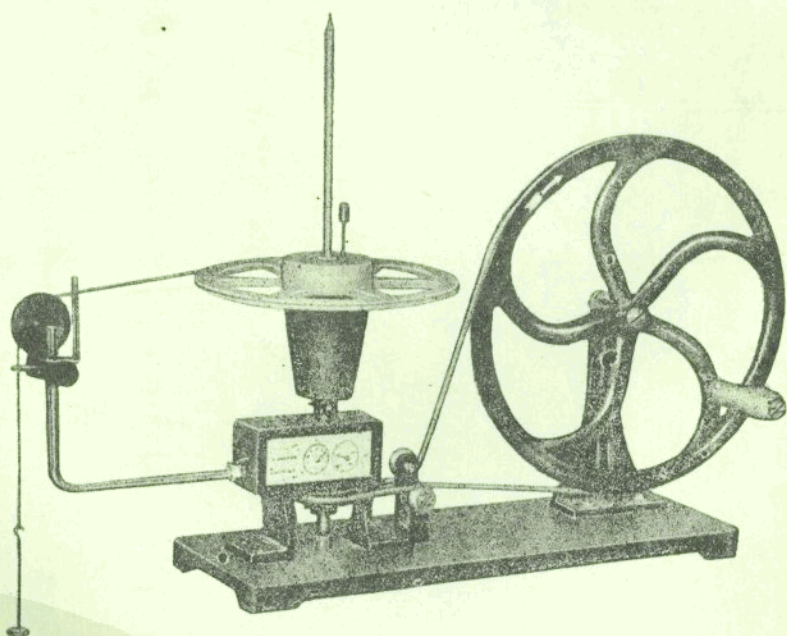


普通物理实验

杜建国 魏纪鹏 主编



中国科学技术出版社

前 言

物理学是一门实验科学,在高等学校理工科的物理教学中强调实验课这一环节是理所当然的。普通物理实验是学生接收实验训练的开始,也是今后实验工作的基础,它不仅能进一步加深学生对物理概念和物理规律的理解,同时也是培养学生严肃认真的科学态度和实事求是的工作作风,提高学生分析问题和解决问题能力的不可缺少的教学环节。

《普通物理实验》一书是编者汇集了近 20 年的教学经验,在原实验讲义的基础上,又根据国家教委高教司 1989 年印发的 122 号文件关于普通物理实验教学的基本要求作相应修订而成的。全书按力学、热学、电磁学、光学四个部分的顺序编排,考虑到普通物理实验课有一定的相对独立性,共选了 62 个实验。测量误差及数据处理是基础实验的重要内容之一,该内容在第一章中作了讲解。这部分内容可根据教学的实际情况分散进行。一般在实验刚开始时用 4 课时介绍误差的基本概念、简单的误差计算,并在前几个实验中巩固和应用所学的知识和方法。其他内容如作用图法、回归法及系统误差等可分散到具体的实验中来学习。每个实验一般安排 3 学时,共计 190 学时;也可根据各校的实际作相应的筛选。

该书为了提高学生的实验素质和独立完成实验的能力,在内容上注意了实验原理清晰,实验步骤简明扼要,在实验技术的训练上采取由浅入深、循序渐进、逐步提高的方式。同时在每个实验中都编有一定数量的思考题,并给出了记录表格。该书还可以作为理工科院校的课本、专科及成人教育院校的有关专业的物理实验教材及参考书。

本书的第一章(绪论部分)由魏纪鹏、杜建国、江瑞琴负责编审,第二章(力学部分)由魏纪鹏、江瑞琴、杜建国、张海春负责编审,第三章(热学部分)由江瑞琴、魏纪鹏、杜建国负责编审,第四章(电磁部分)由师善雨、白英、刘春起负责编审,第五章(光学部分)由韩字璞、张明轩、朱孝义负责编审。参加本书编写工作的还有张逸超同志。全书由杜建国、魏纪鹏统稿。该书在编写过程中得到了兄弟院校同行们的大力支持,在此表示衷心的感谢。

由于我们水平有限,书中难免有不妥之处,诚望专家、同行和广大读者批评指正。

编者

1996 年 8 月 25 日

目 录

前 言

绪 论..... (1)

§ 1 基础物理实验课的目的 (1)

§ 2 实验过程 (2)

§ 3 实验作业的过程和注意事项 (3)

§ 4 实验规约 (4)

§ 5 学生实验制度 (4)

第一章 误差理论基础..... (5)

§ 1 测量与测量误差 (5)

§ 2 测量的精密度、准确度和精确度..... (7)

§ 3 直接测量结果的最佳值及其随机误差的估计 (8)

§ 4 测量结果的表示,绝对误差、相对误差和引用误差..... (11)

§ 5 间接测量结果及其随机误差的估计..... (12)

§ 6 系统误差的一般消除方法..... (17)

§ 7 有效数字及其运算..... (18)

§ 8 处理实验数据的几种方法..... (21)

第二章 力学实验 (28)

实验一 长度的测量 (28)

实验二 固体密度的测量 (35)

实验三 用单摆测定重力加速度 (39)

