教材详解+学习细节+状元经验=成功学习方略

细节决定成绩

高中新课标**教材**同步**详解**系列丛书

学习细节

总主编◎滕　纯　策　划◎北京弘哲教育研究中心

LEARNING DETAIL

教辅畅销书

适用于**人教B版**新课标教科书

高中数学·必修5

天津教育出版社
TIANJIN EDUCATION PRESS

高中新课标教材同步详解系列丛书

学习细节

策　划　北京弘哲教育研究中心

总主编　滕　纯（中央教科所前副所长　研究员）

主　编　李　良

副主编　冷秀华

编　委　赵　明　郭纪秀　毛清霞

刘玻然　田培忠　李　良

适用于人教B版新课标教科书

高中数学·必修5

天津教育出版社

TIANJIN EDUCATION PRESS

图书在版编目(CIP)数据

学习细节：人教B版．高中数学．5：必修/滕纯主编．
天津：天津教育出版社，2008.7
ISBN 978-7-5309-5249-8

Ⅰ．学… Ⅱ．滕… Ⅲ．数学课—高中—教学参考资料
Ⅳ．G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第072147号

出品策划

网　　址　http://www.xinhuabookstore.com

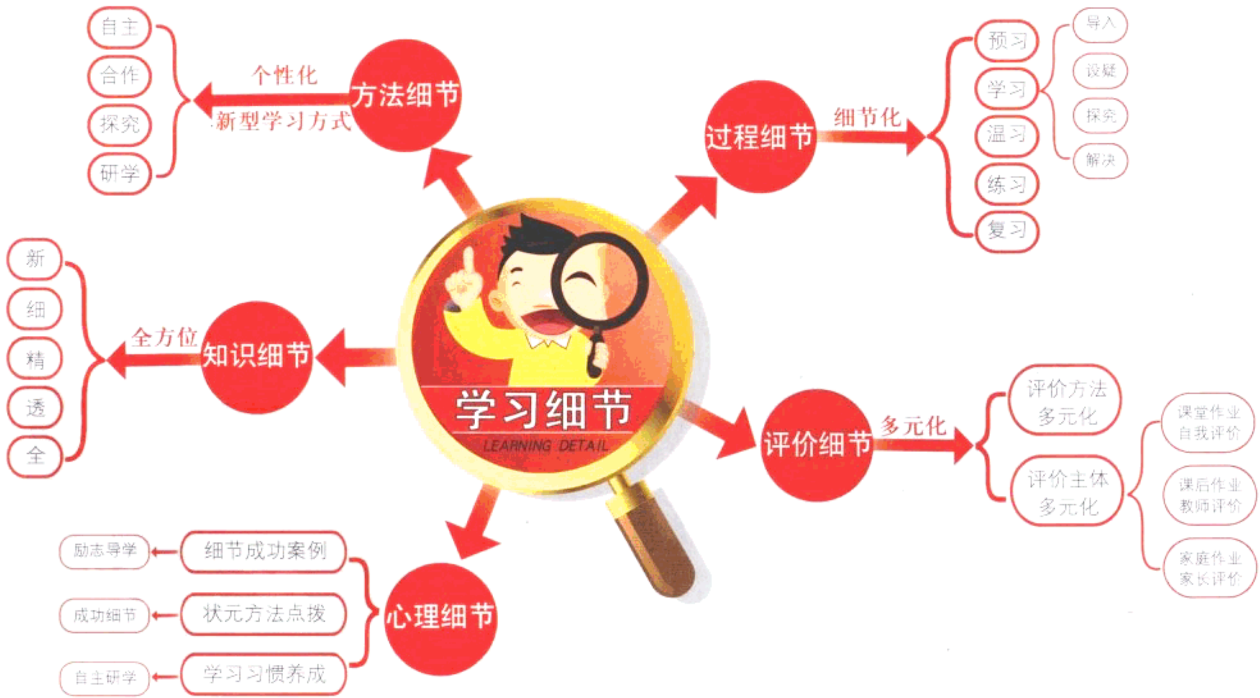
学习细节：人教B版·高中数学·必修5

出 版 人　肖占鹏

总 主 编　滕　纯
主　　编　李　良
责任编辑　董　刚
特约编辑　范振洋
美术编辑　辛　欣
装帧设计　蒋宏工作室

出版发行　天津教育出版社
　　　　　天津市和平区西康路35号
　　　　　邮政编码　300051
总 经 销　四川新华文轩连锁股份有限公司
印　　刷　环球印刷(北京)有限公司
版　　次　2008年7月第1版
印　　次　2008年7月第1次印刷
规　　格　大32开（880×1230毫米）
字　　数　372千字
印　　张　9.5

