准是“解决问题的有效步骤或程序”。③只是一个纯数学问题，没有解决问题的步骤，不属于算法的范畴。

题型二 解方程或解方程组的算法设计

例 2 写出解方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的一个算法。

【解】算法分析：这里是求一元二次方程的解的问题，方法（算法）一般有因式分解法、配方法和公式法，由此得出以下 3 种算法。

算法 1 第一步：将方程左边因式分解得 $(x - 2)(x - 3) = 0$ ； ①

第二步：由①得 $x - 2 = 0$ ； ②

或 $x - 3 = 0$ ； ③

第三步：解②得 $x = 2$ ；解③得 $x = 3$

算法 2 第一步：移项，得 $x^2 - 5x = -6$ ； ①

第二步：①式两边同加 $\frac{25}{4}$ 并配方，得 $(x - \frac{5}{2})^2 = \frac{1}{4}$ ； ②

第三步：②式两边开方，得 $x - \frac{5}{2} = \pm \frac{1}{2}$ ； ③

第四步：解③得 $x = 2$ 或 $x = 3$ 。

算法 3 第一步：计算判别式并判断其符号 $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 6 = 1 > 0$ ；

第二步：将 $a = 1, b = -5, c = 6$ 代入求根公式

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \text{计算得 } x_1 = 2, x_2 = 3.$$

规律技巧总结 比较以上 3 种算法，算法 3 步骤最少，也最简单。一般来说，只要有公式可以利用，利用公式解决问题是最理想的方法，以后我们会知

道,简单的算法会大大节约时间,在计算机程序中,更会优化算法,为成功解决问题奠定基础.

题型三 涉及平面图形及立体图形的算法设计

例3 已知三角形ABC,求作三角形外接圆,试写出解决此问题的算法.

【解】算法分析:三角形ABC的外接圆圆心是三边的垂直平分线的交点,由于三垂线交于一点,故只需作出两边的垂直平分线.求出交点即为外接圆的圆心.

算法如下:

第一步:作AB的垂直平分线 l_1 ;

第二步:作BC的垂直平分线 l_2 ;

第三步:找出 l_1 、 l_2 的交点O;

第四步:以O为圆心,OA长为半径画圆;

第五步:输出结果.

规律技巧总结 在以前的学习中,我们知道几何的作图步骤的前后顺序要求是非常严格的,因此在设计作图题的算法时,必须认真分析,理清作图的步骤.

题型四 顺序结构算法的程序框图设计

顺序结构是任何一个算法都离不开的基本结构,执行时是从上到下依次进行的.

例4 已知点 $P_0(x_0, y_0)$ 和直线 $l: Ax + By + C = 0$,写出点 $P(x_0, y_0)$ 到直线 l 的距离 d 的一个算法,并画出程序框图.

【解】(1)用自然语言来描述算法:

第一步:输入点的坐标 x_0, y_0 ,输入直线方程的系数和常数 A, B, C ;

第二步:计算 $z_1 = Ax_0 + By_0 + C$;

第三步:计算 $z_2 = A^2 + B^2$;

第四步:计算 $d = \frac{|z_1|}{\sqrt{z_2}}$;

第五步:输出 d .

(2)用程序框图来描述算法,如图1-1-1:

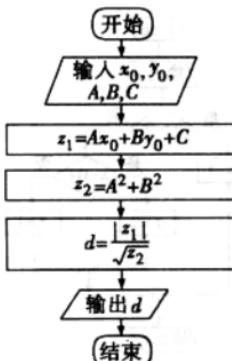


图 1-1-1

规律技巧总结 此题在算法设计方面可考虑直接用平面内点到直线的距离的公式，在程序框图的设计上，需用顺序结构。在画程序框图时要遵循：特定的符号表示特定的含义，不能随意创造；图形符号内的语言要精炼；框图的方向是自上而下的；必须要有输入与输出口，且各只能有一个。

题型五 条件结构的框图设计

例 5 (一题多变) 函数 $y = \begin{cases} -1 & (x > 0) \\ 0 & (x = 0) \\ 1 & (x < 0) \end{cases}$ 写出求该函数的函数值的算法及程序框图。

思路分析：该函数是分段函数，当 x 取不同范围内的值时，函数表达式不同，因此当给出一个自变量 x 的值时，也必须先判断 x 的范围，然后确定利用哪一段的解析式求函数值。因为函数解析式分了三段，所以判断框需要两个，即进行两次判断。