实验四 分析天平的使用 (42)

实验五 转动惯量的测定(一) (51)

实验六 转动惯量的测定(二) (55)

实验七 杨氏弹性模量的测定 (57)

实验八 刚体转动实验 (61)

实验九 声速的测定 (65)

实验十 液体粘滞系数的测定 (69)

实验十一 气垫导轨实验之一:匀速直线运动和匀加速直线运动..... (71)

实验十二 气垫导轨实验之二:牛顿第二定律的验证..... (75)

实验十三 气垫导轨实验之三:动量守恒定律的验证..... (77)

实验十四 自由落体测重力加速度 (81)

实验十五 气垫导轨实验之四:机械能守恒定律的验证..... (83)

实验十六 弦振动实验 (85)

实验十七 简谐振动	(88)
第三章 热学实验	(92)
实验一 用混合法测定固体的比热	(92)
实验二 固体线膨胀系数的测定	(95)
实验三 玻以耳——马略特定律的验证	(99)
实验四 空气比热容比的测定	(102)
实验五 测定液体的表面张力系数(一)	(104)
实验六 测定液体的表面张力系数(二)	(107)
实验七 水的汽化热的测定	(110)
实验八 热功当量的测定	(115)
实验九 金属导热系数的测定	(117)
第四章 电磁学实验	(121)
电磁学实验须知	(121)
一、电磁学实验操作规程	(121)
二、常用电磁测量仪器介绍	(121)
实验一 学习使用万用电表	(127)
实验二 简单万用电表的设计、组装	(131)
实验三 伏安法测电阻	(136)
实验四 电桥法测电阻	(140)
实验五 双臂电桥测低值电阻	(144)
实验六 电位差计测电池电动势及内阻	(148)
实验七 灵敏电流计	(151)
实验八 冲击电流计	(155)
实验九 冲击法测电容和高阻	(159)
实验十 冲击法测定螺线管内磁场	(161)
实验十一 冲击法测磁环的磁滞回线	(166)
实验十二 静电场模拟	(170)
实验十三 示波器的使用(一)	(172)
实验十四 示波器的使用(二)	(178)
实验十五 交流电桥	(180)
实验十六 RLC 电路的谐振特性研究	(184)
实验十七 RLC 串联电路的稳态特性研究	(187)
实验十八 RC、RL 串联电路的暂态过程	(190)
第五章 光学实验	(194)
实验一 分光计的调整	(194)
实验二 利用分光计测量三棱镜的折射率	(199)
实验三 用光栅测色光波长	(203)
实验四 用阿贝折射仪测折射率和色散	(206)
实验五 透明固体、液体折射率的测定	(212)

实验六	望远镜角放大率的测定.....	(214)
实验七	薄透镜焦距的测定.....	(216)
实验八	用菲涅耳双棱镜测光波波长.....	(221)
实验九	衍射法测狭缝宽度.....	(223)
实验十	面镜成像及曲率半径的测定.....	(225)
实验十一	用旋光仪测旋光性溶液的旋光率和浓度.....	(227)
实验十二	等厚干涉——牛顿环、劈尖	(230)
实验十三	单色仪的定标.....	(233)
实验十四	用迈克耳逊干涉仪测波长.....	(236)
实验十五	透镜组基点的测定.....	(240)
实验十六	照相技术.....	(242)
实验十七	暗室技术.....	(242)
实验十八	平行光管的调整及使用.....	(248)
实验十九	全息照相.....	(252)

绪 论

§ 1 基础物理实验课的目的

物理学的工作有实验的方法和理论的方法。实验的方法是以实验结果为依据归纳出一定的规律。理论研究的方法,虽然不进行实验,但是研究课题的提出和结果的检验,也还必须通过实验。物理实验在物理科学的创立和发展中占有十分重要的地位。因此,对物理专业来说,基础物理实验是一门独立的必修课程。开设这门课,不仅是由于物理学是一门实验科学,重要的是物理实验本身有它的一套理论知识、方法和技能,所以在实验课中,需要由浅入深,由简到繁对学生加强培养和训练,使学生在低年级打下良好的基础。

基础物理实验课的目的不在于发现新的规律和研究物理常数的更精确的测定方法,而是为以后从事物理学研究和物理教学准备必要的条件,具体地讲有以下三个方面。

一、通过观察、测量与分析,加深对物理概念和规律的认识

我们学习的物理学,是前人研究的结果,是经过实验直接或间接检验过的。现在学习时不可能都用实验去重新验证,但是我们如能针对其中的基本概念和规律进行观察和测定,必将巩固和正确理解我们从书本上学到的知识。

二、学习物理实验的基本知识、基本方法,培养实验技能

要做好一个实验,除去搞清有关的理论之外,还必须能运用恰当的实验方法,合理的选取符合实验要求的仪器,懂得如何装配、调整及正确使用这些装置;在取得必要的数据之后,能从大量的数据中整理出切合实际的结论,并能分析、判断此实验结果的可靠程度和存在的问题。