书　　号　ISBN 978-7-5309-5249-8
定　　价　14.80元



学习细节
LEARNING DETAIL
方法细节
个性化
新型学习方式
自主
合作
探究
研学
过程细节
细节化
预习
学习
温习
练习
复习
导入
设疑
探究
解决
知识细节
全方位
新
细
精
透
全
评价细节
多元化
评价方法多元化
评价主体多元化
课堂作业 自我评价
课后作业 教师评价
家庭作业 家长评价
心理细节
细节成功案例
状元方法点拨
学习习惯养成
励志导学
成功细节
自主研学

细节决定成绩
细节！
这些细节无关紧要……
细节
不放过每一个学习细节。
我平时很用功，怎么才59分？
59
100
原来如此简单！真是“细节决定成绩”……
100
细节

专家点评《学习细节》

学习细节吧　地址：http://blog.sina.com.cn/learningdetails

置顶：学习成就未来，细节塑造英才（2008-05-26 16：00）
标签：学习细节 策划感悟 教育　　分类：策划心语

为了适应新课改的要求，北京弘哲教育研究中心力邀全国众多著名的教研专家、特级教师和部分高考状元及状元老师，按照“透视细节，解读教材”的理念，借鉴高考状元的成功经验，精心策划、倾情打造出教辅畅销力作——《学习细节》系列丛书。其特色主要体现在以下五个方面：

心理细节　通过与学科内容紧密相关的细节成功案例来导入知识学习，提高学习的积极性和主动性，让专家和高考状元现身说法，全面细致的知识讲解和方法点拨引导学生冲破学习过程中的心理障碍，增强学习信心，提高学习效果。

知识细节　讲解精细透彻，对教材中的知识点、重难点、易错点和疑似点都进行了细致入微的解析。对应的原创题或精编例题，讲解方法巧妙、链接多样、解读细致。

过程细节　通过课前预习、课堂学习、课后评价的完整学习过程的细节化处理，激活学生的成功动机。采用漫画、情境、活动、探究、细节提示等比较感兴趣的要素，激发学生的求知欲望。

方法细节　采用探究、研学、合作交流等多种课堂学习模式，交流学习心得，总结学习方法。讲解中注重关键细节提示和解题规律阐释，多方位提供方法指导。

评价细节　实现了评价主体多元化、评价方法多样化。将评价功能转化为激励、反馈与调整的平台，让评价内容转化为学生的潜能发散空间。

评论

滕纯

《学习细节》丛书以新课改精神为依据，以现行高中教材为蓝本编写，知识点十分全面，讲解非常详细，方法十分精妙。特别是注重学习态度的养成，学习过程的体验和学生思维潜能的开发，与新课标的目标极度默契。这一切都在彰显着《学习细节》学习理念的细腻、大气与睿智。

老师评价《学习细节》

《学习细节》群 — 20627513

群聊 共享

2007 年辽宁理科高考状元班主任杜文严（244262493）

教学中，总会遇到一些成绩较差的学生，也会遇到一些学习成绩提高不快的学生，很是替他们着急。其主要原因是他们在学习过程中粗枝大叶、眼高手低。《学习细节》引入高考状元的成功体验和过程性学习的新理念，从大处着眼，小处着手，全方位地介绍了学习中所有的关键细节。如预习细节、研学细节、评价细节……如知识细节、方法细节、做题细节……比我们教师平时教学想的都周到。关注细节是最朴实，也是最踏实的学习方法，能够帮助学生养成务实的学习习惯和勤奋的学习态度，能很好地帮助学生提高学习成绩，代表了当下最新的学习理念——细节决定成绩。

2007 年山西文科高考状元班主任张俊田（429116437）

《学习细节》丛书确实不错，特色很多。如"思维导图"栏，一改过去单一的网络构建模式，变网络结构为色彩图构，变记忆流程为思维过程，变死记硬背为巧思活学。这不仅是一个简单的图形变化，而是一场学习模式的革命。"高效预习"栏，从"体验"到"泛读"再到"精读"从"感知"到"发现"再到"解决"，环环相扣，细腻周全，还规范了各环节的预习时间，具有极强的实操性。有利于养成学生预习的习惯，提高自主研学的能力。学生按照此流程学习，比我们教师反复强调预习都管用。

聊天记录

教育部高中发展性评价课题组专家赵德成（269699811）

因为有高考，教育评价往往是人们口头重视，而实际上被忽视。《学习细节》系列丛书对此关注颇实。以"家庭作业"栏为例，大都选取与本节内容密切相关的知识设置活动性、探究性、体验性题目，让家长和学生一起探究，一起查资料，一起做实验，一起交流等，既使学生体验到了学习的乐趣，也使家长了解和熟悉了学生的学习状况，真正把评价变成了互动和共赢。

关闭(C) 发送(S)

群空间

群公告

《学习细节》的博客已经开通，欢迎访问！

http://blog.sina.com.cn/learni

最新贴子

重要通知——关于《学习细节》……

思维导图资源(软件图书教程)

"思维导图"学物理

如何利用思维导图学习物理？

给物理学习插上"思维导图"……

>>更多

beta

参与者（66/388）

北京弘哲郭俊俊（29278...
高级设计师辛欣（44323...
江苏王笃山<wangdusha...
山东化学孟德富（44304...
安徽化学胡行忠（49170...
滨州化学侯玉娥（57845...
滨州英语秦清海（36252...
东营化学刘汝昌（35033...
东营物理李延良（41915...
湖南语文冯永忠（59908...
湖南语文王理尧（27592...
江苏傅明峰（578730009）
鲁数杨国庆<ycyw3@yah...
鲁数赵明<zhaoming020...
南通地理丁生军（78239...
山东化学崔广升（25029...
山东化学张奉国（25364...
山东数学苗立国（77916...
泰安地理王兴来（61696...
泰安化学公培峰（67634...
泰安化学韩红新（26969...
泰安数学姜恩木（81271...
泰安政治杨金永（52765...
扬州语文干家标（47148...
扬州语文韩旭东（42127...
扬州语文钱斌（22016058）
扬州语文吴卫国（37956...
扬州政治张 军（395683...
高级策划张玉骞（34978...
泗水历史康家圭（78163...
泗水历史王迎新（49630...
泗水生物吴桂玲（40887...

栏目导读

励志导学

用各种有趣的细节决定成功的故事激发学生的学习兴趣，培养学生关注学习细节的意识，并从细节的角度解读单元学习目标，引领学生以细节入手进入知识的海洋。

思维导图

按照学习细节流程，运用线条、符号、词汇和图像的关联与链接，把传统的网络构建转化成色彩的、容易记忆的、有高度组织性的思维导图。重在活跃思维，提高记忆与理解能力。

成功细节

针对本节内容，高考状元结合高考成功的经验从细节的角度谈学习方法和心得体会，揭示学生在学习中应关注的每个细节，激发他们的学习潜能和自我提高的内驱力。

高效预习

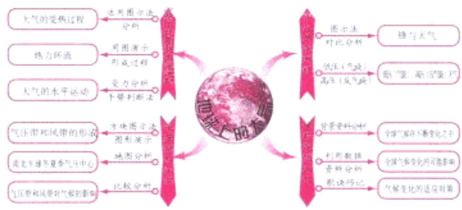
通过课前预习的过程、方法和时间安排等，激发学生对课程内容的兴趣，帮助学生掌握正确、科学的预习方法，让学生养成良好的预习习惯，逐步提升学生自主学习的能力。

励志导学 | 细节是一种创新

产业革命前，人类还没有发明蒸汽机，那时航海家们只能靠风力乘帆船在海洋上航行。哥伦布发现美洲大陆的远航就是靠风力乘帆船完成的伟大壮举。

但是，他们的航行并不是一帆风顺的，有时乘风破浪，有时风平浪静。在无风时，他们只能停船等候风的降临，一等可能是几天甚至几十天。他们多次航行发现30°纬度附近总是无风，帆船进入该区后无法航行，海上贸易受到极大影响。当时，帆船除装载一般货物外，还装运许多马匹到美洲大陆。由于长时间等待及草料和淡水的不足，导致马匹相继死

思维导图 | 21世纪的思维革命



成功细节

本节内容蕴涵着丰富的地理原理和规律。地理原理要注重其过程的分析，地理规律要从分布规律、运动规律和变化规律三个方面来认识。学好本节内容，我的体会是在记忆各种结论的同时，应加强对相关原理的理解，举出相关的实例。如学习了冷热不均形成的热力环流后，要能够推出海陆之间、山谷之间、城乡之间、林地与裸地之间等局部地区的大气运动状况；学习风向时，要考虑不同的力对大气运动的影响，理解高空的风和近地面的风分别受什么力的影响，与等压线的关系等。

状元名片

（2007年广东省高考文科状元）

姓名：卢倩华

性别：女

高考总分：691分

录取院校：香港中文大学

高效预习

泛读·概括

❶ 泛读教材28页内容，结合图2.1分析大气的受热过程，结合图2.2试着完成29页活动。

细节提示

可利用表解法辨析太阳辐射、地面辐射、大气辐射、大气逆辐射等基本概念及它们之间的先后顺序、内在联系。

体验·感知

❷ 体验热力环流的形成：请你和几个同

提炼·发现

❶ 太阳辐射能穿过大气层时，一小部分被大气吸收或反射，大部分到达地面，地面吸收太阳辐射而增温，同时又以长波辐射的形式把热量传递给大气，大气吸收了地面辐射的绝大部分，又以大气逆辐射的形式将大部分热量还给地面，对地面起到了保温作用。

领会·感悟

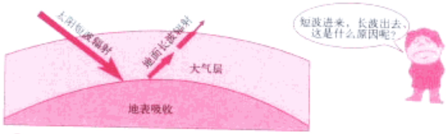
❷ 通过实验可以看出，烟雾在玻璃缸内先

Introduction

学习细节

基础知识

知识点 1 大气的受热



❶ 描述漫画：大部分太阳辐射能够透过大气到达到地面。

作业评价

课堂作业

❶（知识点 5）若该天气系统控制我国大部分地区，我国的天气为 （　　）

A. 伏旱天气　　B. 梅雨天气　　C. 出现台风　　D. 寒冷天气

课后作业

❷（知识点 3）引起其气候周期变化的因子最可能是 （　　）

A. 人类大量排放二氧化碳　　B. 黄赤交角的变化

C. 太阳活动的周期变化　　D. 人类不断破坏森林

家庭作业

❸（知识点 4）与家长一同查阅相关资料，讨论全球变暖对我国是利大于弊还是弊大于利。

本章总结

知识专题

专题一　气候的形成原因与分布规律

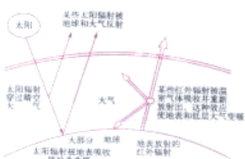
根据地理位置考查气候类型的特点、成因是气候类型判断最常见的题型，首先从纬度位置确定所在南、北半球及气候带。其次从经度位置，确定所在的海陆位置是大陆东岸、西岸，还是内部。最后用地理坐标定位法，并根据气候类型分布模式图，最后确定所属气候类型。因此解答该类题型的关键是要掌握全球气候分布的一般规律，归纳总结各气候类型的成因、特点，如下图所示。

本章评价

（时间：90 分钟　满分：100 分）

一、选择题（本大题共 20 小题，每小题 3 分，共 60 分）

读下图，回答 1～3 题。



学习细节

讲解精细透彻，对教材中的知识点、重难点、易错点等都进行了逐段、逐句、逐字的讲解。对应的原创题或精编例题的讲解方法巧妙、链接广泛、解读精确而又细致。

作业评价

结合本节内容和三维目标要求检验和评估学习成果。提升解题技巧，实现能力迁移，调动教师、学生和家长交流互动的积极性，共同学习，共同评价，共同提高。

本章总结

盘点本章重难点知识，归纳经典解题方法，完善知识结构体系，强化对知识的理解和掌握。并且通过总结性训练，迅速提升综合学习能力。

本章评价

针对本章内容，精选课改新题和高考新题，进行综合测试，检测阶段性学生效果，并提供习题关键解答思路和详细参考答案，检查学习成果，分享学习体验和成功的喜悦。

求芝蓉
2007年浙江高考文科状元
现就读于北京大学元培实验班
赵子波
2007年辽宁高考理科状元
现就读于香港科技大学
赵旭照
07年山东高考理科状元
现就读于北京大学
生命科学学院
吴羽菲
2007年安徽高考理科状元
现就读于清华大学
经济管理学院
一树一菩提，一沙一世界
朱虹旋
2007年江西高考文科状元
现就读于北京大学元培实验班

目录

Contents

第 章 解三角形 …………… 001

励志导学 …………… 001

思维导图 …………… 002

1.1 正弦定理和余弦定理…… 002

1.1.1 正弦定理 ……… 002

成功细节…………… 002

高效预习…………… 003

学习细节…………… 004

作业评价…………… 015

作业评价参考答案……… 016

1.1.2 余弦定理 ……… 018

成功细节…………… 018

高效预习…………… 018

学习细节…………… 019

作业评价…………… 030

作业评价参考答案……… 031

教材习题参考答案……… 032

1.2 应用举例…………… 041

成功细节…………… 041

高效预习…………… 042

学习细节…………… 042

作业评价…………… 049

作业评价参考答案……… 051

教材习题参考答案……… 053

本章总结 …………… 056

本章评价 …………… 065

本章评价参考答案 …… 067

教材习题参考答案 …… 070

第 章 数列 …………… 075

励志导学 …………… 075

思维导图 …………… 076

2.1 数列…………… 076

成功细节…………… 076

高效预习…………… 077

学习细节…………… 078

作业评价…………… 085

作业评价参考答案……… 087

教材习题参考答案……… 088

2.2 等差数列…………… 092

2.2.1 等差数列 ……… 092

成功细节…………… 092

高效预习…………… 092

学习细节…………… 093

作业评价…………… 103

作业评价参考答案……… 104

2.2.2 等差数列的前 n 项和公式 ……… 106

成功细节…………… 106

高效预习…………… 106

学习细节…………… 107

作业评价…………… 117

作业评价参考答案……… 118

教材习题参考答案……… 119

2.3 等比数列…………… 124

2.3.1 等比数列 ……… 124

成功细节…………… 124

高效预习 …………………… 124
学习细节 …………………… 125
作业评价 …………………… 134
作业评价参考答案 ……… 135
2.3.2 等比数列的前 n 项和公式 …………… 137
成功细节 …………………… 137
高效预习 …………………… 138
学习细节 …………………… 138
作业评价 …………………… 150
作业评价参考答案 ……… 151
教材习题参考答案 ……… 152
本章总结 ………………………… 158
本章评价 ………………………… 163
本章评价参考答案 …… 165
教材习题参考答案 …… 168

第三章 不等式 …………… 172

励志导学 ………………………… 172
思维导图 ………………………… 173
3.1 不等关系与不等式 …… 173
成功细节 ……………… 173
高效预习 ……………… 174
学习细节 ……………… 175
作业评价 ……………… 183
作业评价参考答案 …… 184
教材习题参考答案 …… 185
3.2 均值不等式 ……………… 190
成功细节 …………………… 190
高效预习 …………………… 190
学习细节 …………………… 191
作业评价 …………………… 197
作业评价参考答案 ……… 199
教材习题参考答案 ……… 200
3.3 一元二次不等式及其解法 ………………………………… 206
成功细节 …………………… 206
高效预习 …………………… 207
学习细节 …………………… 207
作业评价 …………………… 217
作业评价参考答案 ……… 218
教材习题参考答案 ……… 220
3.4 不等式的实际应用 ……… 227
成功细节 …………………… 227
高效预习 …………………… 228
学习细节 …………………… 228
作业评价 …………………… 235
作业评价参考答案 ……… 237
教材习题参考答案 ……… 238
3.5 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题 …… 240
成功细节 …………………… 240
高效预习 …………………… 240
学习细节 …………………… 241
作业评价 …………………… 254
作业评价参考答案 ……… 255
教材习题参考答案 ……… 257
本章总结 ………………………… 268
本章评价 ………………………… 276
本章评价参考答案 …… 278
教材习题参考答案 …… 282

第一章 解三角形

励志导学 细节——成功的起点

细节决定成败,只有注重每一个细节,才能抓住每一次成功的机会.古希腊数学家毕达哥拉斯从小酷爱数学,尤其对"数"情有独钟.有一次,毕达哥拉斯应邀参加一位富有政要的餐会,这位主人豪华宫殿般的餐厅的地板上铺着美丽的正方形大理石地砖,由于大餐迟迟未做好,这些饥肠辘辘的贵宾颇有怨言.而这位习惯于细心观察的数学家却对这些排列规则、美丽的方形瓷砖产生了兴趣,但他不只是欣赏瓷砖的美丽,而是想到它们和"数"之间的关系,于是,拿了画笔并且蹲在地板上,选了一块瓷砖以它的对角线为边画一个正方形,他发现这个正方形面积恰好等于两块瓷砖的面积和.他很好奇,于是再以 1×2 的矩形之对角线作另一个正方形,他发现这个正方形的面积恰恰等于 5 块瓷砖的面积和……那一顿饭,这位古希腊数学大师的视线都一直没有离开地面.回去后,毕达哥拉斯作了大胆的假设:任何直角三角形,其斜边的平方恰好等于另两边平方之和,并对此结果作了一般性的证明,这一结果就是我们今天所熟知的"勾股定理".

正是由于毕达哥拉斯善于观察,注重了现实生活中的一个细节,才抓住了一次成功的机会,成为世界上最著名的数学家之一.

也许我们并不一定要做数学家,但是我们同样要关注我们学习中的细节问题,积小成大,聚沙成塔,形成关注细节的学习习惯,为我们以后的成功打下基础.

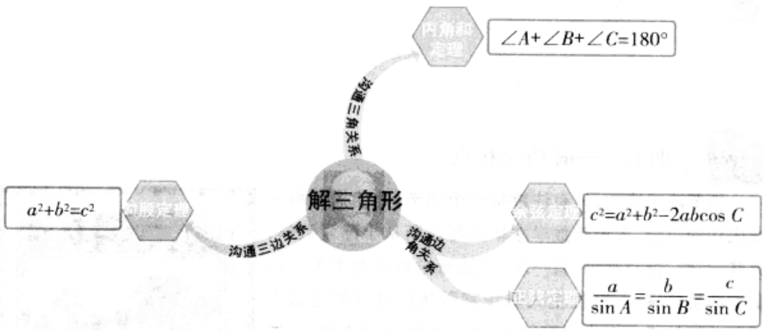
在继承毕达哥拉斯发现的勾股定理的基础上,我们来研究关于三角形中的一般的规律:正弦定理和余弦定理.学习这部分内容时,应关注以下细节:

◆用正弦定理解决已知三角形两边及一边的对角问题时应判断解的情况.

◆正余弦定理经常与三角形内角和定理、两角和与差公式、倍角公式、面积公式结合解三角形.

◆注意理解并掌握实际问题中的名词、术语,如仰角、俯角、方向角、方位角、坡角、坡度等名词的理解,这对理解题意起到了关键作用.

思维导图 发现源于细节



1.1 正弦定理和余弦定理

1.1.1 正弦定理

成功细节

本节是通过对三边关系的“大边对大角”定理的推广和探索得出并证明了正弦定理及其推论，随后应用它们处理解三角形问题. 我在学习本节时注意了如下的细节：(1)题目中隐含的角的取值范围，如三角形内角大小的限制等；(2)向量的夹角与三角形的内角的差别.

状元名片
(2007年江苏高考文科状元)

姓名：翁梅梅
性别：女
高考总分：662分
录取院校：北京大学

典例

在$\triangle ABC$中，a,b,c分别是三个内角$\angle A,\angle B,\angle C$的对边. 若$a=2,\angle C=\dfrac{\pi}{4},\cos\dfrac{B}{2}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，求$\triangle ABC$的面积$S$.

解决本题充分利用了三角形内角的特点，其取值范围为$(0,\pi)$，且其内角满足$\angle A=\pi-\angle B-\angle C$等隐含的关系.

由题意，得 $\cos B=\frac{3}{5}$，$\angle B$ 为锐角，$\sin B=\frac{4}{5}$，

$\sin A=\sin(\pi-B-C)=\sin\left(\frac{3\pi}{4}-B\right)=\frac{7\sqrt{2}}{10}$.

由正弦定理，得 $c=\frac{10}{7}$. $\therefore S=\frac{1}{2}ac\cdot\sin B=\frac{1}{2}\times2\times\frac{10}{7}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{7}$.

高效预习

动手·体验

❶在初中阶段，我们学习过一个定理“大边对大角”，即“若 $a>c$，则 $\angle A>\angle C$”. 那么，对于一般的三角形，其边角之间有什么特殊的数量关系吗？画三角形 ABC，测量三内角及三边长的大小.

泛读·综览

❷利用 3 分钟快速通读教材的 3 至 5 页，观察思考教材如何讲解正弦定理的推导以及在解三角形中的应用.

精读·细研

❸利用 5 分钟，用圈点法阅读教材中正弦定理的推导过程，在阅读过程中，与同桌一起对教材的证明过程进行讨论，思考证明如何进行分类讨论的？结合学习过的向量知识，你能否给出另外一种证明方法？

❹利用 3 分钟研究教材中的例题，思考正弦定理主要能解决哪几类解三角形问题？

领会·感悟

❶画一三角形如图 1-1-1 所示，可测得数据如下：

$\angle A=79.56°$，$\angle B=39.06°$，$\angle C=61.38°$，

$a=5.80$，$b=3.73$，$c=5.80$.

$\therefore \sin A\approx0.98$，$\sin B\approx0.63$，

$\sin C\approx0.88$，$\frac{a}{\sin A}\approx5.92$，

$\frac{c}{\sin C}\approx5.92$，$\frac{b}{\sin B}\approx5.92$，

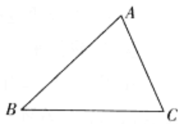


图 1-1-1

$\therefore \frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$. 那么，这个结论对任意三角形都成立吗？

提炼·概括

❷正弦定理：$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$.

一般地，我们把三角形的三个角和它们的对边叫做三角形的元素. 已知三角形的几个元素求其他元素的过程叫做解三角形.

提升·挖掘

❸先根据直角三角形的特点猜想出正弦定理，再将三角形分为锐角三角形和钝角三角形分别进行了证明. 我们还可用向量的知识通过利用夹角和模来构造三角形的内角和边来证明. 正弦定理边角的比是定值吗？它还有什么推广公式呢？

❹利用正弦定理可以解决：(1)已知三角形的两角和任意一边，求三角形的其他边与角；(2)已知三角形的两边和其中一边所对的角，求三角形其他边与角. 其中第(2)类情况较复杂，你能否总结一下其中的规律？

学习细节

基础知识

知识点 1 正弦定理的推导

解三角形是很古老的知识了，但是直到现在还有很重要的应用. 如在求相距很远的两地间的距离时，我们通常用布设三角网的方法. 如图测量 M, N 两地的距离时，可以按如图 1-1-2所示那样布设三角点，用经纬仪测量出$\triangle AMB$, $\triangle ABC$, $\triangle BCD$, $\triangle CDE$, $\triangle EDN$ 的各个内角的度数，再量出 M 点附近的那条基线 MA 的长，最后即可算出 MN 的长度了.

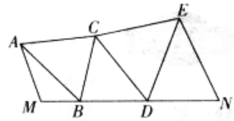


图 1-1-2

生甲：能否通过这些三角形，算出 MN 的长度呢?

生乙：我们来看一下问题的解答过程：

在图 1-1-2 中，由于各三角形的内角已测出，AM 的长也量出，由正弦定理即可分别算出：$MB=\dfrac{AM\cdot\sin\angle MAB}{\sin\angle ABM}$,

$$AB=\frac{AM\cdot\sin\angle AMB}{\sin\angle ABM},BC=\frac{AB\cdot\sin\angle CAB}{\sin\angle ACB},CD=\frac{BC\cdot\sin\angle CBD}{\sin\angle BDC},$$

$$BD=\frac{BC\cdot\sin\angle BCD}{\sin\angle BDC},DE=\frac{CD\cdot\sin\angle ECD}{\sin\angle CED},DN=\frac{DE\cdot\sin\angle DEN}{\sin\angle DNE}.$$

$\therefore MN=MB+BD+DN.$

老师：上面的测量问题用到了三角形的中的重要定理——正弦定理，这就是本节我们要学习的知识.

正弦定理：在一个三角形中，各边的长和它所对角的正弦的比相等，即：

$$\boxed{\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}}$$

◀关键细节▶ 注意如下字眼：边的长和它所对角的正弦.

【探究思考】除了教材上的正弦定理的证明方法，能否利用向量的知识来证明正弦定理呢?

【探究过程】要用向量来证明此定理，关键是构造出三角形的边和角. 在向量中，角可以通过数量积来构造，边的长度可以通过向量的模来构造. 不妨先考虑在锐角三角形中，

◀关键细节▶ 利用向量构造需要的边和角，将不需要的边消去.

如图 1-1-3①，$\triangle ABC$ 为锐角三角形，过 A 点作单位向量 $i\perp\overrightarrow{AC}$，则 i 与$\overrightarrow{AB}$夹角为 $90^\circ-\angle A$，i 与$\overrightarrow{CB}$的夹角为 $90^\circ-\angle C$.

$\because\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$，$\therefore i\cdot(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB})=i\cdot\overrightarrow{AB}$,

$|\boldsymbol{i}||\overrightarrow{AC}|\cdot\cos 90°+|\boldsymbol{i}||\overrightarrow{CB}|\cos(90°-\angle C)=|\boldsymbol{i}||\overrightarrow{AB}|\cos(90°-\angle A)$.

$\therefore a\sin C=c\sin A$. $\therefore \frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$.

同理,过 C 点作与$\overrightarrow{CB}$垂直的 $\boldsymbol{j}$,得到$\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}$.

$\therefore \frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$.

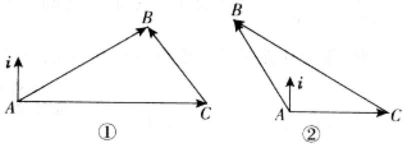


图 1 - 1 - 3

【自主探究】上面,我们在锐角三角形中用向量法证明了正弦定理. 如图 1 - 1 - 3②,当△ABC 为钝角三角形,是否可得同样的结论?

【延伸思考】正弦定理适合于什么三角形,体现了三角形中怎样的数量关系?

【思考成果】正弦定理适合于任意的三角形. 它揭示了任意三角形中边长与对应角的正弦值之间内在的数量关系,是大边对大角定理的深化,由原来的模糊的大小关系变为现在确定的数量关系. 此公式可变形为 $a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$,或者$b\sin A=a\sin B$,$c\sin B=b\sin C$,$c\sin A=a\sin C$.

【深入探究】正弦定理的边与角正弦值的比值为常数,即$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=k$,$k$ 是一个确定的值吗,能否将其求出来?

【探索过程】这个问题可先从直角三角形入手. 在 Rt△ABC 中,以 AB 为直径作其外接圆 O,$AB=2R$,R 为外接圆半径,$\angle C=90°$,如图 1 - 1 - 4①,则可得 $a=AB\sin A=2R\sin A$,$b=2R\sin B$,$c=2R\sin C=2R\sin 90°$. 所以可猜想 $k=2R$,下面在一般三角形中进行证明.

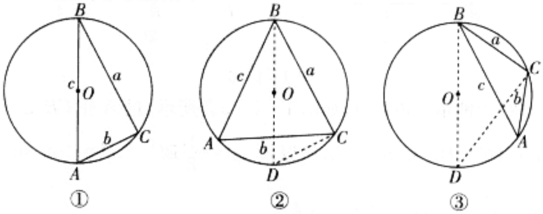


图 1 - 1 - 4

当△ABC 为锐角三角形时,如图 1 - 1 - 4②,其外接圆圆心位于△ABC 的内部,连接 BO 并延长,交圆 O 于 D,连接 CD,则 $BD=2R$. 根据圆的性质可知$\angle D=\angle A$. 在 Rt△BCD中,$BC=a=2R\cdot\sin D=2R\cdot\sin A$.