【解】 算法如下：

第一步：输入 x ；

第二步：如果 $x > 0$ ，那么使 $y = -1$ ；如果 $x = 0$ ，那么使 $y = 0$ ；如果 $x < 0$ ，那么使 $y = 1$ ；

第三步：输出函数值 y 。

程序框图如图 1-1-2 所示

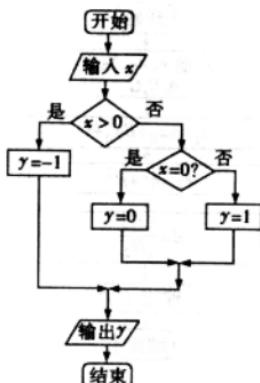


图 1-1-2

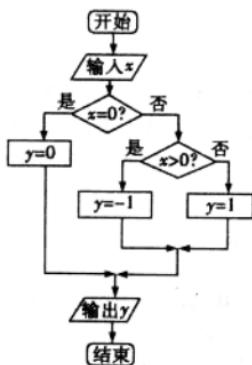


图 1-1-3

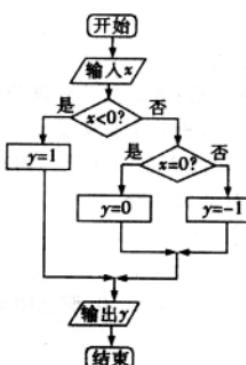


图 1-1-4

像这样的程序框图还能画出3个,一共6个,读者可以自己去进一步地探讨.

题型六 循环结构的框图设计

例6 (例题变式)求 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \cdots \times n$ 的程序框图。

思路分析:这一个累乘问题,重复进行了 $n-1$ 次乘法,可以用循环结构描述,需引入累乘变量mul和计数变量i,这里mul与i每一次循环,它们的值都在改变,先用自然语言描述。

【解】第一步:设mul的值为1;

第二步:设i的值为2;

第三步:如果 $i \leq n$ 执行第四步,否则转去执行第七步;

第四步:计算mul乘i并将结果赋给mul;

第五步:计算i加1并将结果赋给i;

第六步:转去执行第三步;

第七步:输出mul的值并结束算法。

根据自然语言描述,程序框图如图1-1-5.

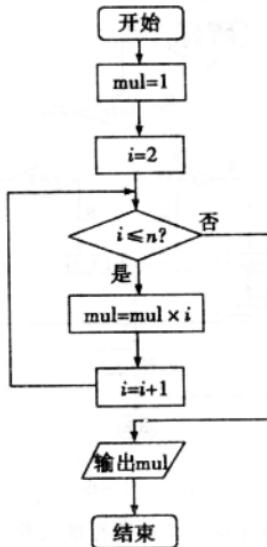


图 1-1-5

规律技巧总结 应用循环结构描述算法时,关键是设置循环条件和循环体。

题型七 算法知识的创新综合运用

例7 画出任给一个有两位小数的且不大于10的正实数,对末位用“四舍五入法”,求精确到一位小数的程序框图.

思路分析:设个位数字为 a ,十分位为 b ,百分位为 c (a,b,c 小于等于9)按四舍五入的规则来进行计算,我们把该数分为两种情况,一种大于等于9.95,则输出10.0,一种小于9.95;我们再分两类情况:一类 $b=9$ 的情况,一类 b 不等于9的情况.在 $b=9$ 的一种情况下,如果 c 大于等于5,则 $c=0,b=0,a=a+1$,否则 $c=0$;在 b 不等于9的一种情况下,如果 c 大于5,则 $c=0,b=b+1$,否则 $c=0$,然后输出 a,b 即可.

【解】 程序框图如图1-1-6.

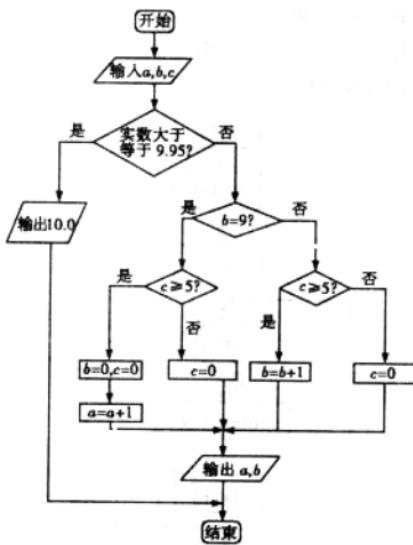
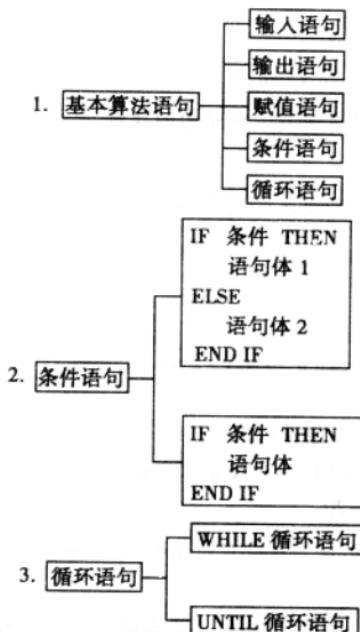