三、培养严肃认真、实事求是的科学态度和工作作风

实践是检验真理的唯一标准,从伽里略以来几百年间物理学的发展完全证实这一点。我们做实验工作,在测量时一定要力求测量的准确,并忠实于测量数据,从测量数据中引出必要的结论来。

基础物理实验大都是前人做过的实验,而且多数都有比较准确的结果,我们重做这些实验时,测量的结果若和前人的不同,应当如何对待?改一改数据,凑成“好的”结果,当然是非常错误的,若简单地归结为仪器粗糙、技术差也无什么补益。应当仔细分析实验的条件和全部经过(必要时重测),找出这种差异的原因,从中积累经验锻炼技巧和机智,将是实验的重要收获。

物理实验课虽然是在教师指导下的学习过程,但在实验时学生的活动有较大的独立性,大家应以一个研究者的态度去组装仪器,进行观测和分析,以及探讨更佳的实验方案,为以后的科学工作,为独立的设计实验方案以及选择和使用新的设备和解决新的问题奠定基础。

§ 2 实验过程

任何实验的过程都应包括:①准备;②观测与记录;③数据整理与分析这三个步骤。

一、实验的准备

实验的准备是保证实验顺利进行并能取得满意结果的重要环节。在明确实验目的的基础上。进行如下几个步骤:

(1)理论上的准备。掌握实验的理论依据,理论上的约束条件。

(2)实验仪器的准备。在独立实验时,应首先考虑选取恰当的实验装置和仪器。在实验课中,此项工作由教师去做。但应努力了解为何选用这样的装置和仪器,是否还有其它的实验装置可用。对于选定的仪器,应了解其工作原理、工作条件和操作规程。

(3)观测的准备。主要是对实验步骤和注意事项的掌握。如果实验时不明确实验的程序,看一眼指导书做一步,那是难于获得好的结果的。

观测准备的重要内容是拟订记录表格。任何实验都要在固定的记录本上或专门的记录纸上进行记录。记录要有表格,拟定记录表格时,既要适合记录数据,又要便于整理数据。

以上这三步均在预习中完成。

二、实验的观测与记录

1. 实验仪器的安装与调整

使用仪器进行测量时,必须满足仪器的正常条件(水平、铅直、工作电压、光照等等),不注意耐心细致的调整仪器,而忙于进行测量,这是初学者容易出现毛病。使用仪器测量时,必须按操作规程进行,不是测量的需要,不按操作规程,千万不要动用仪器。

2. 观测

在明确实验目的和测量的内容、步骤,并能正确使用仪器测量之后方可进行实验观测。测量时要精神集中,尽量排除外界的干扰(也要注意不要影响别人)。

当从各种仪器的刻度尺上读数时,一定要读到最小分度的十分之几,就是读到仪器上可能读出的最后一位(这最后一位往往是估计值)。另外读数时还应尽量防止视差。

在实验中,对可以反复测量的量都不应只测一次,因为多次的平均值比单次测量值更可靠些。但测量次数增多,不仅测量时间要增加,而且维持一个稳定的测量环境也是困难的。这样,对于改善测量结果的可靠程度的作用反而越加不明显。因此,一般的测量次数以在5~10次之间为合适。在有的测量中对某一量重复测量时,所得数据基本相同或完全相同,这不能表示测量没有误差,而是说明测量仪器的灵敏度不够,不足以显示实验中的微小变化。这时,多次测量就没有必要,但也要测量两次,以核对读数是否有误。

3. 记录

实验记录要整洁,注意防止出错误,并做到任何人(你自己或其他人)都能看懂你的记录,具体讲要注意以下几点:

(1)记录的内容包括:日期、地点、室温、气压、合作者、仪器及其编号(便于以后复查)、简图、实验数据。

(2)原始记录。实验数据应记录从仪器上读出的,未经任何运算的数值。

(3)观测时要在从仪器上读数的同时作记录,不要先记忆数据以后补记,要将读数直接记到记录本或纸上。

(4)除有明确理由,肯定某一数据有错误而不记录外,其它数据(包括可疑的)一律记录,出现异常数据时应增加测定次数。异常数据应在数据处理时进行分析决定取舍。

三、数据的整理与实验报告

实验过程中要随时整理数据,测量结束后要尽快整理好数据,计算出结果并绘出图线,数据整理工作,应尽可能在实验课中完成,如发现问题还可以做适当的补测。

实验报告要力求简单明了,用语确切,字迹清楚。

实验报告的内容包括:题目、目的、原理、仪器及其编号,数据记录及处理(包括图线),实验结果,实验的分析及讨论。

§ 3 实验作业的过程和注意事项

基础物理实验作业包括预习、操作和写报告三个过程。

为了使实验得以顺利进行并且得到良好的效果,必须做好预习工作,就是要求我们很仔细地阅读讲义中与这个实验有关的一切内容,如果读后对这现象的理论和要点仍然不够清楚,就应该寻找有关的物理教本和专门文献,或者询问教师以便透彻地了解有关内容,然后要求我们同样仔细地熟识本实验所用仪器的构造、原理和使用方法。要求在最后能够按照实验目的和要求,自己订出实验的计划并做好一切必要的准备工作(准备记录表格、画图用纸和计算工具等)。

实验操作是实验的中心环节,要坚决反对不懂装懂的虚假作风,即是说,在不懂得仪器性能和使用方法之前,就自以为是地按自己的主观判断去进行实验操作。因为这样做的结果是一定要导致实验的失败,并且极易造成仪器财产的损坏。进入实验室后,必须遵守实验室规约和实验制度,谨慎、细心和耐心地按计划进行。通过实验,逐步养成实验的良好习惯和实事求是的科学态度。切忌捏造的数字,强令实验结果与自己所预想的符合,或者有倾向性地舍弃不合自己预想的实验数据。这种对客观事实不忠实的态度,是绝对不允许的。实验的记录要清楚且有层次,避免在数据处理和写报告时由于记录混乱而造成的错误。

同组者应轮流分工,密切配合,不可有依赖别人的想法。因为自己不进行操作是得不到实验技术和技能技巧的训练的。

实验报告是对实验的总结,要求报告系统、准确、清晰,能够简洁、完整地报告实验的全貌。报告一般包括题目、原理、使用过的主要仪器装置、原始测量数据、数据的处理、实验的结果、对结果的分析与判断等。

实验的正确性,决不是由于测量的结果与常数表中所列之值一致,或与他人的实验所得结果一致,因而相信自己实验的正确性。要确认自己实验的正确性,是来源于确认所有测量都做得正确,而且其中没有错误发生,所用的理论公式和计算中,也没有错误发生。

实验报告完成后进行讨论或提交教师批阅。

§ 4 实验规约

1. 保持实验室的清洁卫生。
2. 保持实验室内肃清。
3. 实验开始前,首先按讲义清点仪器;若有不对,须立即向负责人报告。
4. 要爱护仪器。未了解仪器性能以前切莫动手使用,仪器出现不正常时,应请教教师排除故障,不要自行打开或拆卸。
5. 对消耗品(水、电、药品、材料等)要注意节约。
6. 不许擅自动用非实验所需用的或他组的仪器和物品。
7. 实验完毕必须清点仪器,清理实验场所,经教师或实验室负责人允许后,才能离开实验室。
8. 发现仪器损坏或丢失,须立即向实验负责人报告,等待处理。
9. 最后,离开实验室时要注意水源、电源,关好门窗。

§ 5 学生实验制度

1. 必须严格遵守实验室规约。
2. 按规定时间预习好实验,作出计划及作好准备工作。
3. 经教师检查计划及提问后,认为可以开始作实验,方可实验。
4. 必须依照实验讲义所指示的实验步骤和注意事项进行实验,否则教师应提出警告,当屡戒不改时教师有权停止其实验。
5. 实验完毕仪器经教师或实验室负责人检查后,方可离开实验室。
6. 依据实验记录,每人写好实验报告,按规定时间交教师批阅。
7. 凡属于下列情况之一者,应补做实验。
 - ①因故缺席者。
 - ②教师或同学认为有必要重做实验者。
 - ③实验结果有显著误差者。
 - ④实验不及格补考者。

第一章 误差理论基础

§ 1 测量与测量误差

物理实验就是测量出物理现象中各种物理量在变化过程中的数量关系,所谓测量就是量的比较。就是被测量同一选做单位的标准量进行比较。确定被测量与标准量之间的倍数关系。由此可见,一物理量必须由数值(即倍数)和单位构成。

一、测量的分类

1. 直接测量和间接测量

在测量中,某些物理量可以直接从仪器刻度上测出它的大小,这种测量叫做直接测量。一般讲基本量的测量均属这类测量。例如,用米尺测长度,用天平称质量,用温度计测温度,用停表计时间,用电压表测电压等。在物理实验中,直接测量的物理量是很少的,绝大多数的测量是间接测量。所谓间接测量是指被测量不能直接测量,而是与若干直接测量存在已知的函数关系。我们依据这种关系,由直接测量的结果计算出要求的量。例如,利用单摆测量当地的重力加速度 g ,可以直接测量摆长 L 和周期 T 利用公式 $g = 4\pi^2 L / T^2$ 求出该地的 g 值。

2. 等精度测量和不等精度测量

对某一量 N ,我们重复测量了 K 次($N_1, N_2, \dots, N_i, \dots, N_K$)如果每一次测量的条件都是相同的(同一观察者,同一方法,同样环境等)。在这种情况下,我们没有理由指出某一次测量比另一次更准确些。这就是等精度测量。

如果测量中,测量条件只要其中一个发生变化。就变成不等精度测量。

二、测量的误差

1. 误差的定义

真值:在某一时刻和某一位置或状态下,某量的效应所体现出的客观实际值。

通常一个物理量的真值是不知道的,我们需要测定它,但是,由于测量仪器、测量方法、环境以及实验者的技术水平和感官能力都不能做到完美无缺,任何测量都不可能作到绝对的准确。因而我们的观测值与这个物理量的真值之间永远存在着一个差异,我们将观测值与这个物理量的真值之差称为测量的误差。若观测值为 N_i ,真值为 N_0 ,则测量的误差 $\Delta N_i = N_i - N_0$ 。

误差公理:误差存在于一切测量之中,而且贯穿于测量过程始终。

真值的可知条件:一般说,真值是未知的,因此误差也就未知,有些情况真值是可以知道的,又有些情况从相对的意义上讲也是知道的。

(1)理论真值。例如,平面三角形内角之和恒为 180° ;同一量值自身之差为零而与自身之

比为1;此外还有理论设计值和理论公式表达值等等。

(2)计量学约定真值。例如,长度单位——米是光在真空中在 $1/299792458$ 秒的时间内所行进的路程(1983年国际会议通过);质量单位——千克等于铂铱合金的国际千克原器的质量;时间单位——秒是铯¹³³原子基态的两个超精细能级之间跃迁辐射周期的 9192631770 倍的持续时间;……凡满足以上条件复现出的量值都是真值。

(3)标准器的相对真值。高一级标准器的误差与低一级标准器或普通仪器的误差相比为其 $1/5$ (或 $\frac{1}{3} - \frac{1}{20}$)时,则可认为前者是后者的相对真值。例如,一高稳定度晶体振荡器输出的频率,相对普通频率计而言是真值。

2. 误差的分类及来源

按照对实验结果影响的性质及产生的原因,误差可为系统误差、随机误差(也叫偶然误差)和粗差三类。实验中三类误差是混杂在一起出现的,应分别讨论其规律,以便采取适当措施,减少误差的影响。

(1)系统误差。系统误差是测量装置和周围环境以及测量者本人所组成的整个系统产生的误差。这种误差,在测量过程中对结果的影响总是朝着一个方向偏离,其大小不变,或按一定规律变化。它的来源大致有以下几个方面。

1)仪器的误差。这是由于仪器上某种固定的缺陷所引起的。如零点不准,刻度不准,砝码未校准,天平不等臂等。

2)实验原理和方法的误差。这是由于实验理论探讨得不充分,方法的不完善,公式的近似或者由于对影响实验结果的某些因素不清楚而引起的。如用高灵敏度天平称物体质量时,没有考虑空气浮力的影响。又如,周围环境的规则变化(温度、压强等变化)对实验结果的影响。

3)个人误差。这是由于观测者本人生理和心理特点所引起的。例如每个人的习惯和偏向不同,有的人读数常常偏高而有的人读数则常常偏低。

由此可见这种误差在同一物理量的测量中是一定的。因此根据仪器的缺陷,理论上的不完善,外界条件的变化,个人的偏向等分别加以修正,可以消除掉。

(2)随机误差。在测量中即使消除了产生系统误差的一切因素,然而所测数据仍有一定的差别,我们称这种误差为随机误差。这种误差的产生是许多偶然的因素造成的,是无法控制和不可预料的。随机误差的大小和方向不定,时大、时小、时正、时负,和系统误差相反。随机误差的出现,表面上看是毫无规律的,然而在多次等精度的测量时,可以发现它具有内在的规律性(即统计规律)。这种规律可以归纳为如下三点:

1)误差仅出现在一定的范围内,超出此范围的误差实际上不出现;

2)绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的机会多;

3)绝对值相等的正和负的误差出现的几率相同。

由于该误差的偶然性,没有理由认为误差偏向一方比偏向另一方更为可能,因此随机误差具有相互低偿的性质。随着测量次数的增加,随机误差的算术平均值逐渐接近于零。当测量次数为无穷大时,随机误差的算术平均值为零。

设待测量的真值为 N_0 ,对它测 K 次,每次测量结果以 $N_1, N_2, \dots, N_k$ 表示。

各次的随机误差为:

$$\Delta N_1 = N_1 - N_0 \quad (1-1)$$

$$\Delta N_2 = N_2 - N_0$$

$$\vdots$$

$$\Delta N_k = N_k - N_0$$

根据上述的归纳有：

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\Delta N_1 + \Delta N_2 + \cdots + \Delta N_k}{K} & \quad (1-2) \\ &= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^k \Delta N_i}{K} = 0 \end{aligned}$$

(3)粗差(亦称过失误差)。明显歪曲实验结果的误差称为粗差。观测时粗心大意,精神不集中或者疲劳过度,对仪器的使用不正确,不按实验的约束条件进行测量都会带来粗差。如错读刻度值,反读游标尺、记错数、计算错误等。带有粗差的数据称为坏值或者异常值,有的异常值经过分析肯定为不合理的,可以剔除,其余的可以根据误差理论定出的取舍准则决定取舍。

此误差无规则可寻,但只要认真地做好测量的准备,专心地进行观测,读数和记录,完全可以防止出现粗差。

综上所述,粗差是完全可以避免的。实验的不准确是由于系统误差和随机误差的存在,系统误差是使实验结果偏向一边其大小和方向是不变的,这种误差可以通过测量的检查和用不同的测量方法相比较来发现它。在分析出系统误差产生的具体原因以后,常采取适当的措施来消除它或者对实验结果进行修正。但是发现、估计和处理系统误差并不容易,完全有赖于实验者的实验和理论水平。随机误差的消除只有在无限次的观测中才能消除。而事实上观测是有限的。我们只能最低限度地减小它的影响,但不能在事实上完全消除它。随机误差存在于一切测量之中。

3. 误差在物理实验中的意义

由于误差的客观存在,误差的理论对实验来说就十分重要了。只有研究并计算出测量误差,才可能知道实验结果的准确程度,而一个实验结果要是不知道它的准确程度,便毫无意义,此外,误差理论的意义不仅如此,我们还可以通过误差的分析,指导我们如何进行实验。如何合理地设计实验和改进实验。因而误差理论对于实验而言,具有指导的意义。

§ 2 测量的精密度、准确度和精确度

精密度、准确度和精确度都是评价测量结果好坏的。如果一组测量数据,互相差异较小,即数据比较集中,它的随机误差就小,我们就说它的精密度高。如果一组测量数据的平均值偏离真值较小,它的系统误差就小,我们就说它的准确度高。但是精密度高其准确度不一定高。相反,准确度高其精密度也不一定高。只有测量数据比较集中,而平均值又靠近真值的测量,其随机误差和系统误差都小,我们说这样的测量精确度高。总之,精密度反映随机误差大小的程度。准确度反映系统误差大小的程度。精确度反映随机误差和系统误差合成大小的程度。

下面是以打靶时弹着点为例说明这三种情况。在图 1-1(a)弹着点比较集中,但都偏离靶心,说明精密度高而准确度低;图 1-1(b)弹着点比较分散,但平均起来靠近靶心,说明精密低而准确度高;图 1-1(c)弹着点都集中在靶心附近,说明精密度和准确度都高,即精确度高。

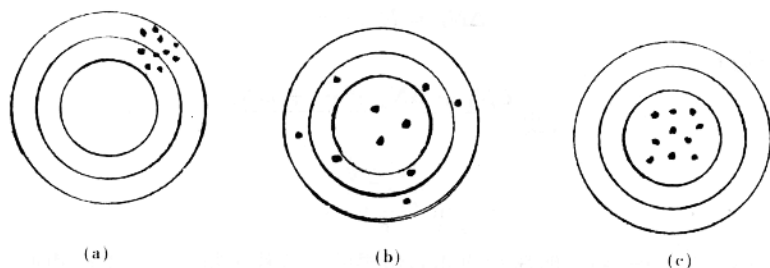


图 1-1

§ 3 直接测量结果的最佳值及其随机误差的估计

前面已讨论过,任何测量都有一定的误差,而这误差中一般是系统误差和随机误差,也可能有粗差。经分析可以找出带有粗差的异常值,当即剔除。对于系统误差,应尽量采取适当措施加以消除。这里只讨论结果的随机误差且是等精度测量。由随机误差的性质可知,减小其对结果影响的方法是测量次数增多。

一、直接测量结果的最佳值

在一定条件下(指仪器、方法、环境和人),对某一被测量 N 进行一系列直接测量,其测定值为: $N_1, N_2, \dots, N_k$, 设其真值为 N_0 , 则各次测量的误差为:

$$\left. \begin{aligned} N_1 - N_0 &= \delta_1 \\ N_2 - N_0 &= \delta_2 \\ \dots\dots\dots \\ N_k - N_0 &= \delta_k \end{aligned} \right\} \quad (3-1)$$

将各式相加,得:

$$\sum_{i=1}^K (N_i - N_0) = \sum_{i=1}^K \delta_i \quad (3-2)$$

即

$$\sum_{i=1}^K N_i - KN_0 = \sum_{i=1}^K \delta_i$$

于是

$$N_0 = \frac{\sum_{i=1}^K N_i}{K} - \frac{\sum_{i=1}^K \delta_i}{K} \quad (3-3)$$

根据随机误差的统计规律,当测量次数 $K \rightarrow \infty$ 时, $\sum_{i=1}^K \delta_i / K \rightarrow 0$ 。这说明测量次数无限时,被测量的算术平均值即为该量的真值。但是实际上不可能使测量次数无限增多。因此

$\sum \delta_i / K \neq 0$, 而且是未知数, 所以在有限次测量时, 不能求出真值。但是在有限的 K 次测量中, 算术平均值比取任何一个测定值作为真值的最佳值更有把握。所以算术平均值为直接测量的最佳近似值(简称最佳值)。最佳值:

$$\bar{N} = \sum_{i=1}^K N_i / K \quad (3-4)$$

注意这是在系统误差不存在的条件下的结论, 若存在系统误差, 则须对算术平均值进行必要的修正。

二、直接测量结果的随机误差估计

1. 随机误差的分布函数

对某一物理量进行 K 次等精度测量, 得出:

$$N_1, N_2, N_3, \dots, N_k$$

令该物理的真值为 N_0 。则对应的误差为:

$$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_k$$

当测量次数 K 很大时其误差的分布函数可以证明为:

$$f_{(\delta)} = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \exp(-h^2 \delta^2) \quad (3-5)$$

称为随机误差的正态分布定律, 亦称高斯分布定律。

其中 h 是一常数, 叫做精密度指数。

$f_{(\delta)}$ 对应的曲线为正态分布曲线或高斯曲线。

如图 1-2 所示。

式(3-5)表示的是测量值误差的分布情况, 即误差为 δ 的测量值出现的几率(可能性)为:

$$p = f_{(\delta)} d\delta$$

$$= \frac{h}{\sqrt{\pi}} \exp(-h^2 \delta^2) d\delta \quad (3-6)$$

即曲线下阴影部分的面积, 就是随机误差为 δ 的观测值出现的次数 ΔK 占总测量次数 K 的比率 $\Delta K / K$ 。

可以证明 $\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}h}$, σ 为标准误差(均方差)。于是:

$$f_{(\delta)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3-7)$$

2. 测量列的标准误差(均方误差)

测量列是指一组测量值。是在同一条件下(即等精度)测量后所得到的各数值, 各测量值的可靠性是相同。我们不能具体指出其中某一个测量值随机误差的实际大小, 而只能探讨随机误差以多大的可能性出现在某一范围内。测量列的标准误差 σ 是表示测量列中任一测量值的精密度。

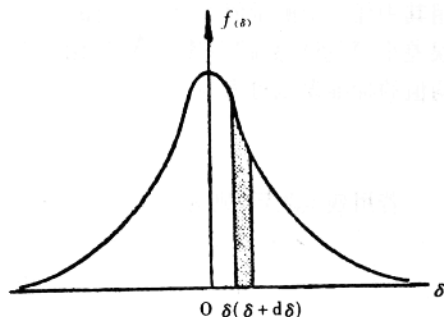


图 1-2

测量列的标准误差定义为:各测量值随机误差平方和的平均值的平方根。

设测量列的随机误差为 $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ 则标准误差 σ 等于:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum \delta_i^2}{n}} \quad (3-8)$$

按随机误差理论,标准误差的意义是:测量列中任一测量值的误差落在 $\pm\sigma$ 范围内的概率(即可能性)为 68%。

实际上,由于不能得知真值,所以测量值的随机误差也不能确定,实验时可以求出最佳值(平均值),以及测量值与最佳值的差——残差(也叫偏差)。

$$\text{残差:} \quad v_i = N_i - \bar{N} \quad (3-9)$$

理论表明,有限次测量的标准误差用残差表示时其公式为:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}} \quad (3-10)$$

3. 算术平均值的标准误差

由(3-3)式可知,算术平均值的误差为 $\sum \delta/n$,即等于测量值随机误差的平均值。由于测量值的随机误差有正有负,平均后要消去一些,因此用算术平均值表示被测量的值的可靠性要比用其中任一个测量值表示被测量的值的可靠性高。算术平均值的标准误差应比测量列的标准误差小,测量次数越多其越小。理论分析表明,若测量列标准误差为 σ ,测量次数为 n ,则算术平均值的标准误差可表为:

$$\sigma_N = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (3-11)$$

若用残差表示,则为:

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n(n-1)}} \quad (3-12)$$

4. 平均绝对误差

在基础实验里,也有使用平均绝对误差表示算术平均值误差的情况。

平均绝对误差 Δ :

$$\Delta = \sum_{i=1}^K |N_i - \bar{N}|/K = \sum_{i=1}^K |v_i|/K \quad (3-13)$$

此种误差可以表示出测定数据分散的情况,值越大,说明测定值越分散,测定的精密度越小。

用平均绝对误差说明算术平均值误差的情况时,大体上表示误差范围,误差理论分析,在测量次数较多时(10次以上)用平均绝对误差表示算术平均值的误差的存在范围还是比较可靠的,而在测定次数少时则不合适。因此在正式的科学报告中,都不用它来说明平均值的误差情况,但在基础实验课中,往往由于它的计算比较简单而加以利用。

5. 单次测量的误差

在有的实验中,由于被测量的变化,不允许对它做重复测量,也有的实验精度要求不高,或者这一量的误差对整体影响较小。在这些情况下,可以对被测量只测一次。如何估计单次测量的误差,很难确定统一的规定,因为实验时的状况是不同的。一般是根据仪器的最小分度和当时测量的具体条件去确定。

例如,用一米尺测摆长,若米尺使用正确,则读数误差是主要的,此时可取 0.5mm 或 1mm 为测量误差。

就是说按仪器的最小分度或者按仪器最小分度的 1/2 来估计测量的误差。

§ 4 测量结果的表示,绝对误差、相对误差和引用误差

一、测量结果表示成 $N \pm \Delta N$ 的形式

通常把测量结果及其随机误差写成 $N \pm \Delta N$ 的形式,其中 N 是测量值,它可以是单次测量值,也可以是多次测量的平均值 $\bar{N}$, ΔN 是随机误差,下面讲的间接测量结果也要表示成这种形式。例如:测得一长度 $l = (8.05 \pm 0.08)\text{cm}$,这个表示不应理解 l 为 $8.05 + 0.08 = 8.13\text{cm}$ 和 $8.05 - 0.08 = 7.97\text{cm}$ 两个数值。这种表示是表明 l 在 8.05 附近正、负 0.08cm 这个范围内出现真值的一定概率(可能性)。并不排除多次测量中有部分测量值在 $N \pm \Delta N$ 以外,不同的估计方法得到的 ΔN 表示测量值在 $N \pm \Delta N$ 范围内出现真值的概率是不同的。对于多次测量的结果,一般用 $\bar{N} \pm \sigma_N$ 代表 $N \pm \Delta N$ 。

二、绝对误差与相对误差

设某测量值 N 的真值为 N_0 ,误差为 ΔN ,那么:

$$\Delta N = N - N_0$$

此误差是有单位的误差称为绝对误差,前面介绍的标准误差,平均绝对误差等都是绝对误差。

某一量的绝对误差与该量测量结果之比称为相对误差,即 $\Delta N/N$,相对误差无单位,一般用百分数表示。

在比较不同测量结果时,只能用相对误差。例如:测量两个长度其结果分别为:

$$l_1 = (1000 \pm 1)\text{mm}$$

$$l_2 = (10 \pm 1)\text{mm}$$

从绝对误差来看二者误差相同,但前者相对误差 0.1%,后者是 10%,两者相差 100 倍。显然前者的测量要精细的多。

若以 E_N 表示 N 的相对误差,则有:

$$E_N = \Delta N/N \times 100\% \quad (4-1)$$

$$\Delta N = N \cdot E_N \quad (4-2)$$

三、引用误差

引用误差是一种简化的和实用方便的相对误差,常常在多档和连续刻度的仪器仪表中应用。这类仪器仪表可测范围不是一个点而是一个量程,各刻度点的示值和其对应的真值都不一样,为了计算和划分准确度等级方便,一律取该仪器仪表量程中最大的刻度值(满刻度值)作为分母,以全量程内各刻度点中的最大绝对误差为分子,则引用误差为:

引用误差 = 示值最大误差 ÷ 满刻度值

或:

$$K = \frac{\Delta_{\max}}{\beta} \quad (4-3)$$

式中: K ——引用误差; β ——满刻度值; $\Delta_{\max}$ ——示值中最大的绝对误差。

例:检查量程为 100V, 准确度等级为 2.5 级的电压表。经检定发现 50V 刻度点的示值误差在整个量程中比其它任何刻度点的误差都大, $\Delta_{\max}$ 为 2V。所以该电压表的最大引用误差为 2%, 2.5 级的表其含义是给出合格仪器仪表最大引用误差的界限为 2.5%, 可见该电压表属合格。

电工仪表的准确度等级分别为 0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.5 和 5.0 七级, 标明了仪表的引用误差不能超过的界限。一般讲, 若仪表为 S 级, 则说明合格的仪表最大引用误差不会超过 $S\%$, 而不能认为它在各刻度点上的示值误差都有 $S\%$ 的准确度, 设仪表的满刻度为 x_n , 测量点为 x , 则该仪表在 x 点邻近处示值误差应为:

$$\text{绝对误差} \leq x_n \times S\%$$

$$\text{相对误差} \leq \frac{x_n}{x} \times S\% \quad (4-4)$$

一般 $x \neq x_n$, 故当 x 越接近于 x_n , 其测量准确度越高; x 远离 x_n 时, 其测量准确度就低, 这就是人们利用这类仪表测量时, 尽可能在仪表满刻度值 2/3 以上量程内测量的原因。所以, 在分析此类仪表对测量值的实际影响时, 需要按 (4-4) 式作换算, 而不能直接采用对应于它的准确度等级的值, 在选择仪表测量时, 也要注意这一情况。

例: 某待测电压约 100V, 现有 0.5 级 0~300V 和 1.0 级 0~100V 两块电压表, 问用哪一个电压表测量较好?

解: 用 0.5 级 0~300V 表测量 100V 时最大相对误差为 $\frac{x_n}{x} \times S\% = 300/100 \times 0.5\% = 1.5\%$, 用 1.0 级 0~100V 表测量 100V 时最大相对误差为 $\frac{x_n}{x} \times S\% = 100/100 \times 1.0\% = 1.0\%$

§ 5 间接测量结果及其随机误差的估计

间接测量量与若干个直接测量量存在着一定的函数关系, 即 $N = f(A, B, C, \dots)$, 通过测量得到直接测量量的算术平均值, 而求出间接测量的数值。然而这些直接测量量的算术平均值都具有一定的随机误差, 所以在计算结果时, 也将各自的误差传递给间接测量量。间接量的误差与各个直接量的误差之间的关系, 为误差的传递公式。这里讨论两种情况, 一是求间接测量的最大误差 (基础物理实验常计算此误差), 另一是求间接测量的标准误差 (正式科学报告中通用)。

一、间接测量的最大误差

1. 两个直接测量量的情况

定理一 和的绝对误差等于各分量的绝对误差之和。

我们假定:

$$N_0 = A_0 + B_0$$

A, B 是可直接测定的量, 测得

$$A_0 = \bar{A} \pm \Delta \bar{A}$$

$$B_0 = \bar{B} \pm \Delta \bar{B}$$