图 1-1-6

规律技巧总结 该题最重要的是把各种情况考虑到,要有几个判断条件,一个是9.95,一个是十分位是否等于9,一个是百分位是否大于等于5.

1.2 基本算法语句

知识梳理



思路方法点拨

题型一 对输入语句、输出语句和赋值语句的理解和应用

例1 写出下列语句描述的算法的输出结果。

(1) $a = 5$
 $b = 3$
 $c = \frac{a+b}{2}$
 $d = c * c$
PRINT "d = " ; d

(2) $a = 1$
 $b = 2$
 $c = a + b$
 $b = a + c - b$
PRINT "a = , b = , c = " ; a, b, c

| |
|--------------------------------|
| $a = 10$ |
| $b = 20$ |
| $c = 30$ |
| (3) $a = b$ |
| $b = c$ |
| $c = a$ |
| PRINT "a = ,b = ,c = " ; a,b,c |

思路分析：此题主要考查对三种语句的理解，只要对三种语句理解透彻，不难得到答案。

【解】 (1) $\because a = 5, b = 3, c = \frac{a+b}{2} = 4,$

$\therefore d = c^2$, 即 $d = 16.$

$\therefore d = 16.$

(2) $\because a = 1, b = 2, c = a + b$

$\therefore c = 3, b = a + c - b$, 即 $b = 1 + 3 - 2 = 2.$

$\therefore a = 1, b = 2, c = 3.$

(3) 由 $b = 20$ 及 $a = b$ 知 $a = 20.$

$c = 30$ 及 $b = c$ 知 $b = 30, c = a$ 及 $a = 20$ 知 $c = 20.$

$\therefore a = 20, b = 30, c = 20.$

规律技巧总结 在理解三种语句的基础上，按语句的计算、赋值功能依次执行即可。

例 2 (一题多解) 编写一个程序，要求输入两个正数 a 和 b 的值，输出 a^b 和 b^a 的值。

思路分析：可以利用 INPUT 语句输入两个正数，然后将 a^b 与 b^a 的值分别赋给两个变量，然后输出这两个变量的值即可。

解法 1：程序 1：

INPUT "a,b = " ; a,b

$A = a^b$

$B = b^a$

PRINT "a^b = " ; A, "b^a = " ; B

END

解法 2：程序 2：

INPUT "a,b = " ; a,b

```

A = a^b
PRINT "a^b = " ; A
x = a
a = b
b = x
A = a^b
PRINT "a^b = " ; A
END

```

规律技巧总结 交换 a, b 的值可通过下面的三个语句来实现:

```
t = a  a = b  b = t
```

通过引进一个变量 t 实现变量 a 和 b 的值的交换,因此只需用赋值语句即可实现算法,在一些较为复杂的问题的算法中经常需要对两个变量的值进行交换,因此应熟练掌握这种方法.

题型二 条件语句的理解和应用

例 3 给出三个正数 a, b, c ,问以这三个正数为三边长能否构成一个三角形?若能,则求出其面积,请设计一个解决本问题的算法的程序.

思路分析:由于不是任意三条线段都能构成三角形的三边,因此必须先判断三边能否满足任意两边之和大于第三边,即 $a + b > c, a + c > b, b + c > a$,这些是保证能否组成三角形的必要步骤.若经检查如果满足上述条件,则按下面的公式计算三角形的面积, $p = \frac{1}{2}(a + b + c), S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$.

【解】 程序为

```

INPUT  a,b,c
IF  a + b > c  AND  a + c > b  AND  b + c > a
    THEN  p = (a + b + c) / 2
          S = SQR(p * (p - a) * (p - b) * (p - c))
          PRINT  "三角形面积为"; S
    ELSE
        PRINT  "不构成三角形"
    END IF
END

```

规律技巧总结 在应用条件语句编写解决某一问题的算法程序时,可遵循以下思想步骤: